

Les calculatrices de poche sont autorisées conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.
La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviennent pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 (sur 10 points).

ETUDE DE LA VOUTE D'UN AUDITORIUM

Pour réaliser la voûte d'un auditorium, un architecte propose une structure autoportante constituée de poutres identiques disposées en éventail depuis la scène. On s'intéresse à la poutre AB dans le repère orthonormé (Ox ; Oy) défini sur le schéma ci-dessous.

Dans ce repère, la poutre obéit à l'équation $y = f(x)$, y étant solution de l'équation différentielle :

$$6y' + y = 21 - 0,5x$$

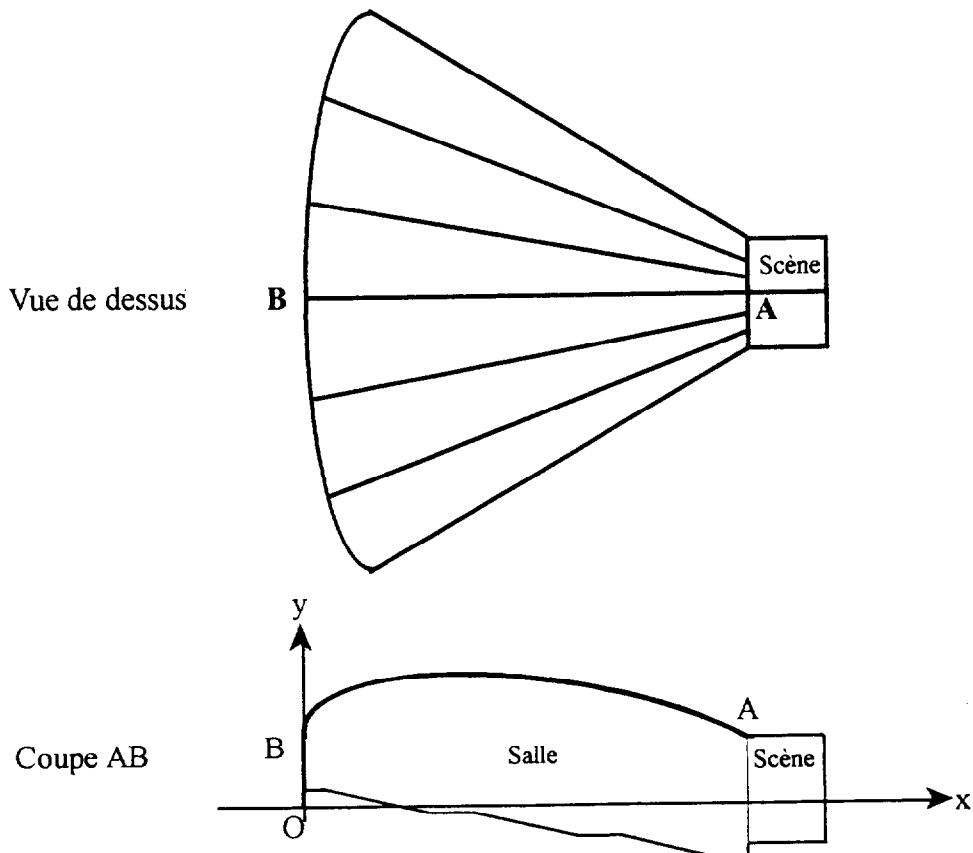
I-1. Déterminer la solution générale de l'équation différentielle sans second membre.
Soit y_0 cette solution.

I-2. Déterminer une solution particulière de l'équation avec second membre sous la forme :
 $y_1 = ax + b$.

I-3. En déduire la solution générale de l'équation différentielle avec second membre.

I-4. La façade OB ayant une hauteur de **6 mètres**, déterminer l'équation $y = f(x)$ de la poutre AB.

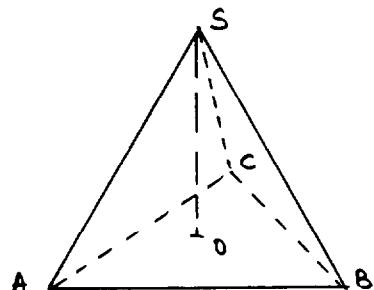
Annexe 1



BTS ASSISTANT EN CREATION INDUSTRIELLE	SESSION 2000
CODE : AEE3MAT	DUREE : 1 H 30
EPREUVE : MATHÉMATIQUES	COEF : 1,5

EXERCICE 2 (sur 10 points).

Un confiseur fabrique des berlingots. Un berlingot a la forme d'un tétraèdre régulier ABCS dont toutes les faces sont des triangles équilatéraux de côté 1 cm.
On note O la projection du sommet S sur la face ABC.



1. Calculer :
 - a) la surface du triangle ABC ;
 - b) la distance AO ;
 - c) la hauteur SO ;
 - d) le volume du tétraèdre ABCS.

2. Pour décorer sa vitrine, le confiseur souhaite y installer une maquette de son berlingot sur un plateau circulaire de rayon 20 cm. Le berlingot doit reposer entièrement sur le plateau.
 - a) Quelle est la longueur maximale de l'arête de ce tétraèdre ?
 - b) Quel est alors son volume ?

BTS ASSISTANT EN CREATION INDUSTRIELLE	SESSION 2000
CODE : AEE3MAT	DUREE : 1 H 30
EPREUVE : MATHÉMATIQUES	COEF : 1,5 Page 2 sur 2

1. RELATIONS FONCTIONNELLES :

$$\begin{aligned}\ln(ab) &= \ln a + \ln b, \text{ où } a>0 \text{ et } b>0 \\ \exp(a+b) &= \exp a \times \exp b \\ \cos(a+b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b \\ \sin(a+b) &= \sin a \cos b + \cos a \sin b \\ \cos 2t &= 2\cos^2 t - 1 = 1 - 2\sin^2 t \\ \sin 2t &= 2\sin t \cos t\end{aligned}$$

2. DÉRIVÉES ET PRIMITIVES :

$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\frac{1}{t}$
e^t	e^t
$t^\alpha (\alpha \in \mathbb{R}^*)$	$\alpha t^{\alpha-1}$
$\sin t$	$\cos t$
$\cos t$	$-\sin t$
$\tan t$	$\frac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$

3. STATISTIQUE DESCRIPTIVE :a) Moyenne arithmétique :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} x_i \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=k} n_i \bar{x}_i$$

b) Variance et écart-type :

$$V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 \right) - \bar{x}^2 \quad \sigma = \sqrt{V}$$

c) Ajustement affine par la méthode des moindres carrés :

Covariance:

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i \right) - \bar{x} \bar{y}$$

$$y = ax + b, \text{ où } a = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} \quad ; \quad x = a'y + b', \text{ où } a' = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2}$$

d) Corrélation linéaire :

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$

4. PROBABILITES :

a) Loi binomiale :

$$P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k} \quad \text{où} \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\mathbb{E}(X) = np$$

$$\sigma(X) = \sqrt{npq}$$

b) Loi de Poisson :

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

$$E(X) = \lambda \quad V(X) = \lambda$$

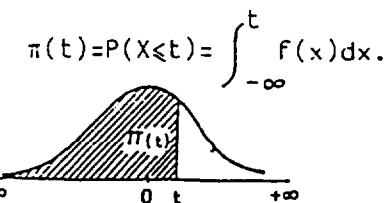
λ	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
k					
0	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488
1	0.1637	0.2222	0.2681	0.3032	0.3293
2	0.0163	0.0333	0.0536	0.0758	0.0988
3	0.0011	0.0033	0.0071	0.0126	0.0198
4		0.0002	0.0007	0.0015	0.0030
5			0.0001	0.0001	0.0003

e) Loi normale :

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTRÉE, REDUITE $\mathcal{P}(0,1)$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,985 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Note. — La table donne les valeurs de $\Pi(t)$ pour t positif. Lorsque t est négatif il faut prendre le complément à l'unité de la valeur lue dans la table.

*Exemple : pour $t = 1,37$ $\Pi(t = 1,37) = 0,9147$
pour $t = -1,37$ $\Pi(t = -1,37) = 0,0853$*