

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR
CONCEPTION DE PRODUITS INDUSTRIELS

Session 2000

Épreuve de mathématiques

26 mai 2000

CODE : CPMAT

DURÉE : 3 heures

COEFFICIENT : 2

BTS CONCEPTION DE PRODUITS INDUSTRIELS		SESSION 2000
CODE : CPMAT	DUREE : 3 h	COEFFICIENT : 2
EPREUVE : MATHÉMATIQUES		Page 1 sur 6

Les calculatrices de poche sont autorisées conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.
La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 (6 points)

Les trois questions de cet exercice sont indépendantes.

Une entreprise industrielle utilise de grandes quantités d'un certain type de boulons. Un contrôle de qualité consiste à vérifier que le diamètre de la tête ou le diamètre du pied d'un boulon est conforme à la norme en vigueur.

Dans ce qui suit, tous les résultats approchés seront donnés à 10^{-2} près.

1° Un boulon de ce type est considéré comme conforme pour le diamètre de sa tête si celui-ci est, en millimètres, compris entre 25,30 et 25,70.

On note D la variable aléatoire qui, à chaque boulon choisi au hasard dans un lot très important, associe le diamètre de sa tête.

On suppose que D suit la loi normale de moyenne 25,50 et d'écart type 0,10.

Déterminer la probabilité qu'un boulon choisi au hasard dans le lot soit conforme pour le diamètre de la tête.

2° Dans un lot de ce type de boulons, 96% ont le diamètre de la tête conforme.

On prélève au hasard 10 boulons de ce lot pour vérification du diamètre de leur tête. Le stock est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 10 boulons.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 10 boulons, associe le nombre de boulons conformes pour le diamètre de la tête.

a) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.

b) Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au plus un boulon ne soit pas conforme pour le diamètre de la tête.

3° Dans cette question, on veut contrôler la moyenne μ de l'ensemble des diamètres, en mm, des pieds de boulons constituant un stock très important ; on se propose de construire un test d'hypothèse.

On note Y la variable aléatoire qui, à chaque boulon tiré au hasard dans le stock, associe le diamètre, en mm, de son pied.

La variable aléatoire Y suit la loi normale de moyenne inconnue μ et d'écart type $\sigma = 0,1$.

On désigne par \bar{Y} la variable aléatoire qui, à chaque échantillon aléatoire de 100 boulons prélevé dans un stock, associe la moyenne des diamètres des pieds de ces 100 boulons (le stock est assez important pour que l'on puisse assimiler ces prélèvements à des tirages avec remise).

BTS CONCEPTION DE PRODUITS INDUSTRIELS		SESSION 2000
CODE : CPMAT	DUREE : 3 h	COEFFICIENT : 2
EPREUVE : MATHÉMATIQUES		Page 2 sur 6

L'hypothèse nulle est $H_0 : \mu = 10$. Dans ce cas les boulons du stock sont conformes pour le diamètre de leur pied.

L'hypothèse alternative est $H_1 : \mu \neq 10$.

Le seuil de signification du test est fixé à 0,05.

- a) Justifier que, sous l'hypothèse nulle H_0 , \bar{Y} suit la loi normale de moyenne 10 et d'écart type 0,01.
- b) Sous l'hypothèse nulle H_0 , déterminer le nombre réel positif h tel que $P(10 - h \leq \bar{Y} \leq 10 + h) = 0,95$.
- c) Enoncer la règle de décision permettant d'utiliser ce test.
- d) On prélève un échantillon de 100 boulons et on observe que, pour cet échantillon, la moyenne des diamètres des pieds est $\bar{y}=10,03$.
Peut-on, au risque de 5%, conclure que les boulons du stock sont conformes pour le diamètre de leur pied ?

BTS CONCEPTION DE PRODUITS INDUSTRIELS		SESSION 2000
CODE : CPMAT	DUREE : 3 h	COEFFICIENT : 2
EPREUVE : MATHEMATIQUES		Page 3 sur 6

EXERCICE 2 (8 points)

L'objectif de cet exercice est de résoudre une équation différentielle dont une solution particulière est susceptible de définir une fonction de densité en probabilités.

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

A. Résolution d'une équation différentielle

On considère l'équation différentielle (E) : $y'' - 4y = -\frac{16}{3}e^{-2x}$ où y est une fonction de la variable réelle x , définie et deux fois dérivable sur \mathbb{R} , y' la fonction dérivée de y et y'' sa fonction dérivée seconde.

1° Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle (E₀) : $y'' - 4y = 0$.

2° Vérifier que la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \frac{4}{3}xe^{-2x}$ est une solution particulière de l'équation différentielle (E).

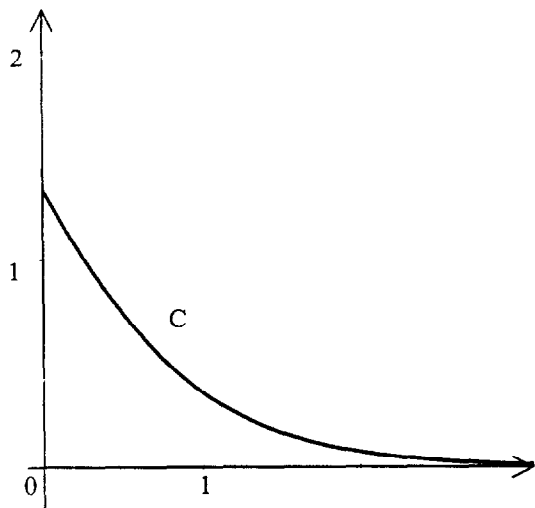
3° En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).

4° Déterminer la solution particulière h de l'équation différentielle (E) vérifiant les conditions

$$h(0) = \frac{4}{3} \text{ et } h'(0) = -\frac{4}{3}.$$

B. Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{4}{3}(1+x)e^{-2x}$.



Une représentation graphique C de f , dans un repère orthogonal, est donnée ci-contre.

1° Le graphique suggère un sens de variation pour la fonction f . L'objet de cette question est de justifier ce résultat.

a) Démontrer que, pour tout x de $[0, +\infty[$,

$$f'(x) = -\frac{4}{3}(2x+1)e^{-2x}.$$

b) En déduire le sens de variation de f sur $[0, +\infty[$.

2° Le graphique permet d'envisager une asymptote en $+\infty$ pour la courbe C. A partir de l'expression de $f(x)$, déterminer une limite de f justifiant cette propriété graphique.

3° a) A l'aide du développement limité au voisinage de 0 de la fonction exponentielle $t \mapsto e^t$, donner le développement limité à l'ordre 3 au voisinage de 0 de la fonction : $x \mapsto e^{-2x}$.

b) En déduire que le développement limité à l'ordre 3 au voisinage de 0 de la fonction f est :

$$f(x) = \frac{4}{3} - \frac{4}{3}x + \frac{8}{9}x^2 + x^3\varepsilon(x) \text{ avec } \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0.$$

BTS CONCEPTION DE PRODUITS INDUSTRIELS		SESSION 2000
CODE : CPMAT	DURÉE : 3 h	COEFFICIENT : 2
EPREUVE : MATHÉMATIQUES		Page 4 sur 6

c) En déduire une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0 et la position relative de C et T, pour x positif au voisinage de 0.

4° a) A l'aide d'une intégration par parties, calculer la valeur exacte de l'intégrale :

$$I = \int_0^3 f(x) dx .$$

Donner une valeur approchée, arrondie au centième, de l'intégrale I.

Donner une interprétation graphique de l'intégrale I.

b) Sur l'écran d'une calculatrice, équipée d'un logiciel particulier (calcul formel), on lit le résultat suivant, où t est un nombre réel positif quelconque :

$$\int_0^t f(x) dx = \left(-\frac{2}{3}t - 1\right) e^{-2t} + 1.$$

Ce résultat est admis ici et n'a donc pas à être démontré.

Déterminer $\lim_{t \rightarrow +\infty} \left(-\frac{2}{3}t - 1\right) e^{-2t}$.

c) Soit $A(t)$ l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan limitée par les axes de coordonnées, la courbe C, et la droite d'équation $x = t$ où t est un nombre réel positif.

Déterminer $J = \lim_{t \rightarrow +\infty} A(t)$.

d) Déterminer la valeur exacte de $J - I$ où $I = A(3)$ a été calculé à la question 4° a), et en déduire la double inégalité : $0 \leq J - I \leq 10^{-2}$.

Donner, à l'aide d'une phrase, une interprétation graphique de $J - I$.

BTS CONCEPTION DE PRODUITS INDUSTRIELS		SESSION 2000
CODE : CPMAT	DUREE : 3 h	COEFFICIENT : 2
EPREUVE : MATHÉMATIQUES		Page 5 sur 6

EXERCICE 3 (6 points)

Dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 4 centimètres, on donne les quatre points suivants par leurs coordonnées :

$$A(-1, 0) \qquad B(0, 3) \qquad C(2, 2) \qquad D(3, 1).$$

Le but de l'exercice est de déterminer et de tracer une courbe possédant les propriétés suivantes :

- elle passe par A et D ;
- elle admet \vec{AB} pour vecteur tangent au point A ;
- elle admet \vec{DC} pour vecteur tangent au point D.

Pour tout nombre t de l'intervalle $[0,1]$, soit M le point défini par :

$$\vec{OM} = (1-t)^3 \vec{OA} + 3t(1-t)^2 \vec{OB} + 3t^2(1-t) \vec{OC} + t^3 \vec{OD}.$$

1° Calculer en fonction de t les coordonnées du point M.

2° On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0,1]$ par :

$$f(t) = -1 + 3t + 3t^2 - 2t^3 \text{ et } g(t) = 9t - 12t^2 + 4t^3.$$

Etudier les variations des fonctions f et g sur l'intervalle $[0,1]$ et rassembler les résultats dans un tableau unique.

3° On note Γ la courbe, dans le repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, dont un système d'équations

$$\text{paramétriques est } \begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases} \text{ où } t \text{ appartient à l'intervalle } [0,1].$$

- a) Montrer que la courbe Γ admet \vec{AB} pour vecteur tangent au point A et \vec{DC} pour vecteur tangent au point D.
- b) Tracer avec précision sur une feuille de papier millimétré les vecteurs \vec{AB} et \vec{DC} , puis la courbe Γ (on rappelle que l'unité graphique du repère orthonormal est 4 cm).

La courbe Γ ainsi obtenue est la courbe de Bézier dont A, B, C, D sont les points de définition ; les courbes de Bézier sont un des modèles de base intervenant dans les logiciels de conception assistée par ordinateur (CAO) utilisés notamment en mécanique, en aéronautique et dans l'industrie automobile.

BTS CONCEPTION DE PRODUITS INDUSTRIELS		SESSION 2000
CODE : CPMAT	DUREE : 3 h	COEFFICIENT : 2
EPREUVE : MATHÉMATIQUES		Page 6 sur 6

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

BTS CONCEPTION DE PRODUITS INDUSTRIELS

1. RELATIONS FONCTIONNELLES

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b, \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$$

$$a^t = e^{t \ln a}, (a > 0)$$

$$t^\alpha = e^{\alpha \ln t}, (t > 0)$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(2t) = 2 \cos^2 t - 1 = 1 - 2 \sin^2 t$$

$$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$e^{it} = \cos t + i \sin t$$

$$\cos t = \frac{1}{2} (e^{it} + e^{-it}), \quad \text{ch } t = \frac{1}{2} (e^t + e^{-t})$$

$$\sin t = \frac{1}{2i} (e^{it} - e^{-it}), \quad \text{sh } t = \frac{1}{2} (e^t - e^{-t})$$

$$e^{a+ib} = e^{\alpha} (\cos(\beta t) + i \sin(\beta t)), \text{ où } a = \alpha + i\beta$$

2. CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL

a) Limites usuelles

Comportement à l'infini

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} e^t = 0 ;$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$$

Comportement à l'origine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0 ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0.$$

Croissances comparées à l'infini

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$$

b) Dérivées et primitives

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\frac{1}{t}$	$\text{ch } t$	$\text{sh } t$
e^t	e^t	$\text{sh } t$	$\text{ch } t$
$t^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha t^{\alpha-1}$	$\text{Arc sin } t$	$\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
$\sin t$	$\cos t$	$\text{Arc tan } t$	$\frac{1}{1+t^2}$
$\cos t$	$-\sin t$	$e^{at} \ (a \in \mathbb{C})$	ae^{at}
$\tan t$	$\frac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$		

Opérations

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = k u'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \quad u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(u^a)' = a u^{a-1} u'$$

e) Calcul intégral

Valeur moyenne de f sur $[a, b]$:

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t) v'(t) dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t) v(t) dt$$

d) Développements limités

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \dots + \frac{t^n}{n!} + t^n \epsilon(t)$$

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 - \dots + (-1)^n t^n + t^n \epsilon(t)$$

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n} + t^n \epsilon(t)$$

$$\sin t = \frac{t}{1!} - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots + (-1)^p \frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + t^{2p+1} \epsilon(t)$$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \dots + (-1)^p \frac{t^{2p}}{(2p)!} + t^{2p} \epsilon(t)$$

$$(1+t)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!} t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} t^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} t^n + t^n \epsilon(t)$$

e) Equations différentielles

Equations	Solutions sur un intervalle I
$a(t) x' + b(t) x = 0$	$f(t) = ke^{-G(t)}$ où G est une primitive de $t \mapsto \frac{b(t)}{a(t)}$
$ax'' + bx' + cx = 0$ équation caractéristique :	Si $\Delta > 0$, $f(t) = \lambda e^{r_1 t} + \mu e^{r_2 t} \dots$ où r_1 et r_2 sont les racines de l'équation caractéristique
	Si $\Delta = 0$, $f(t) = (\lambda t + \mu) e^{rt} \dots$ où r est la racine double de l'équation caractéristique
$ar^2 + br + c = 0$ de discriminant Δ	Si $\Delta < 0$, $f(t) = [\lambda \cos(\beta t) + \mu \sin(\beta t)] e^{\alpha t}$ où $r_1 = \alpha + i\beta$ et $r_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.

3. SERIES DE FOURIER :

f : fonction périodique de période T ;

développement en série de Fourier :

$$s(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} (a_k \cos(k \omega t) + b_k \sin(k \omega t)) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{in \omega t}, \quad (k \in \mathbf{N}^*, n \in \mathbf{Z}).$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) dt; \quad a_k = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(t) \cos(k \omega t) dt; \quad b_k = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(t) \sin(k \omega t) dt.$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) e^{-in \omega t} dt \quad (n \in \mathbf{Z}); \quad c_0 = a_0; \quad \frac{a_k - ib_k}{2} = c_k; \quad \frac{a_k + ib_k}{2} = c_{-k} \quad (k \in \mathbf{N}^*).$$

4. PROBABILITES

a) Loi binomiale $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ où $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$; $E(X) = np$; $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

b) Loi de Poisson

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$V(X) = \lambda$$

$k \backslash \lambda$	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
0	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488
1	0.1637	0.2222	0.2681	0.3033	0.3293
2	0.0164	0.0333	0.0536	0.0758	0.0988
3	0.0011	0.0033	0.0072	0.0126	0.0198
4	0.0000	0.0003	0.0007	0.0016	0.0030
5		0.0000	0.0001	0.0002	0.0004
6			0.0000	0.0000	0.0000

$k \backslash \lambda$	1	1.5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.368	0.223	0.135	0.050	0.018	0.007	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
1	0.368	0.335	0.271	0.149	0.073	0.034	0.015	0.006	0.003	0.001	0.000
2	0.184	0.251	0.271	0.224	0.147	0.084	0.045	0.022	0.011	0.005	0.002
3	0.061	0.126	0.180	0.224	0.195	0.140	0.089	0.052	0.029	0.015	0.008
4	0.015	0.047	0.090	0.168	0.195	0.176	0.134	0.091	0.057	0.034	0.019
5	0.003	0.014	0.036	0.101	0.156	0.176	0.161	0.128	0.092	0.061	0.038
6	0.001	0.004	0.012	0.050	0.104	0.146	0.161	0.149	0.122	0.091	0.063
7	0.000	0.001	0.003	0.022	0.060	0.104	0.138	0.149	0.140	0.117	0.090
8		0.000	0.001	0.008	0.030	0.065	0.103	0.130	0.140	0.132	0.113
9			0.000	0.003	0.013	0.036	0.069	0.101	0.124	0.132	0.125
10				0.001	0.005	0.018	0.041	0.071	0.099	0.119	0.125
11				0.000	0.002	0.008	0.023	0.045	0.072	0.097	0.114
12					0.001	0.003	0.011	0.026	0.048	0.073	0.095
13					0.000	0.001	0.005	0.014	0.030	0.050	0.073
14						0.000	0.002	0.007	0.017	0.032	0.052
15							0.001	0.003	0.009	0.019	0.035
16							0.000	0.001	0.005	0.011	0.022
17								0.001	0.002	0.006	0.013
18								0.000	0.001	0.003	0.007
19									0.000	0.001	0.004
20										0.001	0.002
21										0.000	0.001
22											0.000

c) Loi exponentielle

Fonction de fiabilité : $R(t) = e^{-\lambda t}$

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \text{ (M.T.B.F.)}$$

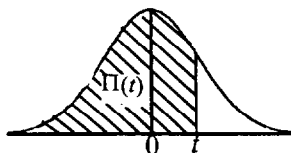
$$\sigma(X) = \frac{1}{\lambda}$$

d) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE $n(0,1)$

$$\Pi(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota : $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$