

**E4 : ANALYSE ET CALCUL DES STRUCTURES**

**Coefficient : 6**

**Sous-épreuve : MÉCANIQUE**

**(unité U 41)**

**Durée : 4 heures**

**Coefficient : 3**

*Le dossier technique d'étude est commun aux épreuves E4 et E5*

**DOCUMENTS AUTORISÉS**

- Catalogues de profilés
- Règlements CM 66 ; NV 65 ; N84 ; Add 80 ; NF de CM  
NFP 22-430 / NF P 22-460 / NFP 22-470
- Extraits des documents désignés ci-dessus
- Tableau des intégrales de Mohr

**CONTENU DU DOSSIER**

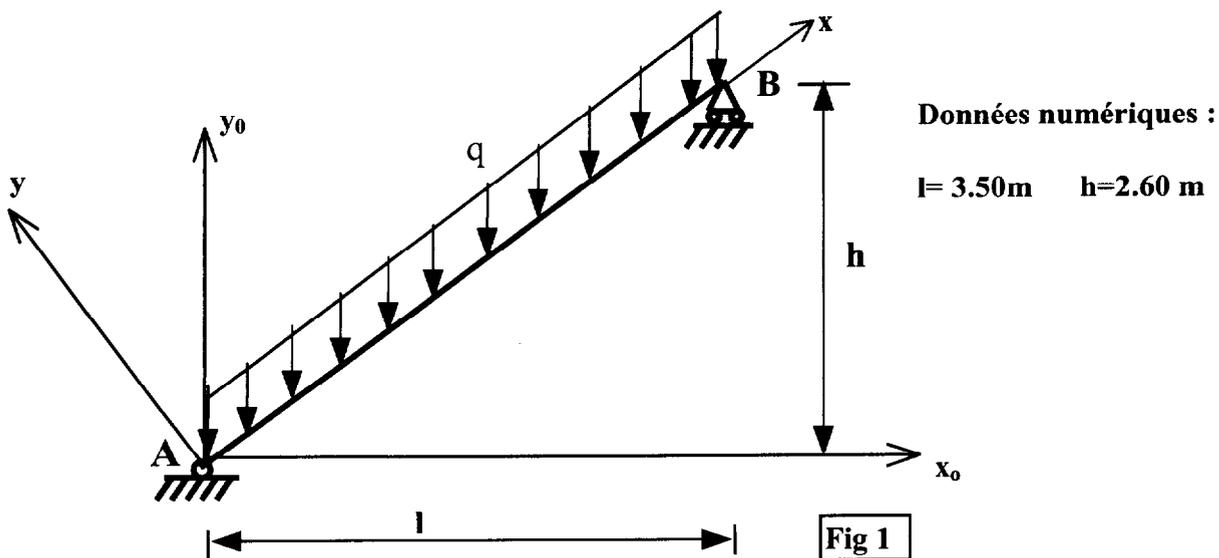
- Dossier technique d'étude : 5 pages
- Sujet : 7 pages

**Remarque** : les parties peuvent être traitées séparément.

## 1) ETUDE D'UN ESCALIER

L'étude porte sur un escalier destiné à la communication entre RDC et plancher supérieur, situé entre les files C et D. Le schéma mécanique retenu tient compte des conditions aux limites imposées par la conception technologique : la poutre est articulée à sa base en A et repose sur un appui simple vertical au point B. (voir figure 1)

La poutre est uniformément chargée par une charge  $q$  verticale.



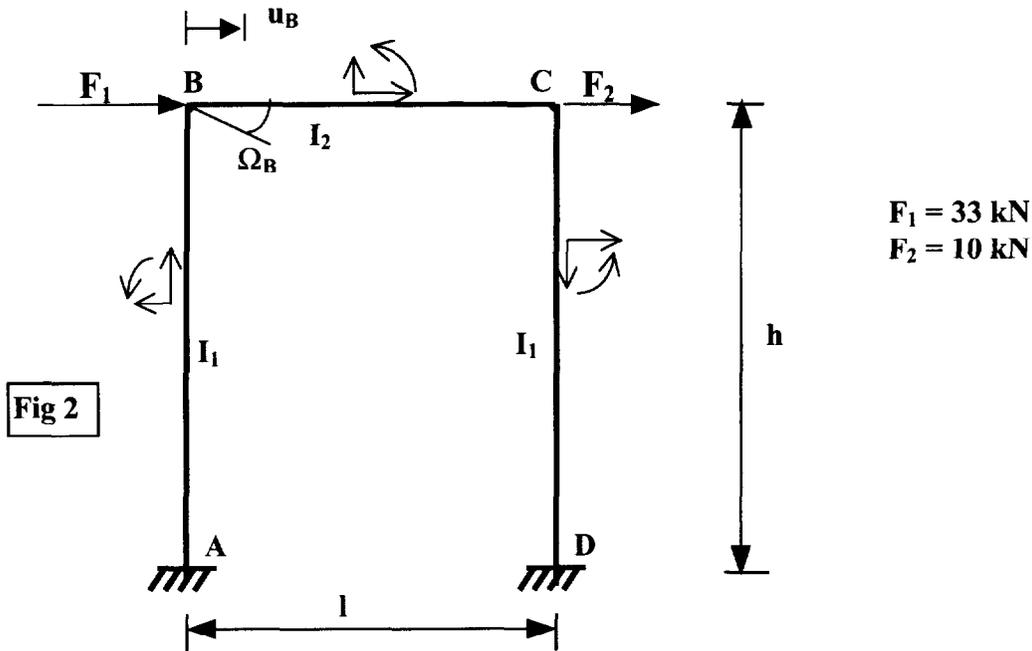
### Travail demandé :

- 1.1) Déterminer l'expression littérale des réactions d'appuis en fonction de  $q$  dans le repère global (A,  $x_0$ ,  $y_0$ )
- 1.2) **Etude des sollicitations :  $q = 2,6\text{ kN/m}$**   
Déterminer les diagrammes d'Efforts Normaux  $N(x)$ , d'Efforts Tranchants  $V(x)$  et de Moments Fléchissants  $M(x)$  dans le repère local de la poutre (A,  $x, y$ ).
- 1.3) **Calcul de flèche :  $q = 1,8\text{ kN/m}$**   
Déterminer la flèche maximale de la poutre suivant  $y$ .

## 2) ETUDE DU CONTREVENTEMENT PAR PORTIQUE

La mise en place de fenêtres dans les trois travées AB, BC et CD du 1<sup>er</sup> niveau impose un contreventement par portique encasturé en pied situé dans la 2<sup>ème</sup> travée.

Le schéma mécanique peut alors se résumer à une force ponctuelle  $F_1$  due au vent en surpression, associée à une force ponctuelle  $F_2$  due au vent en dépression. (figure 2)



### Travail demandé :

- 2.1) Donner le nombre de degrés de liberté de la structure .  
 Justifier l'hypothèse que  $\Omega_B = \Omega_C$ .  
 On conservera pour la suite les 2 inconnues cinématiques  $\Omega_B$  et  $u_B$ .
- 2.2) Ecrire les équations de rigidité élémentaires de toutes les barres :  $M_{AB}$  ,  $M_{BA}$  ,  $M_{BC}$  ,  $M_{CB}$  ,  $M_{CD}$  ,  $M_{DC}$ .

### Equations intrinsèques pour une barre i-j

Les moments (action aux nœuds sur la barre) dans le repère local d'une barre i-j, de longueur L, de moment quadratique I et supposée bi-encasturée sont :

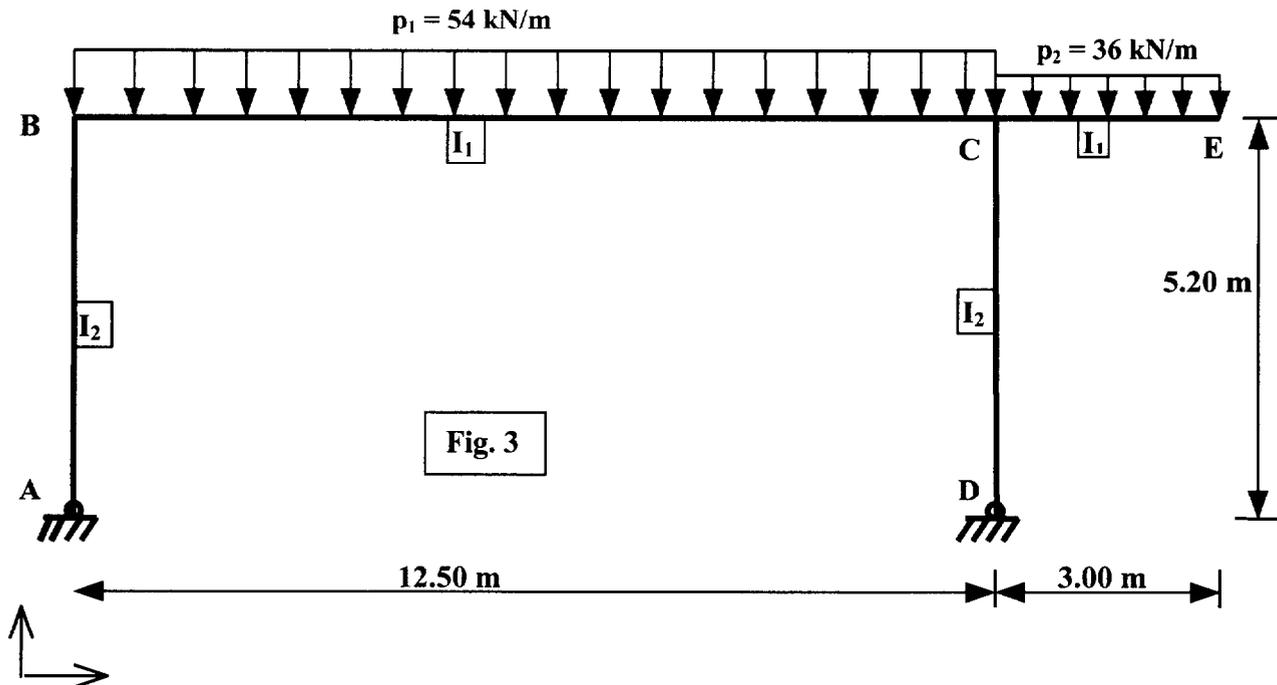
$M_{ij} = \frac{4EI}{L} \omega_i + \frac{2EI}{L} \omega_j + \frac{6EI}{L} (v_i - v_j) + M_{ij}^0$ $M_{ji} = \frac{2EI}{L} \omega_i + \frac{4EI}{L} \omega_j - \frac{6EI}{L} (v_j - v_i) + M_{ji}^0$	<p><math>\omega_i</math> et <math>\omega_j</math> sont les rotations des nœuds i et j</p> <p><math>v_i</math> et <math>v_j</math> sont les déplacements verticaux des nœuds i et j</p> <p><math>M_{ij}^0</math> et <math>M_{ji}^0</math> sont les moments dus aux chargements extérieurs.</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Dans le tableau des équations intrinsèques, **par convention**, les moments, les rotations et les déplacements verticaux sont donnés positifs dans les formules par rapport au repère local de la barre i-j

- 2.3) Ecrire l'équation d'équilibre du nœud B relative à  $\Omega_B$ .  
Ecrire l'équation d'équilibre relative à  $u_B$ .
- 2.4) Dédurre des 2 équations d'équilibre de la question 2.3), le système d'équations en  $\Omega_B$  et  $u_B$  de la structure.  
Résoudre alors ce système.  
**Données numériques :**  $l = 5 \text{ m}$      $h = 5.80 \text{ m}$      $F_1 = 33 \text{ kN}$      $F_2 = 10 \text{ kN}$   
**Montants AB,CD :** HEA 340 suivant l'inertie forte  
**Traverse BC :** IPE 360 suivant l'inertie forte
- 2.5) On prendra pour la suite du problème :  $\Omega_B = - 0.001222 \text{ rad}$      $u_B = 9.55 \text{ mm}$   
**Le sens positif en rotation est le sens trigonométrique.**  
En déduire les réactions d'appuis et tracer le diagramme des moments fléchissants dans la structure.

**3) INFLUENCE DU PLANCHER SUR LE PORTIQUE DU RDC**

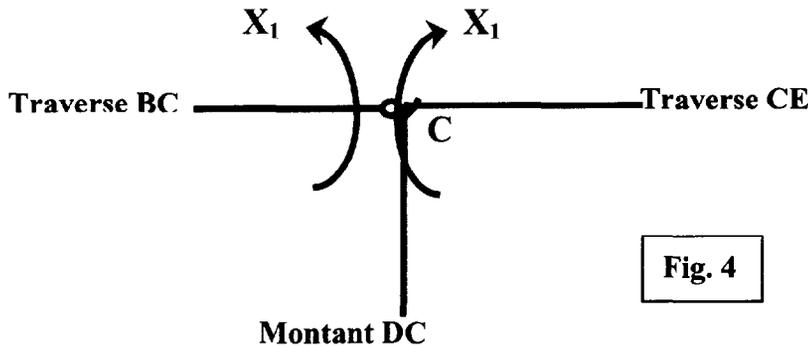
On se propose d'étudier le portique de la file 2 du RDC sous l'action du poids propre du plancher et de la surcharge sur ce plancher.  
Le modèle mécanique retenu est donné à la **figure 3**.  
On suppose que les montants ont même moment d'inertie  $I_2$  (IPE 360) et les traverses ont même moment d'inertie  $I_1$  (IPE 500).



**Travail demandé :**

On veut calculer les réactions d'appuis par la méthode des forces (ou des coupures). On impose comme système isostatique, le même système qu'en figure 3, en remplaçant la liaison rigide en C par l'articulation donnée sur la figure 4.

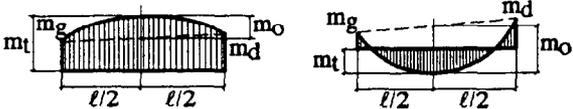
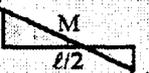
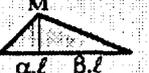
L'inconnue hyperstatique sera alors le moment dans la traverse au point C :  $M_C$ , notée  $X_1$  (voir fig 4)



On retient donc l'inconnue hyperstatique  $X_1$  (moment en C dans la traverse BC).

- 3.1) Déterminer le degré d'hyperstaticité de la structure.
- 3.2) Effectuer le schéma de la structure isostatique associée ( $S_0$ ) avec le chargement extérieur.  
Tracer alors le diagramme des moments fléchissants de cette structure isostatique associée.
- 3.3) Tracer le diagramme des moments fléchissants de la structure  $S_1$  (**Système auxiliaire**) chargée par un moment unitaire  $X_1 = 1$ .
- 3.4) En négligeant les déformations d'efforts tranchants et d'efforts normaux, calculer l'inconnue hyperstatique à l'aide des tableaux d'intégrales de Mohr données en **annexes 1 et 2**.  
En déduire la valeur des réactions d'appuis.
- 3.5) Tracer les diagrammes de moments fléchissants, efforts tranchants et efforts normaux pour le chargement étudié.

INTÉGRALES DE MOHR											
résultat x l/EI						$\alpha \cdot l \quad \beta \cdot l$ $\alpha + \beta = 1$					
	Mm	1/2 M(m <sub>g</sub> + m <sub>d</sub> )	1/2 M(m <sub>g</sub> + m <sub>d</sub> )	1/2 Mm <sub>g</sub>	1/2 Mm <sub>d</sub>	1/2 Mm	1/3 Mm <sub>g</sub>	1/3 Mm <sub>d</sub>	2/3 Mm <sub>g</sub>	2/3 Mm <sub>d</sub>	2/3 Mm
	1/2 m(M <sub>g</sub> + M <sub>d</sub> )	1/6 (2M <sub>g</sub> m <sub>g</sub> + M <sub>g</sub> m <sub>d</sub> + M <sub>d</sub> m <sub>g</sub> + 2M <sub>d</sub> m <sub>d</sub> )	1/6 (2M <sub>g</sub> m <sub>g</sub> + M <sub>g</sub> m <sub>d</sub> + M <sub>d</sub> m <sub>g</sub> + 2M <sub>d</sub> m <sub>d</sub> )	1/6 m <sub>g</sub> (2M <sub>g</sub> + M <sub>d</sub> )	1/6 m <sub>d</sub> (M <sub>g</sub> + 2M <sub>d</sub> )	1/6 m(M <sub>g</sub> (1 + β) + M <sub>d</sub> (1 + α))	1/12 m <sub>g</sub> (3M <sub>g</sub> + M <sub>d</sub> )	1/12 m <sub>d</sub> (3M <sub>d</sub> + M <sub>g</sub> )	1/12 m <sub>g</sub> (5M <sub>g</sub> + 3M <sub>d</sub> )	1/12 m <sub>d</sub> (3M <sub>d</sub> + 5M <sub>g</sub> )	1/3 m(M <sub>g</sub> + M <sub>d</sub> )
	1/2 m(M <sub>g</sub> + M <sub>d</sub> )	1/6 (2M <sub>g</sub> m <sub>g</sub> + M <sub>g</sub> m <sub>d</sub> + M <sub>d</sub> m <sub>g</sub> + 2M <sub>d</sub> m <sub>d</sub> )	1/6 (2M <sub>g</sub> m <sub>g</sub> + M <sub>g</sub> m <sub>d</sub> + M <sub>d</sub> m <sub>g</sub> + 2M <sub>d</sub> m <sub>d</sub> )	1/6 m <sub>g</sub> (2M <sub>g</sub> + M <sub>d</sub> )	1/6 m <sub>d</sub> (M <sub>g</sub> + 2M <sub>d</sub> )	1/6 m(M <sub>g</sub> (1 + β) + M <sub>d</sub> (1 + α))	1/12 m <sub>g</sub> (3M <sub>g</sub> + M <sub>d</sub> )	1/12 m <sub>d</sub> (3M <sub>d</sub> + M <sub>g</sub> )	1/12 m <sub>g</sub> (5M <sub>g</sub> + 3M <sub>d</sub> )	1/12 m <sub>d</sub> (3M <sub>d</sub> + 5M <sub>g</sub> )	1/3 m(M <sub>g</sub> + M <sub>d</sub> )
	1/2 M <sub>g</sub> m	1/6 M <sub>g</sub> (2m <sub>g</sub> + m <sub>d</sub> )	1/6 M <sub>g</sub> (2m <sub>g</sub> + m <sub>d</sub> )	1/3 M <sub>g</sub> m <sub>g</sub>	1/6 M <sub>g</sub> m <sub>d</sub>	1/6 M <sub>g</sub> m(1 + β)	1/4 M <sub>g</sub> m <sub>g</sub>	1/12 M <sub>g</sub> m <sub>d</sub>	5/12 M <sub>g</sub> m <sub>g</sub>	1/4 M <sub>g</sub> m <sub>d</sub>	1/3 M <sub>g</sub> m
	1/2 M <sub>d</sub> m	1/6 M <sub>d</sub> (m <sub>g</sub> + 2m <sub>d</sub> )	1/6 M <sub>d</sub> (m <sub>g</sub> + 2m <sub>d</sub> )	1/6 M <sub>d</sub> m <sub>g</sub>	1/3 M <sub>d</sub> m <sub>d</sub>	1/6 M <sub>d</sub> m(1 + α)	1/12 M <sub>d</sub> m <sub>g</sub>	1/4 M <sub>d</sub> m <sub>d</sub>	1/4 M <sub>d</sub> m <sub>g</sub>	5/12 M <sub>d</sub> m <sub>d</sub>	1/3 M <sub>d</sub> m
	1/2 Mm	1/6 M[m <sub>g</sub> (1 + β) + m <sub>d</sub> (1 + α)]	1/6 M[m <sub>g</sub> (1 + β) + m <sub>d</sub> (1 + α)]	1/6 Mm <sub>g</sub> (1 + β)	1/6 Mm <sub>d</sub> (1 + α)	1/3 Mm	1/12 Mm <sub>g</sub> (1 + β + β <sup>2</sup> )	1/12 Mm <sub>d</sub> (1 + α + α <sup>2</sup> )	1/12 Mm <sub>g</sub> (5 - α - α <sup>2</sup> )	1/12 Mm <sub>d</sub> (5 - β - β <sup>2</sup> )	1/3 Mm(1 + αβ)
	1/3 M <sub>g</sub> m	1/12 M <sub>g</sub> (3m <sub>g</sub> + m <sub>d</sub> )	1/12 M <sub>g</sub> (3m <sub>g</sub> + m <sub>d</sub> )	1/4 M <sub>g</sub> m <sub>g</sub>	1/12 M <sub>g</sub> m <sub>d</sub>	1/12 M <sub>g</sub> m(1 + β + β <sup>2</sup> )	1/30 M <sub>g</sub> m <sub>g</sub>	1/30 M <sub>g</sub> m <sub>d</sub>	3/10 M <sub>g</sub> m <sub>g</sub>	2/15 M <sub>g</sub> m <sub>d</sub>	1/5 M <sub>g</sub> m
	1/3 M <sub>d</sub> m	1/12 M <sub>d</sub> (m <sub>g</sub> + 3m <sub>d</sub> )	1/12 M <sub>d</sub> (m <sub>g</sub> + 3m <sub>d</sub> )	1/12 M <sub>d</sub> m <sub>g</sub>	1/4 M <sub>d</sub> m <sub>d</sub>	1/12 M <sub>d</sub> m(1 + α + α <sup>2</sup> )	1/30 M <sub>d</sub> m <sub>g</sub>	1/5 M <sub>d</sub> m <sub>d</sub>	2/15 M <sub>d</sub> m <sub>g</sub>	3/10 M <sub>d</sub> m <sub>d</sub>	1/5 M <sub>d</sub> m
	2/3 M <sub>g</sub> m	1/12 M <sub>g</sub> (5m <sub>g</sub> + 3m <sub>d</sub> )	1/12 M <sub>g</sub> (5m <sub>g</sub> + 3m <sub>d</sub> )	5/12 M <sub>g</sub> m <sub>g</sub>	1/4 M <sub>g</sub> m <sub>d</sub>	1/12 M <sub>g</sub> m(5 - α - α <sup>2</sup> )	3/10 M <sub>g</sub> m <sub>g</sub>	2/15 M <sub>g</sub> m <sub>d</sub>	8/15 M <sub>g</sub> m <sub>g</sub>	11/30 M <sub>g</sub> m <sub>d</sub>	7/15 M <sub>g</sub> m
	2/3 M <sub>d</sub> m	1/12 M <sub>d</sub> (3m <sub>g</sub> + 5m <sub>d</sub> )	1/12 M <sub>d</sub> (3m <sub>g</sub> + 5m <sub>d</sub> )	1/4 M <sub>d</sub> m <sub>g</sub>	5/12 M <sub>d</sub> m <sub>d</sub>	1/12 M <sub>d</sub> m(5 - β - β <sup>2</sup> )	2/15 M <sub>d</sub> m <sub>g</sub>	3/10 M <sub>d</sub> m <sub>d</sub>	11/30 M <sub>d</sub> m <sub>g</sub>	8/15 M <sub>d</sub> m <sub>d</sub>	7/15 M <sub>d</sub> m
	2/3 Mm	1/3 M(m <sub>g</sub> + m <sub>d</sub> )	1/3 M(m <sub>g</sub> + m <sub>d</sub> )	1/3 Mm <sub>g</sub>	1/3 Mm <sub>d</sub>	1/3 Mm(1 + αβ)	1/5 Mm <sub>g</sub>	1/5 Mm <sub>d</sub>	7/15 Mm <sub>g</sub>	7/15 Mm <sub>d</sub>	8/15 Mm

<b>INTÉGRALES DE MOHR</b> résultat x $l/EI$	$\frac{1}{l} \int M^2 \cdot dx$	
	$M^2$	$1/6 M(mg + 4mt + md)$
	$1/3 (Mg^2 + Mg \cdot Md + Md^2)$	$1/6 (Mg \cdot mg + 4M \cdot mt + Md \cdot md)$
	$1/3 (Mg^2 + Mg \cdot Md + Md^2)$	$1/6 (Mg \cdot mg + 4M \cdot mt + Md \cdot md)$
	$1/3 Mg^2$	$1/6 Mg(mg + 2mt)$
	$1/3 Md^2$	$1/6 Md(2mt + md)$
	$1/3 M^2$	Dans le cas particulier:  $1/24 M(mg + 10mt + md)$
	$1/5 Mg^2$	$1/60 Mg[5(3mg + md) + 12mo]$
	$1/5 Md^2$	$1/60 Md[5(mg + 3md) + 12mo]$
	$8/15 Mg^2$	$1/60 Mg[5(5mg + 3md) + 28mo]$ ou $1/60 Mg(11mg + md + 28mt)$
	$8/15 Md^2$	$1/60 Md[5(3mg + 5md) + 28mo]$ ou $1/60 Md(mg + 11md + 28mt)$
	$8/15 M^2$	$1/15 M[5(mg + md) + 8mo]$