GAPHYS

Session 2001

BTS GÉOLOGIE APPLIQUÉE

SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures *Coefficient : 1,5*

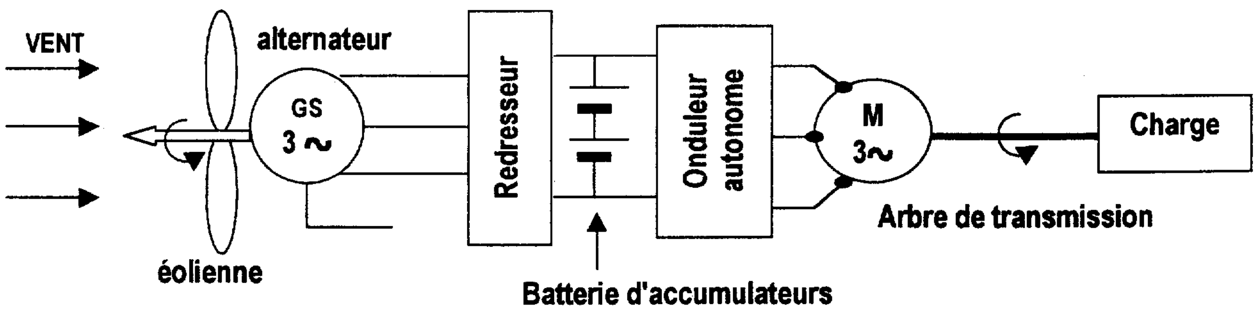
L'USAGE DES INSTRUMENTS DE CALCUL
ET DU FORMULAIRE OFFICIEL DE MATHÉMATIQUES EST AUTORISÉ.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien
3 pages numérotées de 1/3 à 3/3.

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

PROBLÈME 1 : ÉNERGIE ÉOLIENNE

Sur un site isolé, on utilise l'énergie d'une éolienne pour alimenter un récepteur triphasé entraînant une charge.
Le schéma de principe du circuit électrique est le suivant :



Les cinq parties de ce problème peuvent être traitées séparément.

1) L'alternateur à vide

a) Le rotor de l'éolienne entraîne un alternateur triphasé, à aimants permanents, couplé en étoile. La fréquence de rotation nominale du rotor est de 300 $tr \cdot min^{-1}$.
Quel est le nombre de paire(s) de pôles de l'alternateur sachant que l'alternateur triphasé produit des f.é.m. de fréquence $f = 40$ Hz ?

b) Cette machine synchrone comporte 40 conducteurs par enroulement. Le flux sous un pôle est de 120 mWb et le coefficient de Kapp est égal à 2,1
Quelle est la valeur efficace E de la f.é.m. induite aux bornes de chaque enroulement statorique ?

2) Stockage de l'énergie

Quel est l'intérêt de stocker de l'énergie électrique dans la batterie d'accumulateurs ?

3) L'onduleur autonome

Quelle est la fonction d'un onduleur autonome de tension ? Citer deux applications de l'onduleur dans l'industrie.

4) Le récepteur triphasé

Avant d'installer le moteur asynchrone triphasé sur le site, on réalise un essai en l'alimentant par le réseau 230 V/ 400 V; 50 Hz. La plaque signalétique du moteur indique 400 V/ 690 V.

a) Comment faut-il coupler les enroulements du stator de ce moteur ? Justifier votre réponse.

b) Au cours d'un essai en charge, on mesure la puissance active et la puissance réactive absorbées. On a trouvé P = 3,60 kW et Q = 2,52 kvar. Déterminer le facteur de puissance $\cos \varphi$, puis la valeur efficace du courant dans un enroulement.

c) Lors de l'essai en charge, la fréquence de rotation était de 1 440 $tr \cdot min^{-1}$. La mesure de la puissance mécanique utile du moteur a donné Pu = 2,86 kW. Calculer le moment Tu du couple utile.

5) L'arbre de transmission

a) L'arbre cylindrique de diamètre d transmet un couple de moment $\mathcal{M}t$ = 19 N·m.
Donner l'expression littérale de la contrainte maximale tangentielle τ_{max} en fonction de $\mathcal{M}t$ et d.

b) La résistance élastique au glissement du matériau est : R_{eg} = 180 MPa. On adopte un coefficient de sécurité s = 3.
Déterminer la valeur minimale du diamètre d pour que la condition de résistance $\tau_{max} \leq R_{pg}$ soit vérifiée. (R_{pg} : résistance pratique au glissement)

Rappel :
- 1 MPa = 10^6 N·m^{-2} = 1 N·mm^{-2}
- le moment quadratique I_0 pour un cylindre plein est : $I_0 = \frac{\pi d^4}{32}$

PROBLÈME 2 : ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE VISQUEUX

Une installation hydraulique comprend une conduite rectiligne, posée horizontalement, où circule une huile de masse volumique ρ = 820 kg·m^{-3} et de viscosité cinématique $\nu = 2\cdot10^{-4}$ m^2·s^{-1}. Le diamètre intérieur du tube est d = 80 mm. Le débit volumique est q_V = 720 L·min^{-1}.

1) **a)** Montrer que la vitesse v de l'écoulement de l'huile dans la conduite est v = 2,4 m.s^{-1}.

b) Déterminer le nombre de Reynolds Re et indiquer la nature de l'écoulement.

2) On rappelle que selon le type d'écoulement, le coefficient de perte de charge λ peut prendre l'une des 2 valeurs suivantes :

$$\lambda = 0{,}316 R_e^{-0{,}25} \qquad \lambda = 64 R_e^{-1}$$

Sur un tronçon de longueur l = 15 m, calculer :

a) Les pertes de charge linéaires (ou régulières) en J·kg^{-1}.

b) La chute de pression Δp correspondante.

c) La puissance P perdue par les pertes de charge linéaires.

3) Une conduite secondaire de diamètre d' = 55 mm et d'axe horizontal coplanaire à l'axe de la première est raccordée à celle-ci. Les pertes de charge régulières sont supposées nulles dans les deux conduites.

a) Calculer la vitesse v' dans la conduite secondaire.

b) Calculer la différence de pression $p_1 - p_2$ entre la conduite principale et la conduite secondaire.

Rappel : équation de Bernoulli : $p_M + \frac{1}{2}\rho v_n^2 + \rho g z_M = cte$

FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES

SESSION 2000

BTS : groupement B

AMENAGEMENT FINITION
ASSISTANCE TECHNIQUE D'INGENIEUR
BATIMENT
CHARPENTE-COUVERTURE
CONCEPTION DE PRODUITS INDUSTRIELS
CONCEPTION ET REALISATION DE CARROSSERIES
CONSTRUCTIONS METALLIQUES
CONSTRUCTION NAVALE
DOMOTIQUE
ENVELOPPE DU BATIMENT : FACADES-ETANCHEITE
EQUIPEMENT TECHNIQUE-ENERGIE
ETUDES ET ECONOMIE DE LA CONSTRUCTION
GEOLOGIE APPLIQUEE
INDUSTRIES GRAPHIQUES : COMMUNICATION GRAPHIQUE
INDUSTRIES GRAPHIQUES : PRODUCTIQUE GRAPHIQUE
MAINTENANCE ET APRES-VENTE AUTOMOBILE
MAINTENANCE ET EXPLOITATION DES MATERIELS AERONAUTIQUES
MAINTENANCE INDUSTRIELLE
MECANIQUE ET AUTOMATISMES INDUSTRIELS
MICROTECHNIQUES
MOTEURS A COMBUSTON INTERNE
PRODUCTIQUE MECANIQUE
TRAITEMENT DES MATERIAUX
TRAVAUX PUBLICS

Plusieurs résultats figurant dans ce formulaire ne sont pas au programme de TOUTES les spécialités de BTS appartenant à ce groupement.

1. *RELATIONS FONCTIONNELLES*

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$, où $a > 0$ et $b > 0$

$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$

$a^t = e^{t \ln a}$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

$\cos(2t) = 2\cos^2 t - 1 = 1 - 2\sin^2 t$

$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$

$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$

$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$

$\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

$\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$

$\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$

$e^{it} = \cos t + i \sin t$

$\cos t = \frac{1}{2}\left(e^{it} + e^{-it}\right)$, $\operatorname{ch} t = \frac{1}{2}\left(e^{t} + e^{-t}\right)$

$\sin t = \frac{1}{2i}\left(e^{it} - e^{-it}\right)$, $\operatorname{sh} t = \frac{1}{2}\left(e^{t} - e^{-t}\right)$

$e^{at} = e^{\alpha t}(\cos(\beta t) + i \sin(\beta t))$, où $a = \alpha + i\beta$

2. *CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL*

a) Limites usuelles

Comportement à l'infini

$\lim\limits_{t \to +\infty} \ln t = +\infty$;

$\lim\limits_{t \to +\infty} e^t = +\infty$;

$\lim\limits_{t \to -\infty} e^t = 0$;

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} t^\alpha = +\infty$; si $\alpha < 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} t^\alpha = 0$

Comportement à l'origine

$\lim\limits_{t \to 0} \ln t = -\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha = 0$; si $\alpha < 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha \ln t = 0$.

Croissances comparées à l'infini

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$

b) Dérivées et primitives

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\dfrac{1}{t}$	$\operatorname{ch} t$	$\operatorname{sh} t$
e^t	e^t	$\operatorname{sh} t$	$\operatorname{ch} t$
$t^\alpha \quad (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha t^{\alpha-1}$	$\operatorname{Arc}\sin t$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
$\sin t$	$\cos t$		
$\cos t$	$-\sin t$	$\operatorname{Arc}\tan t$	$\dfrac{1}{1+t^2}$
$\tan t$	$\dfrac{1}{\cos^2 t} = 1+\tan^2 t$	$e^{at} \quad (a \in \mathbb{C})$	ae^{at}

Opérations

$$(u+v)' = u'+v'$$

$$(ku)' = ku'$$

$$(uv)' = u'v+uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$$

$$\left(e^u\right)' = e^u u'$$

$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$$\left(u^a\right)' = a\, u^{a-1} u'$$

c) Calcul intégral

Valeur moyenne de f sur $[a, b]$:

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t)\, v'(t)\,\mathrm{d}t = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t)\, v(t)\,\mathrm{d}t$$

d) Développements limités

$$e^t = 1+\frac{t}{1!}+\frac{t^2}{2!}+\cdots+\frac{t^n}{n!}+t^n\varepsilon(t)$$

$$\frac{1}{1+t} = 1-t+t^2+\cdots+(-1)^n t^n + t^n\varepsilon(t)$$

$$\ln(1+t) = t-\frac{t^2}{2}+\frac{t^3}{3}+\cdots+(-1)^{n-1}\frac{t^n}{n}+t^n\varepsilon(t)$$

$$\sin t = \frac{t}{1!}-\frac{t^3}{3!}+\frac{t^5}{5!}+\cdots+(-1)^p\frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!}+t^{2p+1}\varepsilon(t)$$

$$\cos t = 1-\frac{t^2}{2!}+\frac{t^4}{4!}+\cdots+(-1)^p\frac{t^{2p}}{(2p)!}+t^{2p}\varepsilon(t)$$

$$(1+t)^\alpha = 1+\frac{\alpha}{1!}t+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}t^2+\cdots+\frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}t^n+t^n\varepsilon(t)$$

e) Equations différentielles

Équations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)\,x' + b(t)\,x = 0$	$f(t) = ke^{-G(t)}$ où G est une primitive de $t \mapsto \dfrac{b(t)}{a(t)}$
$ax''+bx'+cx = 0$ équation caractéristique : $ar^2+br+c=0$ de discriminant Δ	Si $\Delta > 0$, $f(t) = \lambda e^{r_1 t} + \mu e^{r_2 t}$ …….. où r_1 et r_2 sont les racines de l'équation caractéristique Si $\Delta = 0$, $f(t) = (\lambda t + \mu)e^{rt}$ ……… où r est la racine double de l'équation caractéristique Si $\Delta < 0$, $f(t) = [\lambda\cos(\beta t)+\mu\sin(\beta t)]e^{\alpha t}$ où $r_1 = \alpha + i\beta$ et $r_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.

3. *PROBABILITES*

a) **Loi binomiale** $P(X=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$ où $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$; $E(X)=np$; $\sigma(X)=\sqrt{npq}$

b) **Loi de Poisson**

$$P(X=k)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$$

$$E(X)=\lambda$$

$$V(X)=\lambda$$

k \ λ	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293
2	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988
3	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0000	0,0000

k \ λ	1	1.5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.368	0.223	0.135	0.050	0.018	0.007	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
1	0.368	0.335	0.271	0.149	0.073	0.034	0.015	0.006	0.003	0.001	0.000
2	0.184	0.251	0.271	0.224	0.147	0.084	0.045	0.022	0.011	0.005	0.002
3	0.061	0.126	0.180	0.224	0.195	0.140	0.089	0.052	0.029	0.015	0.008
4	0.015	0.047	0.090	0.168	0.195	0.176	0.134	0.091	0.057	0.034	0.019
5	0.003	0.014	0.036	0.101	0.156	0.176	0.161	0.128	0.092	0.061	0.038
6	0.001	0.004	0.012	0.050	0.104	0.146	0.161	0.149	0.122	0.091	0.063
7	0.000	0.001	0.003	0.022	0.060	0.104	0.138	0.149	0.140	0.117	0.090
8		0.000	0.001	0.008	0.030	0.065	0.103	0.130	0.140	0.132	0.113
9			0.000	0.003	0.013	0.036	0.069	0.101	0.124	0.132	0.125
10				0.001	0.005	0.018	0.041	0.071	0.099	0.119	0.125
11				0.000	0.002	0.008	0.023	0.045	0.072	0.097	0.114
12					0.001	0.003	0.011	0.026	0.048	0.073	0.095
13					0.000	0.001	0.005	0.014	0.030	0.050	0.073
14						0.000	0.002	0.007	0.017	0.032	0.052
15							0.001	0.003	0.009	0.019	0.035
16							0.000	0.001	0.005	0.011	0.022
17								0.001	0.002	0.006	0.013
18								0,000	0.001	0.003	0.007
19									0.000	0.001	0.004
20										0.001	0.002
21										0,000	0.001
22											0.000

c) **Loi exponentielle**

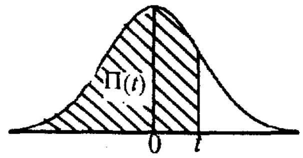
Fonction de fiabilité : $R(t)=e^{-\lambda t}$ $E(X)=\dfrac{1}{\lambda}$ (M.T.B.F.) $\sigma(X)=\dfrac{1}{\lambda}$

d) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE $\mathcal{N}(0,1)$

$$\Pi(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)\,\mathrm{d}x$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota : $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$