BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

CONCEPTION DE PRODUITS INDUSTRIELS

Session 2002

Épreuve de mathématiques

DURÉE : 3 heures **COEFFICIENT : 2**

Les calculatrices sont autorisées conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.
La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 (6 points)

Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes.

Dans un groupe d'assurances on s'intéresse aux sinistres susceptibles de survenir, une année donnée, aux véhicules de la flotte d'une importante entreprise de maintenance de chauffage collectif.

Dans cet exercice, sauf mention contraire, les résultats approchés sont à arrondir à 10^{-3}.

1° *Etude du nombre de sinistres par véhicule*

Soit X la variable aléatoire qui, à tout véhicule tiré au hasard dans un des parcs de la flotte, associe le nombre de sinistres survenant pendant l'année considérée.
On admet que X suit la loi de Poisson de paramètre 0,28.

a) Calculer la probabilité de l'événement
A : « un véhicule tiré au hasard dans le parc n'a aucun sinistre pendant l'année considérée ».

b) Calculer la probabilité de l'événement
B : « un véhicule tiré au hasard dans le parc a, au plus, deux sinistres pendant l'année considérée ».

2° *Etude du nombre de sinistres dans une équipe de 15 conducteurs*

On note E l'événement : « un conducteur tiré au hasard dans l'ensemble des conducteurs de l'entreprise n'a pas de sinistre pendant l'année considérée ».
On suppose que la probabilité de l'événement E est 0,6.

On tire au hasard 15 conducteurs dans l'effectif des conducteurs de l'entreprise. Cet effectif est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 15 conducteurs.

On considère la variable aléatoire Y qui, à tout prélèvement de 15 conducteurs, associe le nombre de conducteurs n'ayant pas de sinistre pendant l'année considérée.

a) Justifier que la variable aléatoire Y suit une loi binomiale et déterminer ses paramètres.

b) Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, 10 conducteurs n'aient pas de sinistre pendant l'année considérée.

3° *Etude du coût des sinistres*

Dans ce qui suit, on s'intéresse au coût d'une certaine catégorie de sinistres survenus dans l'entreprise pendant l'année considérée.

On considère la variable aléatoire C qui, à chaque sinistre tiré au hasard parmi les sinistres de cette catégorie, associe son coût en euros.
On suppose que C suit la loi normale de moyenne 1200 et d'écart type 200.

Calculer la probabilité qu'un sinistre tiré au hasard parmi les sinistres de ce type coûte entre 1000 euros et 1500 euros.

4° *Etude du pourcentage de véhicules sans sinistre 6 mois après leur mise en service*

On considère un échantillon de 100 véhicules prélevés au hasard dans le parc de véhicules mis en service depuis 6 mois. Ce parc contient suffisamment de véhicules pour qu'on puisse assimiler ce tirage à un tirage avec remise.
On constate que 91 véhicules de cet échantillon n'ont pas eu de sinistre.

a) Donner une estimation ponctuelle du pourcentage p de véhicules de ce parc qui n'ont pas eu de sinistre 6 mois après leur mise en service.

b) Soit F la variable aléatoire qui à tout échantillon de 100 véhicules prélevés au hasard et avec remise dans ce parc, associe le pourcentage de véhicules qui n'ont pas eu de sinistre 6 mois après leur mise en service.

On suppose que F suit la loi normale $N\left(p\ ,\ \sqrt{\dfrac{p(1-p)}{100}}\right)$, où p est le pourcentage inconnu de véhicules du parc qui n'ont pas eu de sinistre 6 mois après leur mise en service.

Déterminer un intervalle de confiance du pourcentage p avec le coefficient de confiance 95 %.

c) On considère l'affirmation suivante :
« le pourcentage p est obligatoirement dans l'intervalle de confiance obtenu à la question b)».

Est-elle vraie ? (On ne demande pas de justification.)

EXERCICE 2 (8 points)

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

A. Résolution d'une équation différentielle

On considère l'équation différentielle :

$$\text{(E)} : y'' - y' - 2y = (-6x - 4)\,\mathrm{e}^{-x},$$

où y est une fonction de la variable réelle x, définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, y' sa fonction dérivée première et y'' sa fonction dérivée seconde.

1° Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $(\mathrm{E}_0) : y'' - y' - 2y = 0$.

2° Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = (x^2 + 2x)\,\mathrm{e}^{-x}$.

Démontrer que h est une solution particulière de l'équation différentielle (E).

3° En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).

4° Déterminer la solution f de l'équation différentielle (E) qui vérifie les conditions initiales :

$$f(0) = 1 \text{ et } f'(0) = 1.$$

B. Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)^2\,\mathrm{e}^{-x}$.

Sa courbe représentative C dans un repère orthonormal est donnée sur la figure ci-après.

1° a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

b) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2\,\mathrm{e}^{-x}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} x\,\mathrm{e}^{-x}$. En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

c) Interpréter graphiquement le résultat obtenu au b).

2° a) Démontrer que, pour tout x de $\mathbb{R}$, $f'(x) = (1 - x^2)\,\mathrm{e}^{-x}$.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f'(x) \geq 0$.

c) En déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.

3° a) A l'aide du développement limité au voisinage de 0 de la fonction exponentielle $t \mapsto \mathrm{e}^{t}$, donner le développement limité, à l'ordre 2, au voisinage de 0 de la fonction $x \mapsto \mathrm{e}^{-x}$.

b) Démontrer que le développement limité, à l'ordre 2, au voisinage de 0 de la fonction f est :

$$f(x) = 1 + x - \frac{1}{2}x^2 + x^2\varepsilon(x) \text{ avec } \lim_{x \to 0} \varepsilon(x) = 0.$$

c) En déduire une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0 et la position relative de C et T au voisinage de ce point.

C. Calcul intégral

1° a) La fonction f définie dans la partie **B** étant une solution de l'équation différentielle (E) :

$$y'' - y' - 2y = (-6x-4)\,e^{-x},$$

montrer que f vérifie, pour tout x de $\mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{1}{2}\,[f''(x) - f'(x) + (6x+4)\,e^{-x}].$$

b) Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$F(x) = \frac{1}{2}\,[f'(x) - f(x) - (6x+10)\,e^{-x}].$$

Vérifier que, pour tout x de $\mathbb{R}$,

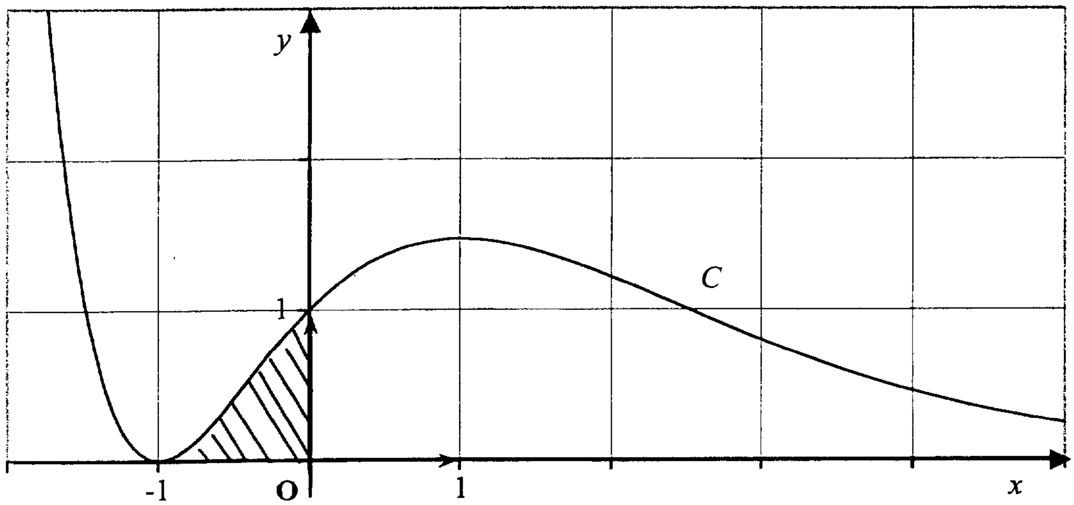
$$F'(x) = f(x).$$

c) Vérifier que, pour tout x de $\mathbb{R}$,

$$F(x) = (-x^2 - 4x - 5)\,e^{-x}.$$

2° Utiliser ce qui précède pour démontrer que l'aire A de la partie du plan hachurée sur la figure est, en unités d'aire,

$$A = 2e - 5.$$



EXERCICE 3 (6 points)

L'objet de l'exercice est d'étudier deux fonctions hyperboliques qui permettent de définir paramétriquement un arc d'hyperbole.

On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle I = [– ln 7 , ln 7] par :

$$f(t) = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^{t} + \mathrm{e}^{-t}) \text{ et } g(t) = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^{t} - \mathrm{e}^{-t})$$

où ln désigne le logarithme népérien.

Soit H la courbe définie paramétriquement par $\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$ pour t appartenant à l'intervalle I,

dans un repère orthonormal $(\mathrm{O}\,;\vec{\mathrm{i}},\vec{\mathrm{j}})$ où l'unité graphique est 2 cm.

1° Montrer que l'axe des abscisses est un axe de symétrie de la courbe H.

2° a) Montrer que, pour tout t positif, on a : $\mathrm{e}^{t} \geq \mathrm{e}^{-t}$.

b) Etudier les variations des fonctions f et g sur l'intervalle [0 , ln 7] et présenter le tableau correspondant de leurs variations conjointes.

3° Soit A, B, C les points de la courbe H correspondant aux valeurs suivantes du paramètre :
$t = 0$ pour A, $t = \ln 7$ pour B et $t = -\ln 7$ pour C.

a) Calculer les coordonnées de A et montrer que celles de B sont $\left(\frac{25}{7},\frac{24}{7}\right)$.

b) Déterminer les coordonnées de C en utilisant la symétrie mentionnée à la question 1°.

c) Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur de la tangente à la courbe H au point B.

d) Déterminer une équation de la tangente à la courbe H en A.

e) Dans le repère $(\mathrm{O}\,;\vec{\mathrm{i}},\vec{\mathrm{j}})$, tracer les tangentes en A et B à la courbe H, puis la courbe H pour t appartenant à l'intervalle I. On rappelle que l'unité graphique est 2 cm.

4° Montrer que, pour tout t de l'intervalle I, on a $(f(t))^2 - (g(t))^2 = 1$.

La relation obtenue à la quatrième question et l'étude des fonctions f et g montrent que la courbe H est un arc de la courbe d'équation $x^2 - y^2 = 1$ qui est une hyperbole.

Les fonctions cosinus hyperbolique : $t \mapsto \operatorname{ch} t = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^{t} + \mathrm{e}^{-t})$ *et sinus hyperbolique :* $t \mapsto \operatorname{sh} t = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^{t} - \mathrm{e}^{-t})$ *permettent de paramétrer une partie de cette hyperbole.*

FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES
BTS CONCEPTION DE PRODUITS INDUSTRIELS

1. RELATIONS FONCTIONNELLES

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$, où $a > 0$ et $b > 0$

$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$

$a^t = e^{t \ln a}$, $(a > 0)$

$t^\alpha = e^{\alpha \ln t}$, $(t > 0)$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

$\cos(2t) = 2\cos^2 t - 1 = 1 - 2\sin^2 t$

$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$

$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$

$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$

$\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

$\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$

$\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$

$e^{it} = \cos t + i \sin t$

$\cos t = \frac{1}{2}\left(e^{it} + e^{-it}\right)$, $\operatorname{ch} t = \frac{1}{2}\left(e^{t} + e^{-t}\right)$

$\sin t = \frac{1}{2i}\left(e^{it} - e^{-it}\right)$, $\operatorname{sh} t = \frac{1}{2}\left(e^{t} - e^{-t}\right)$

$e^{at} = e^{\alpha t}(\cos(\beta t) + i \sin(\beta t))$, où $a = \alpha + i\beta$

2. *CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL*

a) Limites usuelles

Comportement à l'infini

$\lim\limits_{t \to +\infty} \ln t = +\infty$;

$\lim\limits_{t \to +\infty} \mathrm{e}^t = +\infty$;

$\lim\limits_{t \to -\infty} \mathrm{e}^t = 0$;

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} t^\alpha = +\infty$; si $\alpha < 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} t^\alpha = 0$

Comportement à l'origine

$\lim\limits_{t \to 0} \ln t = -\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha = 0$; si $\alpha < 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha \ln t = 0$.

Croissances comparées à l'infini

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} \dfrac{\mathrm{e}^t}{t^\alpha} = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} \dfrac{\ln t}{t^\alpha} = 0$

b) Dérivées et primitives

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\dfrac{1}{t}$	$\mathrm{ch}\, t$	$\mathrm{sh}\, t$
e^t	e^t	$\mathrm{sh}\, t$	$\mathrm{ch}\, t$
$t^\alpha \quad (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha t^{\alpha-1}$	$\mathrm{Arc}\sin t$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
$\sin t$	$\cos t$		
$\cos t$	$-\sin t$	$\mathrm{Arc}\tan t$	$\dfrac{1}{1+t^2}$
$\tan t$	$\dfrac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$	$\mathrm{e}^{at} \quad (a \in \mathbb{C})$	$a\mathrm{e}^{at}$

Opérations

$(u+v)' = u' + v'$

$(k\,u)' = k\,u'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$

$\left(e^u\right) = e^u\,u'$

$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$\left(u^{á}\right) = á\, u^{á-1}\, u'$

c) Calcul intégral

Valeur moyenne de f sur $[a\,,\,b]$:

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t)\,v'(t)\,\mathrm{d}t = \left[u(t)v(t)\right]_a^b - \int_a^b u'(t)\,v(t)\,\mathrm{d}t$$

d) Développements limités

$$\mathrm{e}^t = 1+\frac{t}{1!}+\frac{t^2}{2!}+\cdots+\frac{t^n}{n!}+t^n\,\text{å}(t)$$

$$\frac{1}{1+t} = 1-t+t^2+\cdots+(-1)^n t^n + t^n\,\text{å}(t)$$

$$\ln(1+t) = t-\frac{t^2}{2}+\frac{t^3}{3}+\cdots+(-1)^{n-1}\frac{t^n}{n}+t^n\,\text{å}(t)$$

$$\sin t = \frac{t}{1!}-\frac{t^3}{3!}+\frac{t^5}{5!}+\cdots+(-1)^p\frac{t^{2p+1}}{(2p+1)\,!}+t^{2p+1}\,\text{å}(t)$$

$$\cos t = 1-\frac{t^2}{2!}+\frac{t^4}{4!}+\cdots+(-1)^p\frac{t^{2p}}{(2p)!}+t^{2p}\,\text{å}(t)$$

$$(1+t)^\alpha = 1+\frac{\alpha}{1!}t+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}t^2+\cdots+\frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}t^n+t^n\,\text{å}(t)$$

e) Equations différentielles

Équations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)\,x' + b(t)\,x = 0$	$f(t) = k\mathrm{e}^{-G(t)}$ où G est une primitive de $t \mapsto \dfrac{b(t)}{a(t)}$
$ax'' + bx' + cx = 0$ équation caractéristique : $ar^2 + br + c = 0$ de discriminant Δ	Si $\Delta > 0$, $f(t) = \lambda\mathrm{e}^{r_1 t} + \mu\,\mathrm{e}^{r_2 t}$ …….. où r_1 et r_2 sont les racines de l'équation caractéristique Si $\Delta = 0$, $f(t) = (\lambda t + \mu)\mathrm{e}^{rt}$ ……… où r est la racine double de l'équation caractéristique Si $\Delta < 0$, $f(t) = \left[\lambda\cos(\beta t) + \mu\sin(\beta t)\right]\mathrm{e}^{\alpha t}$ où $r_1 = \alpha + \mathrm{i}\beta$ et $r_2 = \alpha - \mathrm{i}\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.

3. *SERIES DE FOURIER :*

f : fonction périodique de période T ;

développement en série de Fourier :

$$s(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty}\left(a_k\cos(k\,\omega\,t) + b_k\sin(k\,\omega\,t)\right) = \sum_{-\infty}^{+\infty} c_n e^{i\,n\,\omega\,t}\ ,\ (k\in\mathrm{N}^*,\ n\in\mathrm{Z}).$$

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_a^{a+T} f(t)\,\mathrm{d}t\ ;\qquad a_k = \frac{2}{T}\int_a^{a+T} f(t)\cos(k\omega t)\,\mathrm{d}t\ ;\qquad b_k = \frac{2}{T}\int_a^{a+T} f(t)\sin(k\,\omega\,t)\,\mathrm{d}t\,.$$

$$c_n = \frac{1}{T}\int_a^{a+T} f(t)\mathrm{e}^{-in\omega t}\,\mathrm{d}t\ \ (n\in\mathrm{Z})\ ;\qquad c_0 = a_0\ ;\qquad \frac{a_k - ib_k}{2} = c_k\ ;\qquad \frac{a_k + ib_k}{2} = c_{-k}\ \ (k\in\mathrm{N}^*).$$

4. *PROBABILITES*

a) **Loi binomiale** $P(X=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$ où $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$; $E(X)=np$; $\sigma(X)=\sqrt{npq}$

b) **Loi de Poisson**

$$P(X=k)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$$

$$E(X)=\lambda$$

$$V(X)=\lambda$$

k \ λ	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293
2	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988
3	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0000	0,0000

k \ λ	1	1.5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.368	0.223	0.135	0.050	0.018	0.007	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
1	0.368	0.335	0.271	0.149	0.073	0.034	0.015	0.006	0.003	0.001	0.000
2	0.184	0.251	0.271	0.224	0.147	0.084	0.045	0.022	0.011	0.005	0.002
3	0.061	0.126	0.180	0.224	0.195	0.140	0.089	0.052	0.029	0.015	0.008
4	0.015	0.047	0.090	0.168	0.195	0.176	0.134	0.091	0.057	0.034	0.019
5	0.003	0.014	0.036	0.101	0.156	0.176	0.161	0.128	0.092	0.061	0.038
6	0.001	0.004	0.012	0.050	0.104	0.146	0.161	0.149	0.122	0.091	0.063
7	0.000	0.001	0.003	0.022	0.060	0.104	0.138	0.149	0.140	0.117	0.090
8		0.000	0.001	0.008	0.030	0.065	0.103	0.130	0.140	0.132	0.113
9			0.000	0.003	0.013	0.036	0.069	0.101	0.124	0.132	0.125
10				0.001	0.005	0.018	0.041	0.071	0.099	0.119	0.125
11				0.000	0.002	0.008	0.023	0.045	0.072	0.097	0.114
12					0.001	0.003	0.011	0.026	0.048	0.073	0.095
13					0.000	0.001	0.005	0.014	0.030	0.050	0.073
14						0.000	0.002	0.007	0.017	0.032	0.052
15							0.001	0.003	0.009	0.019	0.035
16							0.000	0.001	0.005	0.011	0.022
17								0.001	0.002	0.006	0.013
18								0.000	0.001	0.003	0.007
19									0.000	0.001	0.004
20										0.001	0.002
21										0,000	0.001
22											0.000

c) **Loi exponentielle**

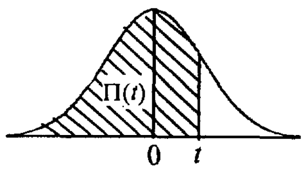
Fonction de fiabilité : $R(t)=e^{-\lambda t}$ $E(X)=\dfrac{1}{\lambda}$ (M.T.B.F.) ó$(X)=\dfrac{1}{\lambda}$

d) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité : $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE $\mathcal{N}(0,1)$

$$\Pi(t)=P(T\leq t)=\int_{-\infty}^{t} f(x)\,\mathrm{d}x$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota : $\Pi(-t)=1-\Pi(t)$