

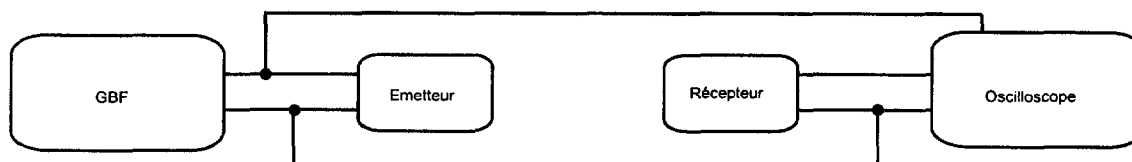
**OPTIQUE (durée conseillée : 1h15) 6 points****Interférences à deux ondes  
Effet Doppler**

**Les phénomènes ondulatoires sont analogues en optique et en acoustique.**

A l'aide d'émetteurs et de récepteurs d'ondes ultrasonores (éléments piézoélectriques), nous allons mesurer une longueur d'onde, la vitesse du son dans l'air et étudier le phénomène d'interférences. Nous utiliserons ensuite l'effet Doppler pour des mesures de vitesse (vélocimétrie Doppler).

**1- Mesure de la longueur d'onde****1-1 - Montage**

On réalise le montage suivant, en disposant les éléments piézoélectriques sur le banc millimétrique fourni :



**1-1-1** - Consulter la notice technique, en annexe 1, concernant les transducteurs ultrasonores : à quelle fréquence doit-on régler la tension  $u_0$  émise par le GBF ? Vérifier cette valeur sur l'image donnée en annexe 2.

**1-1-2** - L'émetteur est fixe ; le récepteur peut être déplacé le long du banc millimétrique, à partir d'une position où les signaux d'émission et de réception, observés à l'oscilloscope, vibrent en phase. Expliquer la méthode de mesure de la longueur d'onde des ultrasons.

**1-1-3** - Vingt mesures ont été effectuées ; elles figurent dans le tableau ci-dessous :

$\lambda$ (mm)	8,2	8,6	8,9	8,7	8,1	8,5	8,9	8,8	8,6	8,5
$\lambda$ (mm)	8,3	8,2	8,7	8,8	8,5	8,7	8,6	9,1	8,5	8,6

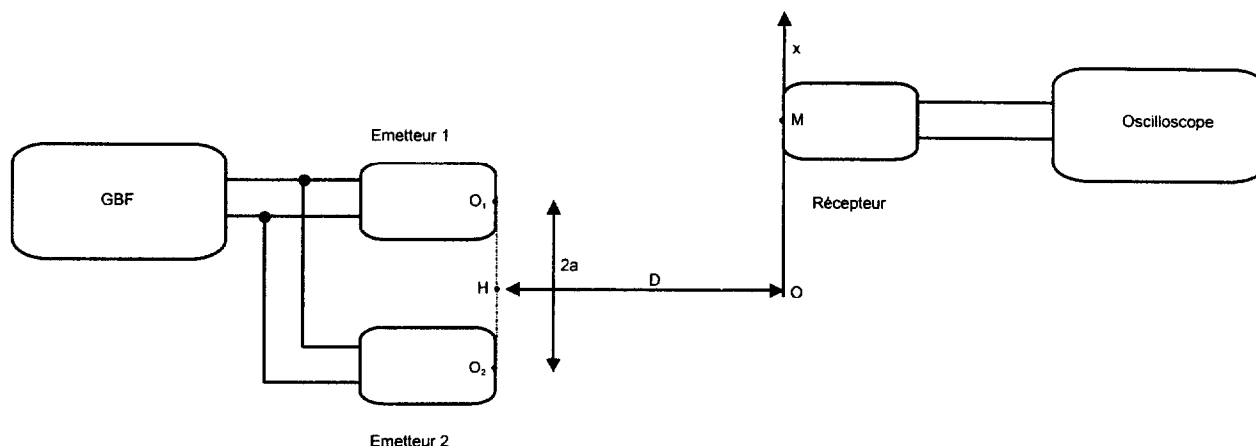
A l'aide de ce tableau de mesures et de la table de Student fournie en annexe 4, donner un encadrement de la valeur de la longueur d'onde, à un niveau de confiance de 95 %.

**1-2 - Vitesse du son dans l'air**

Des mesures précédentes, déduire l'ordre de grandeur de la vitesse du son dans l'air. Cette vitesse sera notée  $c$  (le calcul d'incertitudes n'est pas demandé).

## 2- Interférences (l'expérience suivante est analogue à celle des fentes d'Young en optique)

On réalise le montage suivant, où  $2a = O_1O_2 =$  distance entre les deux émetteurs et  $D =$  distance du récepteur au plan des émetteurs.



L'axe des  $x$  est perpendiculaire à la médiatrice  $HO$  des deux émetteurs ; l'origine  $O$  de cet axe est placée sur cette médiatrice. Ainsi, lorsque  $x = 0$ , les émetteurs sont à égale distance du récepteur. On appellera  $d_1$  la distance  $O_1M$  entre l'émetteur 1 et le récepteur,  $d_2$  la distance  $O_2M$  entre l'émetteur 2 et le récepteur.

Les deux émetteurs sont alimentés par la même tension sinusoïdale. On suppose que l'amortissement des ondes ultrasonores dans l'air est le même pour  $d_1$  et  $d_2$  ; l'amplitude du signal reçu, notée  $S_r$ , est donc la même, que le signal soit émis par l'un ou l'autre des émetteurs. Les signaux émis par les deux émetteurs sont identiques :

$$s_1(O_1, t) = s_2(O_2, t) = S \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

**2-1** - Donner l'expression  $s_1(M, t)$  du signal reçu par le récepteur lorsque l'émetteur 1 fonctionne seul, en fonction de  $S_r$ ,  $\omega$ ,  $t$ ,  $d_1$ ,  $c$ , ainsi que l'expression  $s_2(M, t)$  du signal reçu par le récepteur lorsque l'émetteur 2 fonctionne seul, en fonction de  $S_r$ ,  $\omega$ ,  $t$ ,  $d_2$ ,  $c$ .

**2-2** - Lorsque les deux émetteurs fonctionnent simultanément, l'amplitude résultante est l'amplitude de la vibration  $s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$ . Montrer que cette amplitude peut s'écrire :

$$A = 2S_r \left| \cos\left(\frac{\omega (d_2 - d_1)}{2c}\right) \right| \quad \text{Rappel : } \cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

**2-3** - L'éloignement du récepteur permet d'écrire :  $d_2 - d_1 = 2ax/D$ .

A partir du résultat de la question **2-2**, retrouver les abscisses  $x$  des maxima et des minima de l'amplitude.

**2-4** - Etablir l'expression de l'interfrange en fonction de  $\lambda$ ,  $D$ ,  $a$ .

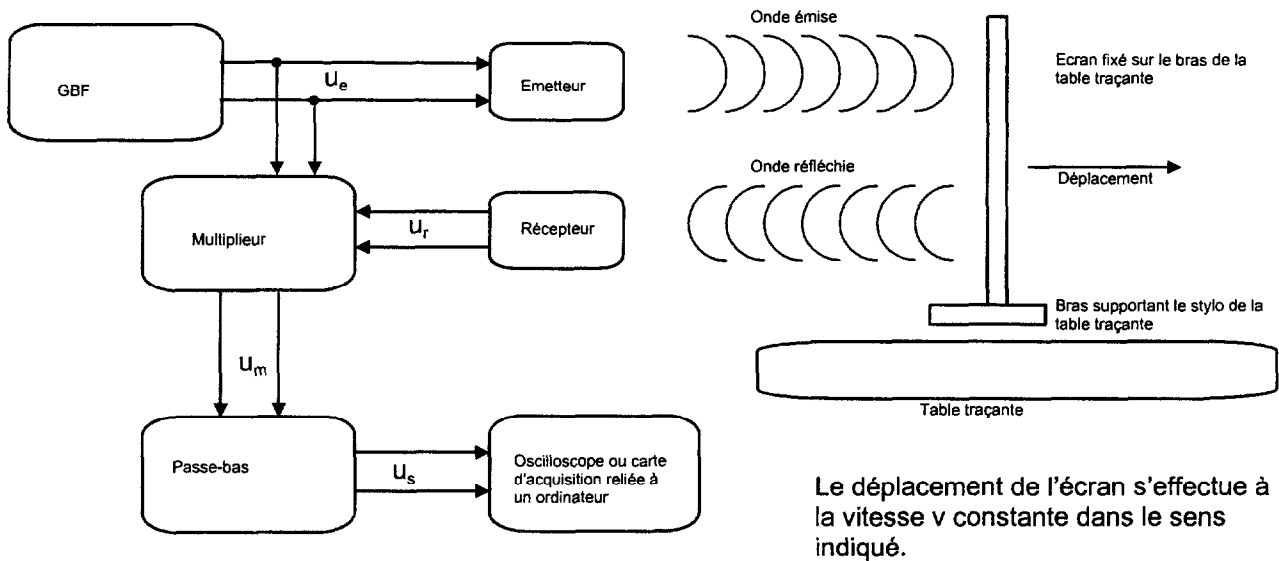
Des mesures ont donné :  $i = 6,82$  cm, pour  $2a = 10$  cm et  $D = 80$  cm.

En déduire la longueur d'onde des ondes ultrasonores. Comparer avec le résultat obtenu à la question **1-1-3**.

### 3 - Vélodimétrie Doppler

#### Mesure de la vitesse $v$ de déplacement du bras d'une table traçante

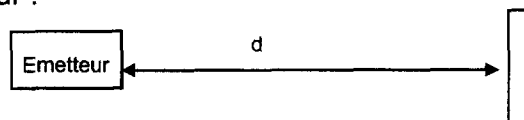
##### Montage



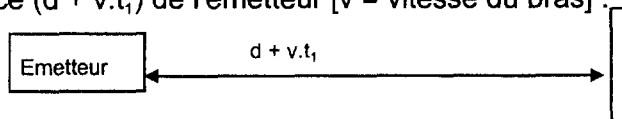
##### 3-1 - Etude théorique

Du fait du mouvement du bras de la table traçante, la fréquence de l'onde reçue par le récepteur est légèrement différente de la fréquence d'émission. La différence entre les fréquences est liée à la vitesse de déplacement du bras. Nous allons rechercher la relation entre la fréquence reçue  $f_r$  et la fréquence émise  $f_e$ . Pour cela, aidons-nous des schémas ci-dessous qui représentent l'émetteur et l'écran à divers instants :

- ♦ A  $t_0 = 0$ , départ d'un maximum de vibration de l'émetteur ; l'écran est à la distance  $d$  de l'émetteur :

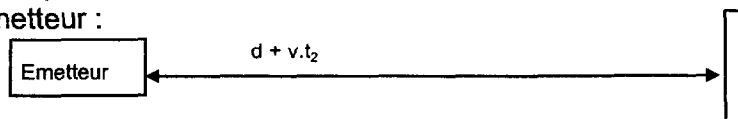


- ♦ A  $t = t_1$ , arrivée du maximum de vibration sur l'écran ; ce dernier se trouve alors à la distance  $(d + v.t_1)$  de l'émetteur [ $v$  = vitesse du bras] :



L'onde a parcouru cette distance à la vitesse  $c$ , donc  $d + v.t_1 = c.t_1$ .

- ♦ A  $t = t_2$ , arrivée sur l'écran du deuxième maximum de vibration émis par l'émetteur à  $t = T_e$  [ $T_e$  est la période de vibration de l'émetteur] ; l'écran se trouve alors à la distance  $(d + v.t_2)$  de l'émetteur :



L'onde a parcouru cette distance à la vitesse  $c$ , en un temps  $(t_2 - T_e)$ , donc :  $d + v.t_2 = c(t_2 - T_e)$ .

**3-1-1** - Montrer que la période  $T_{\text{écran}}$  de l'onde reçue par l'écran est liée à la période  $T_e$  de l'émetteur par :

$$T_{\text{écran}} = \frac{T_e}{1 - \frac{v}{c}}$$

**3-1-2** - L'onde est réfléchiée par l'écran et renvoyée vers le récepteur ; par un raisonnement analogue, on montre que la période  $T_r$  de l'onde reçue par le récepteur est liée à  $T_{\text{écran}}$  par la relation :

$$T_r = T_{\text{écran}} \cdot \left(1 + \frac{v}{c}\right).$$

Si  $v \ll c$ , montrer alors que la fréquence  $f_r$  de l'onde reçue par le récepteur est liée à la fréquence  $f_e$  de l'onde émise par :

$$f_e - f_r \cong \frac{2 \cdot f_e \cdot v}{c}.$$

Rappel : (si  $\varepsilon \ll 1$ )  $(1 - \varepsilon)^n \cong 1 - n \cdot \varepsilon$   $\frac{1}{1 + \varepsilon} \cong 1 - \varepsilon$ .

### 3-2 - Mesures

La différence entre les fréquences  $f_e$  et  $f_r$  est très faible et ne peut être mesurée directement. Pour contourner cette difficulté, la tension  $u_e$  envoyée sur l'émetteur et la tension  $u_r$  issue du récepteur sont appliquées à l'entrée d'un multiplieur ; celui-ci donne en sortie une tension proportionnelle au produit des deux tensions d'entrée.

Ainsi, si on note  $u_e = U_e \cdot \cos(2\pi f_e \cdot t)$  la tension qui alimente l'émetteur et  $u_r = U_r \cdot \cos(2\pi f_r \cdot t + \phi_r)$ , la tension issue du récepteur, la tension de sortie du multiplieur s'exprime par :

$$u_s = k \cdot u_e \cdot u_r = 0,5 \cdot k \cdot U_e \cdot U_r \cdot [\cos(2\pi(f_e - f_r) \cdot t - \phi_r) + \cos(2\pi(f_e + f_r) \cdot t + \phi_r)].$$

**3-2-1** - Tracer le spectre de fréquences de cette tension de sortie.

**3-2-2** - Expliquer l'utilité du filtre passe-bas.

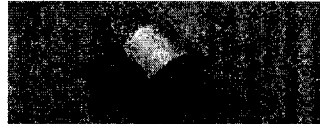
**3-2-3** - La différence  $(f_e - f_r)$ , appelée décalage Doppler, peut être relevée sur l'acquisition de la tension de sortie du filtre, en annexe 3. Mesurer ce décalage ; vérifier que la fréquence de coupure du filtre, égale à 100 Hz, convient.

**3-2-4** - En déduire la vitesse  $v$  de déplacement du bras de la table traçante.

On donne la vitesse de propagation des ondes ultrasonores :  $c = 344 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

## ANNEXE 1

### Transducteurs ultrasoniques



- Ces transducteurs à haute sensibilité et haute fiabilité, émettent ou captent une fréquence nominale de 40 kHz.
- Très efficaces pour la mise en évidence de présences.
- Distance de détection comprise entre 0,2 et 6 mètres.

Sensibilité: -67 dB min.

Pression sonore (@30 cm): 112 dB min.

Radiation à 6 dB: 50°

Capacité: 2000 pF

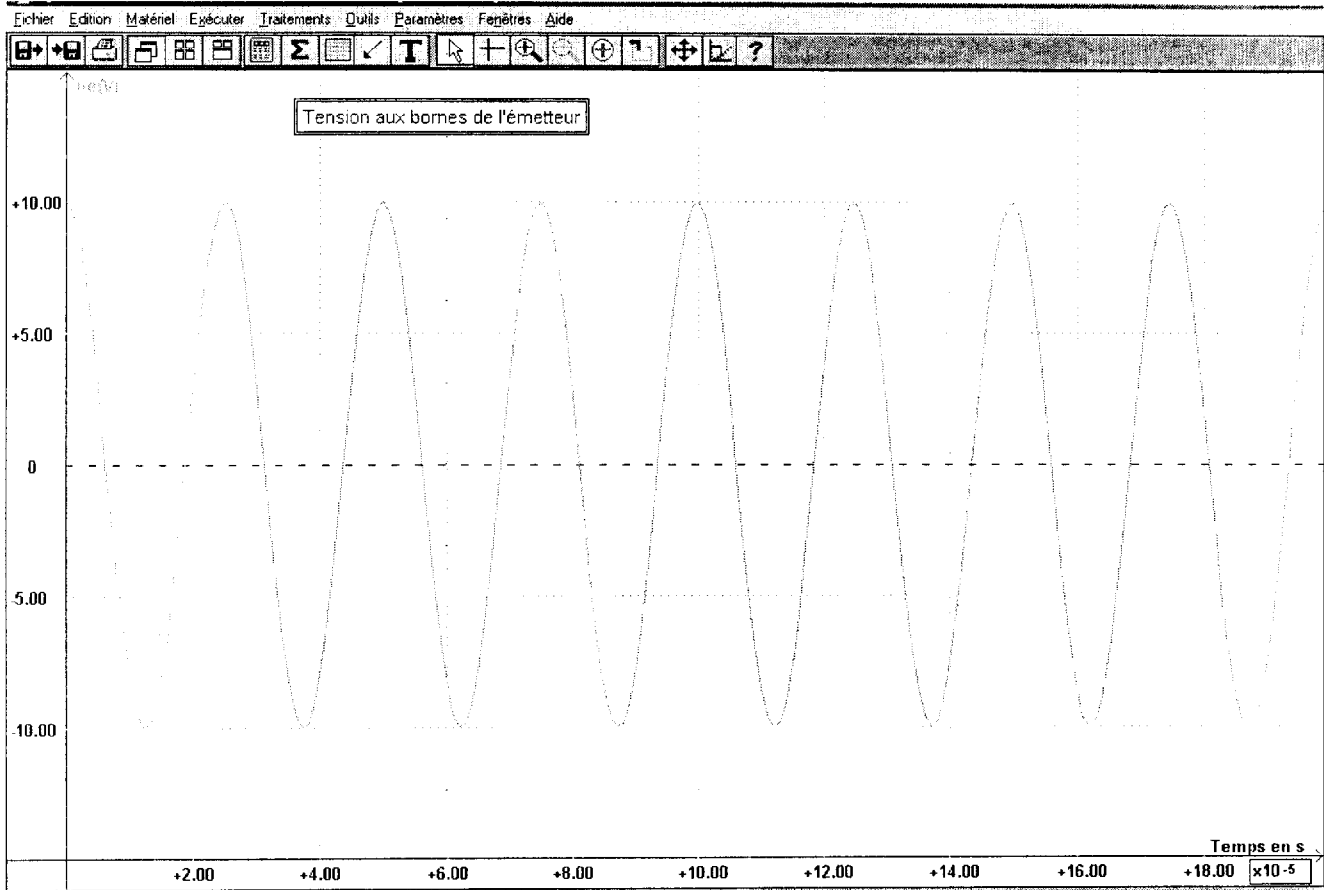
Résistance d'isolation: 100 MΩ min.

Entraxe des picots: 10 mm

Dimensions (mm): Ø16 x h 12

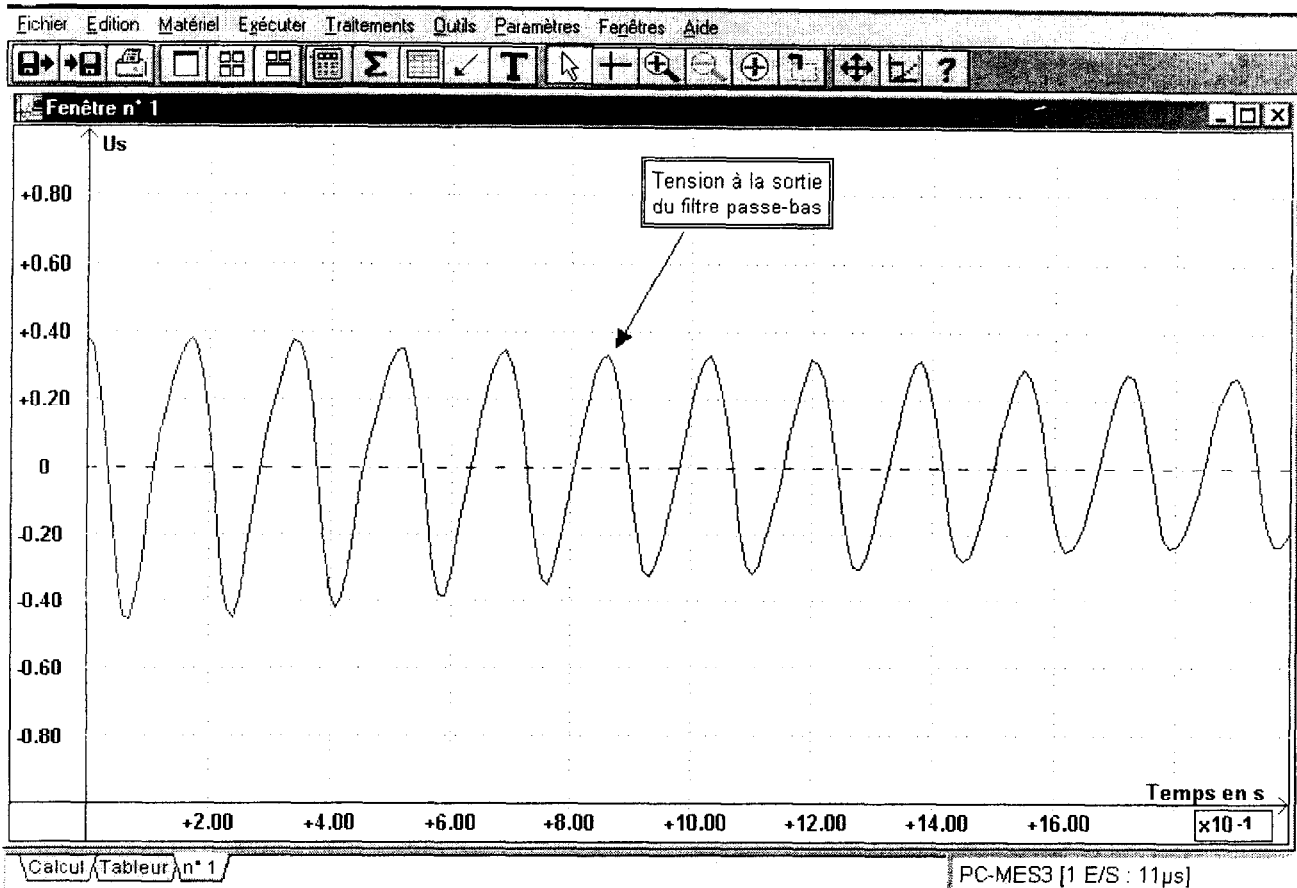
# ANNEXE 2

## Tension aux bornes de l'émetteur



# Annexe 3

## Tension à la sortie du filtre passe-bas



## Annexe 4

### Table de Student

Rappel : utilisation de la table de Student :

- Calculer la moyenne des longueurs d'onde :  $\lambda_{\text{moy}}$ , ainsi que l'écart-type  $\sigma_{n-1}$ .
- Lire, dans le tableau ci-dessous, la valeur t correspondant au niveau de confiance et au nombre de mesures.

- L'intervalle de confiance est alors :  $\lambda_{\text{moy}} \pm \frac{t \cdot \sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$ .

		Niveau de confiance P (en %)												
		55	60	65	70	75	80	85	90	95	97,5	99	99,5	99,95
Nombre de mesures n	2	0.158	0.325	0.510	0.727	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.281	63.657	126.62
	3	0.142	0.289	0.445	0.617	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
	4	0.137	0.277	0.424	0.584	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.929
	5	0.134	0.271	0.414	0.569	0.741	0.941	1.191	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
	6	0.132	0.267	0.408	0.559	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
	7	0.131	0.265	0.404	0.553	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
	8	0.130	0.263	0.402	0.549	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
	9	0.130	0.262	0.399	0.546	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
	10	0.129	0.261	0.398	0.543	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
	11	0.129	0.260	0.397	0.542	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
	12	0.129	0.260	0.396	0.540	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
	13	0.128	0.259	0.395	0.539	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
	14	0.128	0.259	0.394	0.538	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
	15	0.128	0.258	0.393	0.537	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
	16	0.128	0.258	0.393	0.536	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
	17	0.128	0.258	0.392	0.535	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
	18	0.128	0.257	0.392	0.534	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
	19	0.127	0.257	0.392	0.534	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
	20	0.127	0.257	0.391	0.533	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
	21	0.127	0.257	0.391	0.533	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
	22	0.127	0.257	0.391	0.532	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
	23	0.127	0.256	0.390	0.532	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
	24	0.127	0.256	0.390	0.532	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
	25	0.127	0.256	0.390	0.531	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
	26	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
	27	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
	28	0.127	0.256	0.389	0.531	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
	29	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
	30	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659