

MATGRA
BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR

SESSION 2002

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures

GROUPE A

→ oui
vérifié J.M

SPECIALITE	COEFFICIENT
TECHNIQUES PHYSIQUES POUR L'INDUSTRIE DE LABORATOIRE	3

Le sujet comprend 4 pages, numérotées de 1/4 à 4/4.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.
Il comprend 6 pages, numérotées de 1 à 6.

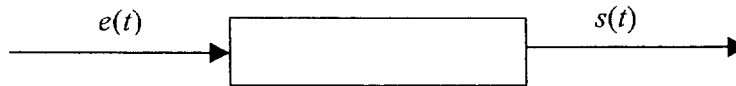
La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

Exercice 1 (12 points)

La fonction échelon unité \mathcal{U} est définie par $\mathcal{U}(t) = 0$ si $t < 0$ et $\mathcal{U}(t) = 1$ si $t \geq 0$.

On considère le système « entrée – sortie » représenté ci-dessous :



On note s le signal de sortie associé au signal d'entrée e . Les fonctions s et e sont des fonctions causales, c'est-à-dire qu'elles sont nulles pour $t < 0$. On admet que les fonctions s et e admettent des transformées de Laplace, notées respectivement S et E .

La fonction de transfert H du système est définie par : $S(p) = H(p) \times E(p)$.

On considère le signal d'entrée e défini par :

$$e(t) = t \mathcal{U}(t) - 2 \mathcal{U}(t-1) - (t-2) \mathcal{U}(t-2)$$

et la fonction H définie sur $]0, +\infty[$ par $H(p) = \frac{1}{p+1}$.

1°) Tracer la courbe représentative de la fonction e dans un repère orthonormal.

2°) Pour $p > 0$, déterminer $E(p)$.

3°) Déterminer les nombres réels A , B , et C tels que, pour tout $p > 0$, on ait :

$$\frac{1}{p^2(p+1)} = \frac{A}{p^2} + \frac{B}{p} + \frac{C}{p+1}$$

On admet que

$$\frac{2}{p(p+1)} = \frac{2}{p} - \frac{2}{p+1}$$

4°)

4.1. Déterminer $S(p)$ puis $s(t)$.

4.2. En déduire que la fonction s est définie par :

$$\begin{cases} s(t) = 0 & \text{si } t < 0 \\ s(t) = t - 1 + e^{-t} & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ s(t) = t - 3 + e^{-t}(1 + 2e) & \text{si } 1 \leq t < 2 \\ s(t) = e^{-t}(1 + 2e - e^2) & \text{si } t \geq 2 \end{cases}$$

5°) On rappelle que la notation $f(a^+)$ représente la limite de la fonction f lorsque la variable t tend vers a par valeurs supérieures : $f(a^+) = \lim_{\substack{t \rightarrow a \\ t > a}} f(t)$. De même,

$$f(a^-) = \lim_{\substack{t \rightarrow a \\ t < a}} f(t).$$

5.1. Calculer $s(1^+)$, $s(1^-)$, $s(2^+)$, $s(2^-)$. Que peut-on en conclure pour la fonction s lorsque $t = 1$ et $t = 2$?

5.2. Calculer $s'(t)$ sur chacun des intervalles $]0, 1[$, $]1, 2[$ et $]2, +\infty[$.

On admet que s' est strictement positive sur $]0, 1[\cup]2, +\infty[$.

Déterminer le signe de $s'(t)$ sur l'intervalle $]1, 2[$.

5.3. Calculer la valeur exacte de $s(\ln(1 + 2e))$. Déterminer $\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t)$ et dresser le tableau des variations de la fonction s sur $]0, +\infty[$.

5.4. Calculer $s'(1^+)$, $s'(1^-)$, $s'(2^+)$, $s'(2^-)$. On admet que ces nombres sont respectivement les coefficients directeurs des demi-tangentes à droite et à gauche aux points d'abscisse 1 et d'abscisse 2 de la courbe Γ représentative de la fonction s .

6°) On se place dans le plan rapporté à un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unités graphiques 5 cm sur l'axe des abscisses et 50 cm sur l'axe des ordonnées.

6.1. Recopier et compléter le tableau suivant dans lequel les valeurs numériques seront données à 10^{-2} près.

t	1	1,2	1,4	1,6	2	2,5	3	3,5
$s(t)$								

6.2. Tracer alors les tangentes ou demi-tangentes à la courbe Γ représentative de la fonction s aux points d'abscisses 0, 1, et 2. Tracer alors la courbe Γ .

Exercice 2 (8 points)

Toutes les valeurs numériques seront arrondies à 10^{-2} près.

Partie A.

Soit T une variable aléatoire qui suit une loi normale centrée réduite. Sa fonction de répartition est notée Π .

Soit $t_{\frac{\alpha}{2}}$ un nombre strictement positif. Montrer que :

$$P\left(-t_{\frac{\alpha}{2}} < T < +t_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha \text{ équivaut à } \Pi\left(t_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2}.$$

Déterminer $t_{\frac{\alpha}{2}}$ pour $\alpha = 0,05$ et $\alpha = 0,02$.

Dans un laboratoire de contrôle, on mesure la masse de l'extrait sec d'une résine acrylique

Partie B.

Dans cette partie, la mesure est faite à 105° C.

On admet qu'une mesure à 105° C est la réalisation d'une variable aléatoire X qui suit une loi normale de paramètre m_1 et σ_1 . On réalise 50 mesures qui constituent un échantillon non exhaustif de taille 50, extrait de la population de mesures à 105° C.

1°) On a obtenu (en grammes) sur cet échantillon une moyenne $\bar{x}_1 = 14,62$ et un écart-type $s_1 = 0,62$. Déterminer à partir de ces résultats une estimation ponctuelle \hat{m}_1 et \hat{s}_1 de la moyenne m_1 et de l'écart-type σ_1 de la variable aléatoire X .

2°) On admet que la variable aléatoire \bar{X} qui à tout échantillon de 50 mesures associe la moyenne de ces mesures à 105° C suit une loi normale $\mathcal{N}\left(\hat{m}_1, \frac{\hat{s}_1}{\sqrt{50}}\right)$ de paramètres

$$\hat{m}_1 \text{ et } \frac{\hat{s}_1}{\sqrt{50}}.$$

Déterminer un intervalle de confiance, au risque de 5 %, de la moyenne des mesures à 105° C de l'extrait sec.

Partie C.

Le laboratoire de contrôle décide de refaire 50 mesures de l'extrait sec, mais cette fois à 145° C.

On admet, comme dans la partie B, qu'une mesure à 145° C est la réalisation d'une variable aléatoire Y qui suit une loi normale de paramètres m_2 et σ_2 .

Sur ce nouvel échantillon, on a trouvé (en grammes) une moyenne $\bar{y}_2 = 13,56$ et un écart-type $s_2 = 0,55$.

1°) Déterminer à partir de ces résultats une estimation ponctuelle \hat{m}_2 et \hat{s}_2 de la moyenne m_2 et de l'écart-type σ_2 de la variable aléatoire Y .

2°) On admet que la variable aléatoire \bar{Y} qui à tout échantillon de 50 mesures associe la moyenne de ces mesures à 145°C suit une loi normale $\mathcal{N}\left(\hat{m}_2, \frac{\hat{s}_2}{\sqrt{50}}\right)$ de paramètre

$$\hat{m}_2 \text{ et } \frac{\hat{s}_2}{\sqrt{50}}.$$

On admet aussi que les variables aléatoires \bar{X} et \bar{Y} sont indépendantes, que les écarts-types σ_1 et σ_2 sont connus (on les prendra respectivement égaux à \hat{s}_1 et \hat{s}_2) et que la différence $D = \bar{X} - \bar{Y}$ suit une loi normale d'espérance mathématique $E(D)$ et d'écart-type $\sigma(D)$.

avec :

$$E(D) = \hat{m}_1 - \hat{m}_2 \text{ et } \sigma(D) = \sqrt{\frac{\hat{s}_1^2 + \hat{s}_2^2}{50}}$$

On se propose de comparer les moyennes des mesures de l'extrait sec à 105° C et à 145° C à l'aide d'un test bilatéral de comparaison des moyennes.

2.1 Donner l'hypothèse nulle H_0 et l'hypothèse alternative H_1 .

2.2 En utilisant la partie A, déterminer les deux valeurs critiques, bornes de l'intervalle qui permet de décider si les deux moyennes de la mesure de l'extrait sec sont égales au risque de 2 %.

2.3 Enoncer la règle de décision du test.

2.4 Mettre en œuvre ce test à partir des résultats obtenus sur les deux échantillons. Que concluez vous ?

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

BTS : groupement A

**CONTRÔLE INDUSTRIEL
ET REGULATION AUTOMATIQUE**

ELECTROTECHNIQUE

ELECTRONIQUE

GENIE OPTIQUE

INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

**TECHNIQUE PHYSIQUE
POUR L'INDUSTRIE ET LE LABORATOIRE**

Plusieurs résultats figurant dans ce formulaire ne sont pas au programme de TOUTES les spécialités de BTS appartenant à ce groupement.

1. RELATIONS FONCTIONNELLES

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b, \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$$

$$a^t = e^{t \ln a}, \text{ où } a > 0$$

$$t^\alpha = e^{\alpha \ln t}, \text{ où } t > 0$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(2t) = 2 \cos^2 t - 1 = 1 - 2 \sin^2 t$$

$$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$e^{it} = \cos t + i \sin t$$

$$\cos t = \frac{1}{2} (e^{it} + e^{-it}), \quad \text{ch } t = \frac{1}{2} (e^t + e^{-t})$$

$$\sin t = \frac{1}{2i} (e^{it} - e^{-it}), \quad \text{sh } t = \frac{1}{2} (e^t - e^{-t})$$

$$e^{a t} = e^{\alpha t} (\cos(\beta t) + i \sin(\beta t)), \text{ où } a = \alpha + i\beta$$

2. CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL

a) Limites usuelles

Comportement à l'infini

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} e^t = 0 ;$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$$

Croissances comparées à l'infini

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$$

Comportement à l'origine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0 ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0.$$

b) Dérivées et primitives

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\frac{1}{t}$	$\operatorname{ch} t$	$\operatorname{sh} t$
e^t	e^t	$\operatorname{sh} t$	$\operatorname{ch} t$
$t^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha t^{\alpha-1}$	$\operatorname{Arcsin} t$	$\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
$\sin t$	$\cos t$	$\operatorname{Arc tan} t$	$\frac{1}{1+t^2}$
$\cos t$	$-\sin t$	$e^{at} \ (a \in \mathbb{C})$	ae^{at}
$\tan t$	$\frac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$		

Opérations

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(k u)' = k u'$$

$$(uv)' = u'v + u v'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - u v'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \quad u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$$

c) Calcul intégral

Valeur moyenne de f sur $[a, b]$:

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t) v'(t) dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t) v(t) dt$$

d) Développements en séries entières

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \dots + \frac{t^n}{n!} + \dots$$

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 - \dots + (-1)^n t^n + \dots$$

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n} + \dots$$

$$\sin t = \frac{t}{1!} - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots + (-1)^p \frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + \dots$$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \dots + (-1)^p \frac{t^{2p}}{(2p)!} + \dots$$

$$(1+t)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!} t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} t^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} t^n + \dots$$

e) Equations différentielles

Équations	Solutions sur un intervalle I
$a(t) x' + b(t) x = 0$	$f(t) = ke^{-G(t)}$ où G est une primitive de $t \mapsto \frac{b(t)}{a(t)}$
$\alpha x'' + bx' + cx = 0$	Si $\Delta > 0$, $f(t) = \lambda e^{r_1 t} + \mu e^{r_2 t} \dots$ où r_1 et r_2 sont les racines de l'équation caractéristique
équation caractéristique :	Si $\Delta = 0$, $f(t) = (\lambda + \mu t)e^{rt} \dots$ où r est la racine double de l'équation caractéristique
$ax^2 + bx + c = 0$	Si $\Delta < 0$, $f(t) = [\lambda \cos(\beta t) + \mu \sin(\beta t)]e^{\alpha t}$ où $r_1 = \alpha + i\beta$ et $r_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.
de discriminant Δ	

3. SERIES DE FOURIER

f : fonction périodique de période T ;

développement en série de Fourier :

$$s(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} (a_k \cos(k \omega t) + b_k \sin(k \omega t)) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{in\omega t}, \quad (k \in \mathbb{N}^*, n \in \mathbb{Z}).$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) dt; \quad a_k = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(t) \cos(k \omega t) dt; \quad b_k = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(t) \sin(k \omega t) dt.$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) e^{-in\omega t} dt \quad (n \in \mathbb{Z}); \quad c_0 = a_0; \quad \frac{a_k - ib_k}{2} = c_k; \quad \frac{a_k + ib_k}{2} = c_{-k} \quad (k \in \mathbb{N}^*).$$

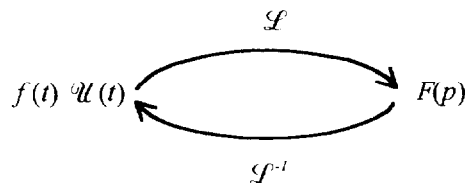
4. TRANSFORMATION DE LAPLACE

Fonctions usuelles

$$\mathcal{L}(\mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p}; \quad \mathcal{L}(t \mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p^2}; \quad \mathcal{L}(t^n \mathcal{U}(t)) = \frac{n!}{p^{n+1}} \quad (n \in \mathbb{N});$$

$$\mathcal{L}(e^{-at} \mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p+a}; \quad \mathcal{L}(\sin(\omega t) \mathcal{U}(t)) = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}; \quad \mathcal{L}(\cos(\omega t) \mathcal{U}(t)) = \frac{p}{p^2 + \omega^2}.$$

Propriétés



$f(\alpha t) \mathcal{U}(t) \quad \alpha > 0$	$\frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$
$f(t - \tau) \mathcal{U}(t - \tau)$	$F(p) e^{-\tau p}$
$f(t) e^{-at} \mathcal{U}(t)$	$F(p + a)$
$f'(t) \mathcal{U}(t)$	$pF(p) - f(0^+)$
$f''(t) \mathcal{U}(t)$	$p^2 F(p) - pf(0^+) - f'(0^+)$
$-t f(t) \mathcal{U}(t)$	$F'(p)$
$\int_0^t f(u) \mathcal{U}(u) du$	$\frac{F(p)}{p}$
$\frac{f(t)}{t} \mathcal{U}(t)$	$\int_p^{+\infty} F(u) du$
$\int_0^t f(u) g(t-u) \mathcal{U}(u) du$	$F(p) G(p)$
$f(t) \mathcal{U}(t)$ où f périodique de période T	$F_0(p) \frac{1}{1 - e^{-pT}}$ où $F_0(p) = \int_0^T f(t) e^{-pt} dt$

3. PROBABILITES

a) Loi binomiale $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ où $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$; $E(X) = np$; $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

b) Loi de Poisson

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$V(X) = \lambda$$

$k \backslash \lambda$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293
2	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988
3	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0000	0,0000

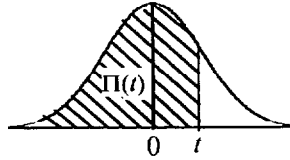
$k \backslash \lambda$	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,368	0,223	0,135	0,050	0,018	0,007	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000
1	0,368	0,335	0,271	0,149	0,073	0,034	0,015	0,006	0,003	0,001	0,000
2	0,184	0,251	0,271	0,224	0,147	0,084	0,045	0,022	0,011	0,005	0,002
3	0,061	0,126	0,180	0,224	0,195	0,140	0,089	0,052	0,029	0,015	0,008
4	0,015	0,047	0,090	0,168	0,195	0,176	0,134	0,091	0,057	0,034	0,019
5	0,003	0,014	0,036	0,101	0,156	0,176	0,161	0,128	0,092	0,061	0,038
6	0,001	0,004	0,012	0,050	0,104	0,146	0,161	0,149	0,122	0,091	0,063
7	0,000	0,001	0,003	0,022	0,060	0,104	0,138	0,149	0,140	0,117	0,090
8		0,000	0,001	0,008	0,030	0,065	0,103	0,130	0,140	0,132	0,113
9			0,000	0,003	0,013	0,036	0,069	0,101	0,124	0,132	0,125
10				0,001	0,005	0,018	0,041	0,071	0,099	0,119	0,125
11				0,000	0,002	0,008	0,023	0,045	0,072	0,097	0,114
12					0,001	0,003	0,011	0,026	0,048	0,073	0,095
13					0,000	0,001	0,005	0,014	0,030	0,050	0,073
14						0,000	0,002	0,007	0,017	0,032	0,052
15							0,001	0,003	0,009	0,019	0,035
16							0,000	0,001	0,005	0,011	0,022
17								0,001	0,002	0,006	0,013
18								0,000	0,001	0,003	0,007
19									0,000	0,001	0,004
20										0,001	0,002
21										0,000	0,001
22											0,000

c) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE $\mathcal{N}(0,1)$

$$\Pi(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$



t	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota : $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$