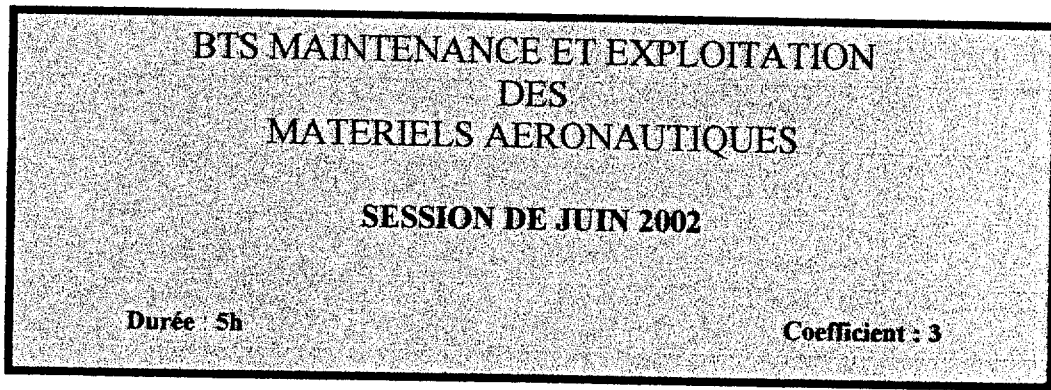


CORRIGE

- **Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.**



CORRIGE

Le barème proposé tient compte des difficultés des questions posées et du temps que les candidats devront passer pour chaque question.

Ce barème est une proposition, le jury de correction pourra le modifier en fonction des prestations des candidats.

Première partie :	Etude cinématique	/ 7 points
Deuxième partie :		
	- Première condition à satisfaire	/ 7 points
	- Deuxième condition à satisfaire	/ 7 points
	- Caractéristiques du ressort	/ 7 points
Troisième partie :	Dessin	/ 7 points
	Total	/ 35 points

La note sera ramenée à 20 points et arrondie au ½ point supérieur.

1 Déterminer la position du centre instantané de rotation $I_{6/0}$ du mouvement 6/0
/ 0,5 pts

Dans un mouvement plan, le champ des vecteurs vitesses est le même que si le mouvement 6/0 était un mouvement de rotation autour de $I_{6/0}\bar{z}_0$. (1)

$I_{6/0} \in$ à la \perp en H au support de $\vec{V}_{6/0}^H$ donc \in à GH

$I_{6/0} \in$ à la \perp en F au support de $\vec{V}_{6/0}^F$ donc \in à EF

D'où la construction

2 En déduire le support de $\vec{V}_{6/0}^D$. / 0,5pts

D'après (1), $\vec{V}_{6/0}^D$ est \perp en D à $I_{6/0}D$

D'où la construction

3 Montrer que $\vec{V}_{6/0}^D = \vec{V}_{4/0}^D$ / 0,5pts

Liaison $I_{6/4}$: Pivot d'axe $D\bar{z}_0 \Rightarrow \vec{V}_{6/0}^D = \vec{V}_{4/0}^D$

4 Quelle est la nature du mouvement 3/0 ? En déduire le support de $\vec{V}_{3/0}^D$.
/ 1pt

C est considéré comme fixe }
2 est considéré comme fixe }
 $I_{3/2}$: Pivot d'axe $C\bar{z}_0$ }

\Rightarrow Mouvement 3/0 : rotation autour de $C\bar{z}_0$

D'où $\vec{V}_{3/0}^D \perp$ en D à CD

5 En appliquant la loi de composition de mouvements en D, déterminer $\vec{V}_{4/0}^D$. En déduire $\vec{V}_{6/0}^D$.

/ 2pts

Loi de composition de mouvements : $\vec{V}_{4/0}^D = \vec{V}_{4/3}^D + \vec{V}_{3/0}^D$

D'où la construction en D

$$\|\vec{V}_{4/0}^D\| = 2,52 \text{ cm} \Rightarrow \|\vec{V}_{4/0}^D\| = \|\vec{V}_{6/0}^D\| = 5,04 \text{ cm/s}$$

6 Déterminer $\vec{V}_{6/0}^K$ **/ 2,5pts**

Dans un mouvement plan, le champ des vecteurs vitesses est le même que si le mouvement 6/0 était un mouvement de rotation autour de $I_{6/0}\bar{z}_0$. (1)

Dans un mouvement de rotation le champ des vecteurs vitesses est linéairement réparti le long d'un diamètre. (2).

Dans un mouvement de rotation, les vecteurs vitesses sont proportionnels à la distance des points à l'axe de rotation (3).

Soit $K' \in I_{6/0}D$ tel que $I_{6/0}K' = I_{6/0}K$.

D'après (2), nous obtenons la construction de $\vec{V}_{6/0}^{K'}$.

D'après (3), nous obtenons la construction de $\vec{V}_{6/0}^K$

$$\|\vec{V}_{6/0}^K\| = \|\vec{V}_{6/0}^{K'}\| = 3,128 \text{ cm} \Rightarrow 6,256 \text{ cm/s}$$

CORRIGE DE LA DEUXIEME PARTIE

Première condition à satisfaire
7pts/35

1- Montrer que $\{\tau_{T_{3/2}}\}$ est de la forme :

$$\begin{pmatrix} 0 & -(3 \times 28 \times \sin 27^\circ,5 A_{3/2}) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{D\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0}$$

/ 1,5 pts

$$\bar{S}_{T_{3/2}} = \bar{T}_{A \text{ de } 3/2} + \bar{T}_{B \text{ de } 3/2} + \bar{T}_{C \text{ de } 3/2}$$

Le dynamique correspondant est un triangle équilatéral fermé. D'où :

$$\bar{S}_{T_{3/2}} = \bar{0}$$

$$\bar{M}_{T_{3/2}}^t = \bar{M}_{T_{A \text{ de } 3/2}}^t + \bar{M}_{T_{B \text{ de } 3/2}}^t + \bar{M}_{T_{C \text{ de } 3/2}}^t$$

$$\bar{T}_{A \text{ de } 3/2}, \bar{T}_{B \text{ de } 3/2}, \bar{T}_{C \text{ de } 3/2} \in \text{plan } Dy_0z_0 \Rightarrow \bar{M}_{T_{3/2}}^t \text{ de la forme } \begin{pmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{D\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0}$$

$\|\bar{A}_{3/2}\| = \|\bar{B}_{3/2}\| = \|\bar{C}_{3/2}\|$ et la modélisation des actions mécaniques sur la vue de gauche du DOCUMENT V montre que :

$$L = -3 \times 28 \times \|\bar{T}_{A \text{ de } 3/2}\|.$$

Sur la vue de dessus du DOCUMENT V, on voit que $\|\bar{T}_{A \text{ de } 3/2}\| = \|\bar{A}_{3/2}\| \times \sin 27^\circ,5$.

D'où :

$$\{\tau_{T_{3/2}}\} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & -(3 \times 28 \times \sin 27^\circ,5 A_{3/2}) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{D\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0}$$

2- Montrer que $\{\tau_{N_{3/2}}\}$ est de la forme :

$$\begin{pmatrix} 3 \times \cos 27^\circ,5 \times A_{3/2} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{D\bar{x}_0\bar{y}_1\bar{z}_1}$$

/ 1,5 pts

$$\vec{S}_{N_{3/2}} = \vec{N}_{A \text{ de } 3/2} + \vec{N}_{B \text{ de } 3/2} + \vec{N}_{C \text{ de } 3/2}$$

$$\vec{N}_{A \text{ de } 3/2}, \vec{N}_{B \text{ de } 3/2}, \vec{N}_{C \text{ de } 3/2} // \text{ à l'axe } 0\vec{x}_0 \Rightarrow \vec{S}_{N_{3/2}} \text{ de la forme } \begin{pmatrix} X \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{D\vec{x}_0\vec{y}_1\vec{z}_1}$$

Sur la vue de dessus du DOCUMENT V, on voit que $\|\vec{N}_{A \text{ de } 3/2}\| = \|\vec{A}_{3/2}\| \times \cos 27^\circ,5$.

De plus $\|\vec{A}_{3/2}\| = \|\vec{B}_{3/2}\| = \|\vec{C}_{3/2}\|$. D'où :

$$\vec{S}_{N_{3/2}} \text{ de la forme } \begin{pmatrix} 3x \cos 27^\circ,5 x A_{3/2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{D\vec{x}_0\vec{y}_1\vec{z}_1}$$

$$\vec{M}_{N \text{ de } 3/2}^t = \vec{M}_{N_{A \text{ de } 3/2}}^t + \vec{M}_{N_{B \text{ de } 3/2}}^t + \vec{M}_{N_{C \text{ de } 3/2}}^t$$

$$\vec{N}_{A \text{ de } 3/2}, \vec{N}_{B \text{ de } 3/2}, \vec{N}_{C \text{ de } 3/2} // \text{ à l'axe } 0\vec{x}_0 \Rightarrow \vec{M}_{N \text{ de } 3/2}^t \text{ de la forme } \begin{pmatrix} 0 \\ M \\ N \end{pmatrix}_{D\vec{x}_0\vec{y}_1\vec{z}_1}$$

$$0\vec{x}_0\vec{y}_1 \text{ plan de symétrie} \Rightarrow M = 0$$

$$N = - \|\vec{N}_{A \text{ de } 3/2}\| xR + \|\vec{N}_{A \text{ de } 3/2}\| xR \sin 30 + \|\vec{N}_{A \text{ de } 3/2}\| xR \sin 30 = 0$$

D'où :

$$\{\tau_{N_{3/2}}\} \rightarrow \begin{pmatrix} 3x \cos 27^\circ,5 x A_{3/2} & | & 0 \\ 0 & | & 0 \\ 0 & | & 0 \end{pmatrix}_{D\vec{x}_0\vec{y}_1\vec{z}_1} = \begin{pmatrix} 3x \cos 27^\circ,5 x A_{3/2} & | & 0 \\ 0 & | & 0 \\ 0 & | & 0 \end{pmatrix}_{D\vec{x}_0\vec{y}_0\vec{z}_0}$$

3- En déduire que $\{\tau_{3/2}\}$ est de la forme $\begin{pmatrix} 3x \cos 27^\circ,5 x A_{3/2} & | & -3x28x \sin 27^\circ,5 x A_{3/2} \\ 0 & | & 0 \\ 0 & | & 0 \end{pmatrix}_{D\vec{x}_0\vec{y}_0\vec{z}_0}$

/ 0.5pts

Les résultats du 1) et du 2) montrent que cette condition est satisfaite.

4- En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la came 2, déterminer la valeur de $\vec{F}_{1 \text{ de } 4/2}$.

/ 3,5pts

SME : La came 2

BAME :

- Poids négligés

$$- \text{Action mécanique de } 3/2 : \left(\begin{array}{c|c} 3x\cos 27^{\circ},5xA_{3/2} & -3x28x\sin 27^{\circ},5xA_{3/2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right)_{D\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0}$$

$$- \text{Action mécanique du ressort } \underline{4} : \begin{cases} \bar{S}_{4/2} = -F_{1\text{ de } 4/2} \bar{x}_0 \\ \bar{M}_{D \text{ de } 4/2} = \bar{0} \end{cases}$$

$$- \text{Action mécanique sur les cannelures : } \left(\begin{array}{c|c} 0 & +15000 \text{ en mm.N} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right)_{D\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0}$$

Principe fondamental de la dynamique :

$$\{\tau_{AME}\} = \{\tau_{DYN}\} = \{0\}. \text{ D'où :}$$

$$\left(\begin{array}{c} 3\cos 27^{\circ},5xA_{3/2} \\ 0 \\ 0 \\ -3x28x\sin 27^{\circ},5xA_{3/2} \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)_{D\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0} + \left(\begin{array}{c} -F_{1,4/2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)_{D\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0} + \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 15000 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)_{D\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0} = \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)_{D\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0}$$

$$A_{3/5} = 386,72\text{N}$$

$$F_{1,4/2} = 1029\text{N}$$

CORRIGE DE LA DEUXIEME PARTIE

 Deuxième condition à satisfaire
 7pts/35

6- Mettre en place sur le DOCUMENT VI les éléments de réduction des torseurs associés aux liaisons en D, E et F.

Quelle relation existe-t-il entre chaque vecteur \vec{T} et chaque vecteur \vec{N} ?
 / 1pt

Les liaisons en D, E et F sont des contacts ponctuels avec adhérence à la limite du glissement. D'où :

$\vec{N}_{D \text{ de } 3/2}$, $\vec{N}_{E \text{ de } 3/2}$, $\vec{N}_{F \text{ de } 3/2}$ sont // à $0\vec{x}_0$ et dirigés de 3 vers 2.
 (Voir dessin , vue de dessus DOCUMENT VI)

$\vec{T}_{D \text{ de } 3/2}$, $\vec{T}_{E \text{ de } 3/2}$, $\vec{T}_{F \text{ de } 3/2} \in$ au plan $0\vec{y}_0\vec{z}_0$

- $\vec{T}_{D \text{ de } 3/2}$ s'oppose à $\vec{V}_{2/3}^D$
- $\vec{T}_{E \text{ de } 3/2}$ s'oppose à $\vec{V}_{2/3}^E$
- $\vec{T}_{F \text{ de } 3/2}$ s'oppose à $\vec{V}_{2/3}^F$

(Voir dessin , vue de gauche DOCUMENT VI)

Limite du glissement \Rightarrow :

- $\|\vec{T}_{D \text{ de } 3/2}\| = f_x \|\vec{N}_{D \text{ de } 3/2}\| = 0,2x \|\vec{N}_{D \text{ de } 3/2}\|$
- $\|\vec{T}_{E \text{ de } 3/2}\| = f_x \|\vec{N}_{E \text{ de } 3/2}\| = 0,2x \|\vec{N}_{E \text{ de } 3/2}\|$
- $\|\vec{T}_{F \text{ de } 3/2}\| = f_x \|\vec{N}_{F \text{ de } 3/2}\| = 0,2x \|\vec{N}_{F \text{ de } 3/2}\|$

De plus :

$$\|\vec{D}_{3/2}\| = \|\vec{E}_{3/2}\| = \|\vec{F}_{3/2}\| \Rightarrow \|\vec{T}_{D \text{ de } 3/2}\| = \|\vec{T}_{E \text{ de } 3/2}\| = \|\vec{T}_{F \text{ de } 3/2}\|$$

$$\|\vec{N}_{D \text{ de } 3/2}\| = \|\vec{N}_{E \text{ de } 3/2}\| = \|\vec{N}_{F \text{ de } 3/2}\|$$

7-Montrer que $\{\tau_{T_{3/2}}\}$ est de la forme $\begin{pmatrix} 0 & -(3x0,2x28x N_{D \text{ de } 3/2}) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{0\vec{x}_0\vec{y}_0\vec{z}_0}$

/ 1,5 pts

$$\bar{S}_{T_{3/2}} = \bar{T}_{D \text{ de } 3/2} + \bar{T}_{E \text{ de } 3/2} + \bar{T}_{F \text{ de } 3/2}$$

Le dynamique correspondant est un triangle équilatéral fermé. D'où :

$$\bar{S}_{T_{3/2}} = \bar{0}$$

$$\bar{M}_{T_{3/2}}^t = \bar{M}_{D \text{ de } 3/2}^t + \bar{M}_{E \text{ de } 3/2}^t + \bar{M}_{F \text{ de } 3/2}^t$$

$$\bar{T}_{D \text{ de } 3/2}, \bar{T}_{E \text{ de } 3/2}, \bar{T}_{F \text{ de } 3/2} \in \text{plan } Dy_0z_0 \Rightarrow \bar{M}_{T_{3/2}}^t \text{ de la forme } \begin{pmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{D\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0}$$

$$\|\bar{D}_{3/2}\| = \|\bar{E}_{3/2}\| = \|\bar{F}_{3/2}\|$$

et la modélisation des actions mécaniques sur la vue de gauche du DOCUMENT VI montre que :

$$L = -3 \times 28 \times \|\bar{T}_{D \text{ de } 3/2}\| = -3 \times 0,2 \times 28 \|\bar{N}_{D \text{ de } 3/2}\|$$

D'où :

$$\{\tau_{T_{3/2}}\} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & -(3 \times 0,2 \times 28 \times N_{D \text{ de } 3/2}) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{0\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0}$$

8- Montrer que $\{\tau_{N_{3/2}}\}$ est de la forme : $\begin{pmatrix} 3 \times N_{D \text{ de } 3/2} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{0\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0}$ / 1,5pts

$$\bar{S}_{N_{3/2}} = \bar{N}_{D \text{ de } 3/2} + \bar{N}_{E \text{ de } 3/2} + \bar{N}_{F \text{ de } 3/2}$$

$$\bar{N}_{D \text{ de } 3/2}, \bar{N}_{E \text{ de } 3/2}, \bar{N}_{F \text{ de } 3/2} // \text{à l'axe } 0\bar{x}_0 \Rightarrow \bar{S}_{N_{3/2}} \text{ de la forme } \begin{pmatrix} X \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{D\bar{x}_0\bar{y}_1\bar{z}_1}$$

De plus $\|\bar{N}_{D \text{ de } 3/2}\| = \|\bar{N}_{E \text{ de } 3/2}\| = \|\bar{N}_{F \text{ de } 3/2}\|$. D'où :

$$\bar{S}_{N_{3/2}} \text{ de la forme } \begin{pmatrix} 3 \times N_{D \text{ de } 3/2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{0\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0}$$

$$\bar{M}_{N_{3/2}}^t = \bar{M}_{D \text{ de } 3/2}^t + \bar{M}_{E \text{ de } 3/2}^t + \bar{M}_{F \text{ de } 3/2}^t$$

$$\bar{N}_{D \text{ de } 3/2}, \bar{N}_{E \text{ de } 3/2}, \bar{N}_{F \text{ de } 3/2} // \text{à l'axe } 0\bar{x}_0 \Rightarrow \bar{M}_{N_{3/2}}^t \text{ de la forme } \begin{pmatrix} 0 \\ M \\ N \end{pmatrix}_{D\bar{x}_0\bar{y}_1\bar{z}_1}$$

$$0\bar{x}_0\bar{y}_0 \text{ plan de symétrie} \Rightarrow M = 0$$

$$N = + \|\bar{N}_{D \text{ de } 3/2}\| \times 28 - \|\bar{N}_{E \text{ de } 3/2}\| \times 28 \times \sin 30 - \|\bar{N}_{F \text{ de } 3/2}\| \times 28 \times \sin 30 = 0$$

D'où :

$$\{\tau_{N_{3,2}}\} \rightarrow \begin{pmatrix} 3xN_{D \text{ de } 3/2} & | & 0 \\ 0 & | & 0 \\ 0 & | & 0 \end{pmatrix}_{0\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0}$$

9- En déduire que $\{\tau_{T_{3,2}}\}$ est de la forme $\begin{pmatrix} 3xN_{D \text{ de } 3/2} & | & -3x0,2xN_{D \text{ de } 3/2} \\ 0 & | & 0 \\ 0 & | & 0 \end{pmatrix}_{0\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0}$

/ 0,5pts

Les résultats du 1) et du 2) montrent que cette condition est satisfaite.

10- En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la came 2, déterminer la valeur de $\bar{F}_{2 \text{ de } 4/2}$.

/ 2,5pts

SME : La came 2

BAME :

- Poids négligés

- Action mécanique de 3/2 : $\begin{pmatrix} 3xN_{D \text{ de } 3/2} & | & -3x0,2xN_{D \text{ de } 3/2} \\ 0 & | & 0 \\ 0 & | & 0 \end{pmatrix}_{0\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0}$

- Action mécanique du ressort 4 : $\begin{cases} \bar{S}_{4/2} = -F_{2 \text{ de } 4/2} \bar{X}_0 \\ \bar{M}_{D \text{ de } 4/2} = \bar{0} \end{cases}$

- Action mécanique sur les cannelures : $\begin{pmatrix} 0 & | & +15000 \text{ en mm.N} \\ 0 & | & 0 \\ 0 & | & 0 \end{pmatrix}_{0\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0}$

Principe fondamental de la dynamique :

$$\{\tau_{AME}\} = \{\tau_{DYN}\} = \{0\}. \text{ D'où :}$$

$$\begin{pmatrix} 3xN_{D \text{ de } 3/2} \\ 0 \\ 0 \\ -3x0,2x28xN_{D \text{ de } 3/2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{0\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0} + \begin{pmatrix} -F_{2,4,2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{0\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 15000 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{0\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{0\bar{x}_0\bar{y}_0\bar{z}_0}$$

$$N_{D \text{ de } 3/2} = 892,85N$$

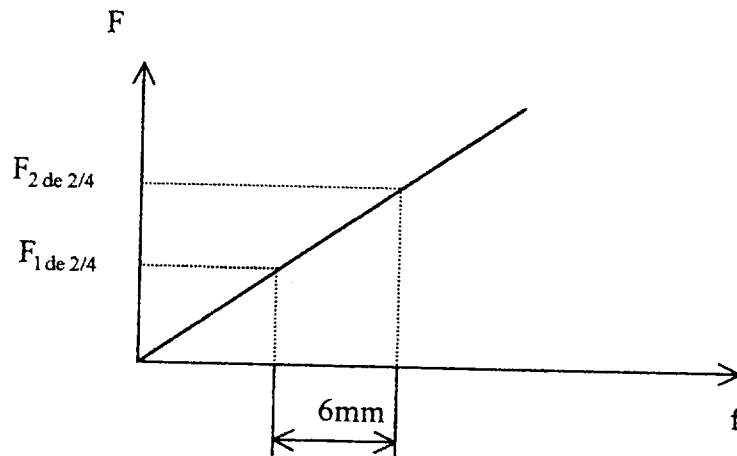
$$F_{2,4,2} = 2678,57N$$

CORRIGE DE LA DEUXIEME PARTIE

Détermination des caractéristiques du ressort 4
7pts/35

11- En tenant compte des résultats des deux conditions précédentes à satisfaire, ($\bar{F}_{1\text{de }4/2}$ et $\bar{F}_{2\text{de }4/2}$), déterminer la raideur du ressort k.

/ 1,5pts



Equation d'une droite :

$$k = \frac{2678,57 - 1029}{6} = 275 \text{ N/mm}$$

12- Flèche du ressort avec $F_{1\text{de }2/4}$

/ 1pt

$$f_1 = \frac{F_{1\text{de }2/4}}{k} = \frac{1029}{275} = 3,74 \text{ mm}$$

13- Valeur de L

/ 1pt

$$L = \text{Longueur du ressort sous charge} + f_1 = 40 + 3,74 = 43,74 \text{ mm}$$

14 - Nombre de spires du ressort

/ 1pt

$$k = \frac{Gd^4}{8D^3n} \Rightarrow n = \frac{Gd^4}{8D^3k} = 1,5$$

15 – Pas du ressort

$$p = \frac{L - 1,5d}{n} = 22,16\text{mm} \quad / 1\text{pt}$$

16 – Choix du matériau du ressort

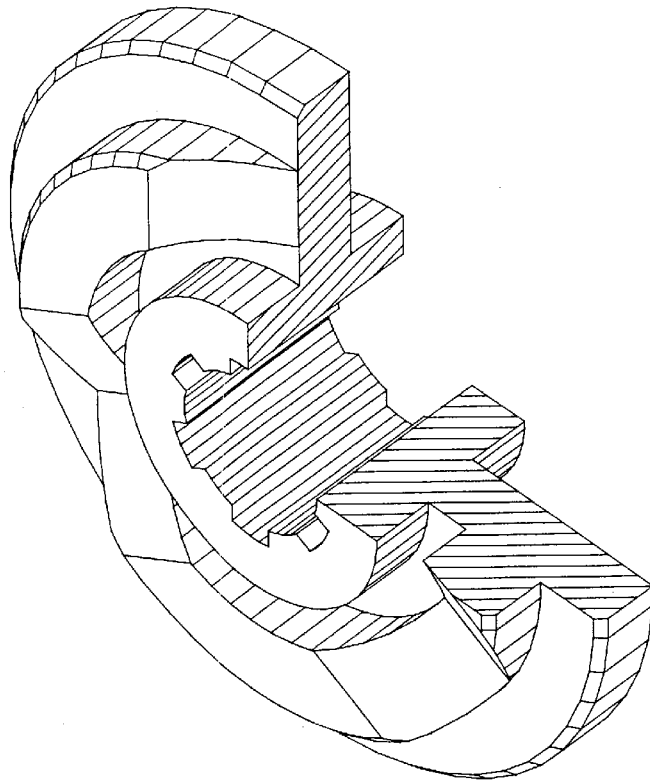
/ 1,5pts

$$\tau_{\max} = \frac{8 F_{\max} D}{\Pi d^3} = \frac{8 \times 2678,57 \times 39}{\Pi \times 7^3} = 775,55 \text{ MPa}$$

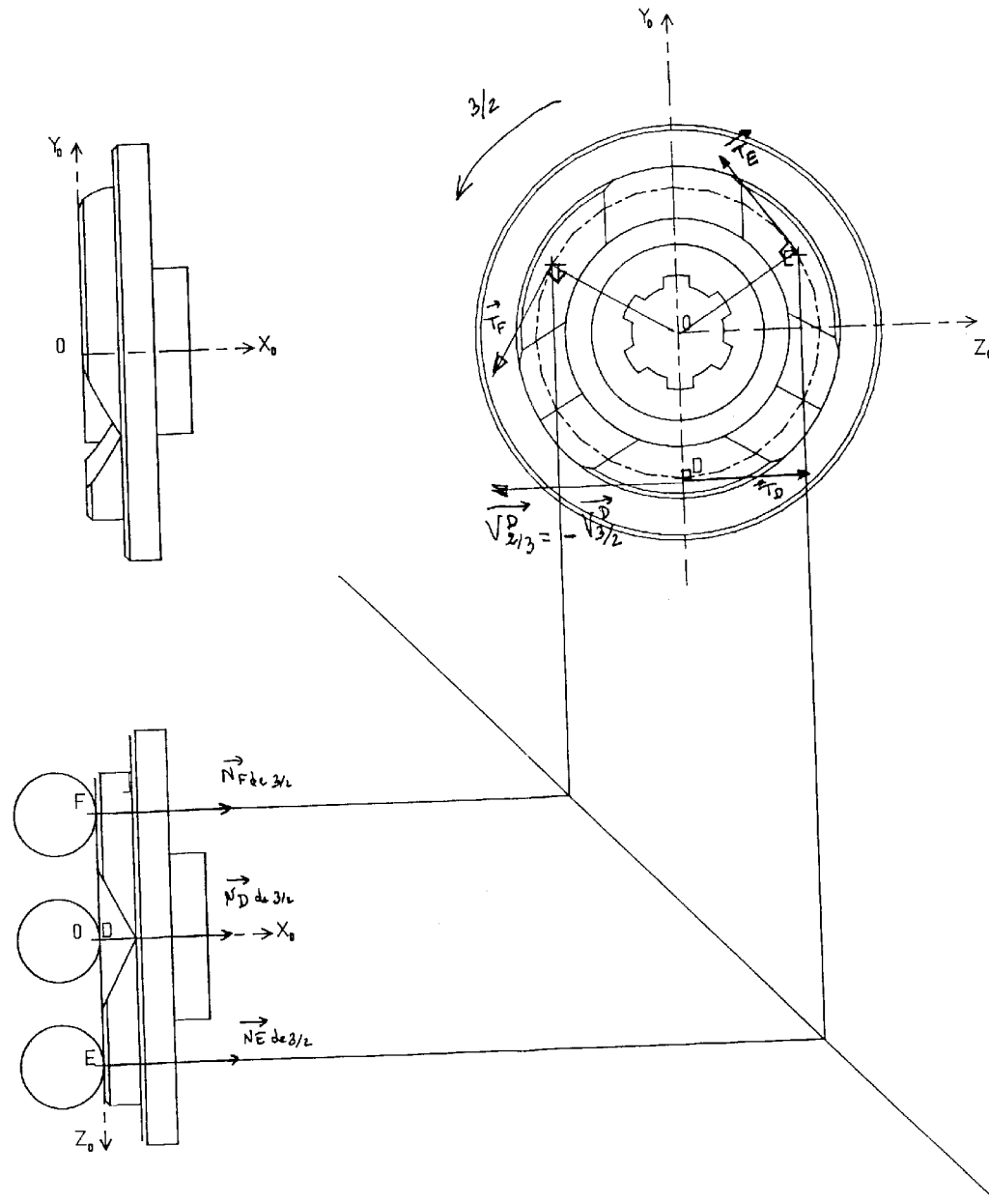
$$\tau_{\max} \leq \frac{R_e \times 0,8}{1,1} \quad \Rightarrow \quad R_e \geq 1066,38$$

Choix :

- acier à ressort qui satisfait à cette condition
51CrV4



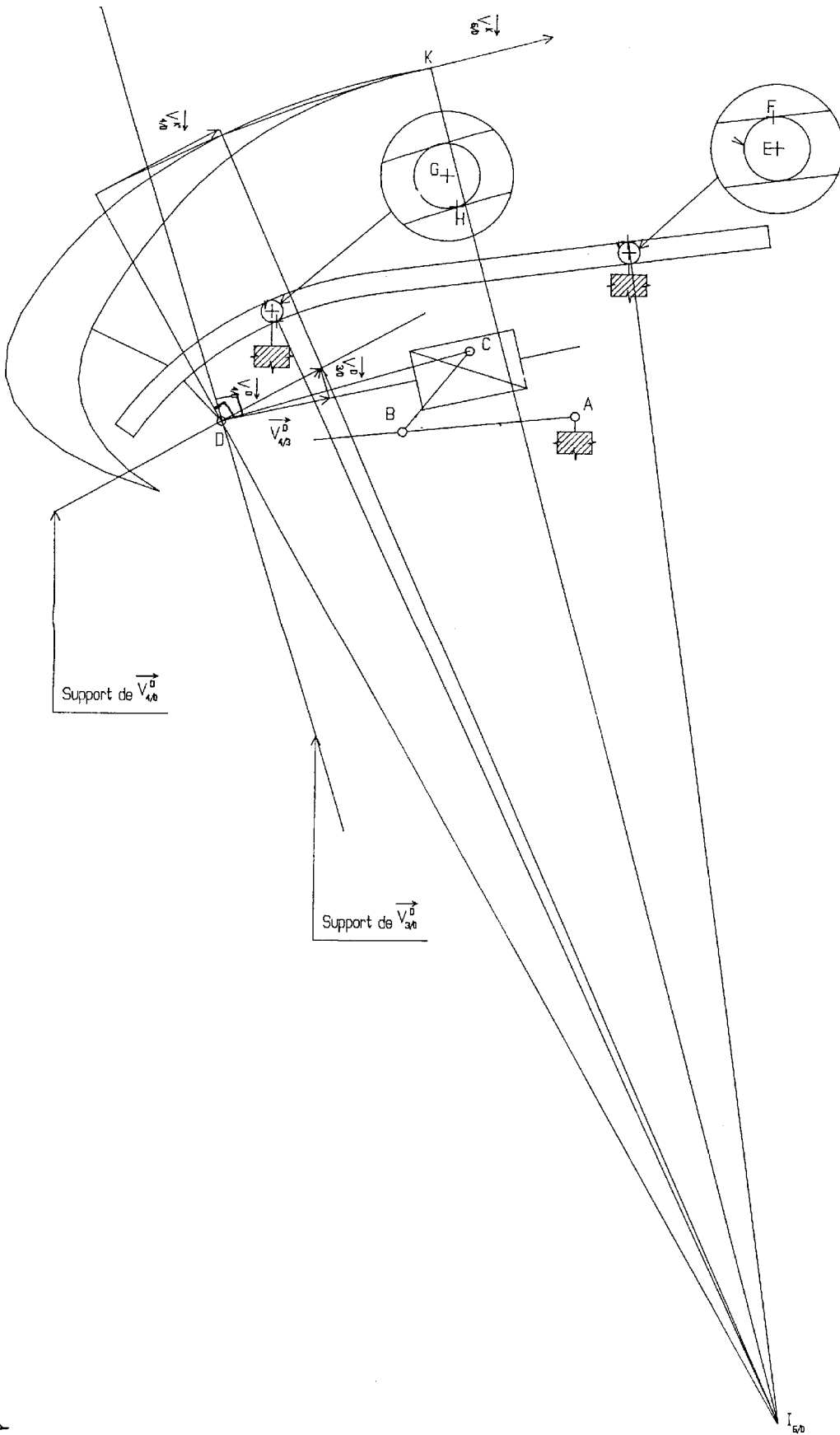
CORRIGE



DOCUMENT VI

Echelle: 1:1

CORRIGÉ



h v / h r