

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR

SESSION 2002

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures

GROUPE A

SPECIALITÉS	COEFFICIENT
CONTROLE INDUSTRIEL ET REGULATION AUTOMATIQUE	2
ELECTRONIQUE	2
ELECTROTECHNIQUE	1
GENIE OPTIQUE	3
INFORMATIQUE INDUSTRIELLE	3

TECHNIQUES PHYSIQUES POUR L'INDUSTRIE ET LE LABORATOIRE

Le sujet comprend 4 pages, numérotées de 1/4 à 4/4.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.
Il comprend 6 pages, numérotées de 1 à 6.

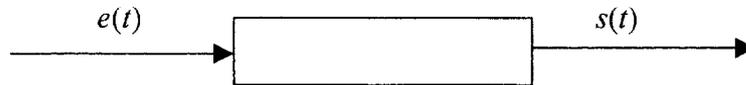
La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

Exercice 1. (12 points)

La fonction échelon unité \mathcal{U} est définie par $\mathcal{U}(t) = 0$ si $t < 0$ et $\mathcal{U}(t) = 1$ si $t \geq 0$.

On considère le système « entrée – sortie » représenté ci-dessous :



On note s le signal de sortie associé au signal d'entrée e . Les fonctions s et e sont des fonctions causales, c'est-à-dire qu'elles sont nulles pour $t < 0$. On admet que les fonctions s et e admettent des transformées de Laplace, notées respectivement S et E .

La fonction de transfert H du système est définie par : $S(p) = H(p) \times E(p)$.

On considère le signal d'entrée e défini par :

$$e(t) = t \mathcal{U}(t) - 2 \mathcal{U}(t-1) - (t-2) \mathcal{U}(t-2)$$

et la fonction H définie sur $]0, +\infty[$ par $H(p) = \frac{1}{p+1}$.

1°) Tracer la courbe représentative de la fonction e dans un repère orthonormal.

2°) Pour $p > 0$, déterminer $E(p)$.

3°) Déterminer les nombres réels A , B , et C tels que, pour tout $p > 0$, on ait :

$$\frac{1}{p^2(p+1)} = \frac{A}{p^2} + \frac{B}{p} + \frac{C}{p+1}.$$

On admet que

$$\frac{2}{p(p+1)} = \frac{2}{p} - \frac{2}{p+1}.$$

4°)

4.1. Déterminer $S(p)$ puis $s(t)$.

4.2. En déduire que la fonction s est définie par :

$$\begin{cases} s(t) = 0 & \text{si } t < 0 \\ s(t) = t - 1 + e^{-t} & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ s(t) = t - 3 + e^{-t}(1 + 2e) & \text{si } 1 \leq t < 2 \\ s(t) = e^{-t}(1 + 2e - e^2) & \text{si } t \geq 2 \end{cases}$$

5°) On rappelle que la notation $f(a^+)$ représente la limite de la fonction f lorsque la variable t tend vers a par valeurs supérieures : $f(a^+) = \lim_{\substack{t \rightarrow a \\ t > a}} f(t)$. De même,

$$f(a^-) = \lim_{\substack{t \rightarrow a \\ t < a}} f(t).$$

5.1. Calculer $s(1^+)$, $s(1^-)$, $s(2^+)$, $s(2^-)$. Que peut-on en conclure pour la fonction s lorsque $t = 1$ et $t = 2$?

5.2. Calculer $s'(t)$ sur chacun des intervalles $]0, 1[$, $]1, 2[$ et $]2, +\infty[$.

On admet que s' est strictement positive sur $]0, 1[\cup]2, +\infty[$.

Déterminer le signe de $s'(t)$ sur l'intervalle $]1, 2[$.

5.3. Calculer la valeur exacte de $s(\ln(1 + 2e))$. Déterminer $\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t)$ et dresser le tableau des variations de la fonction s sur $]0, +\infty[$.

5.4. Calculer $s'(1^+)$, $s'(1^-)$, $s'(2^+)$, $s'(2^-)$. On admet que ces nombres sont respectivement les coefficients directeurs des demi-tangentes à droite et à gauche aux points d'abscisse 1 et d'abscisse 2 de la courbe Γ représentative de la fonction s .

6°) On se place dans le plan rapporté à un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unités graphiques 5 cm sur l'axe des abscisses et 50 cm sur l'axe des ordonnées.

6.1. Recopier et compléter le tableau suivant dans lequel les valeurs numériques seront données à 10^{-2} près.

t	1	1,2	1,4	1,6	2	2,5	3	3,5
$s(t)$								

6.2. Tracer alors les tangentes ou demi-tangentes à la courbe Γ représentative de la fonction s aux points d'abscisses 0, 1, et 2. Tracer alors la courbe Γ .

Exercice 2 (8 points)

On se propose de résoudre le système différentiel (S) suivant, puis d'en déterminer une solution particulière.

$$(S) \begin{cases} x'(t) + 2y(t) = -2 \sin t & (E1) \\ 2x(t) - y'(t) = -2 \cos t & (E2) \end{cases}$$

Les fonctions x et y sont des fonctions de la variable réelle t , deux fois dérivables sur \mathbb{R} .

Partie A.

- 1°) Montrer en utilisant les équations $(E1)$ et $(E2)$ que la fonction x vérifie, pour tout t dans \mathbb{R} , l'équation différentielle :

$$x''(t) + 4x(t) = -6 \cos t. \quad (E)$$

- 2°) Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle (E) . En déduire les solutions du système (S) .

- 3°) Déterminer la solution particulière du système (S) vérifiant les conditions initiales $x(0) = -1$ et $y(0) = 0$.

Partie B.

On considère la courbe (Γ) définie par la représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = f(t) = \cos(2t) - 2 \cos t \\ y = g(t) = \sin(2t) - 2 \sin t, \end{cases}$$

où t est un réel appartenant à l'intervalle $[-\pi, +\pi]$.

- 1°) Montrer que la courbe (Γ) admet un axe de symétrie en calculant $f(-t)$ et $g(-t)$.

- 2.1 Calculer $f'(t)$.

Montrer que : $f'(t) = -4 \sin\left(\frac{t}{2}\right) \cos\left(\frac{3t}{2}\right)$.

- 2.2 Etablir le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle $[0, \pi]$.

3°) On admet que $g'(t) = -4 \sin\left(\frac{t}{2}\right) \sin\left(\frac{3t}{2}\right)$ et que le signe de g' est donné par le tableau suivant :

t	0		$\frac{2\pi}{3}$		π
Signe de $g'(t)$	0	—	0	+	

Dresser sur l'intervalle $[0, \pi]$ le tableau des variations conjointes des fonctions f et g .

4°) Déterminer un vecteur directeur de la tangente à la courbe (Γ) aux points B, C et D de paramètre respectifs $t_B = \frac{\pi}{3}$, $t_C = \frac{2\pi}{3}$ et $t_D = \pi$.

5°) Le plan \mathcal{P} est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

On admet que la tangente à la courbe (Γ) au point A de paramètre $t_A = 0$ a pour vecteur directeur \vec{i} . Tracer les tangentes aux points A, B, C et D puis la courbe (Γ) .

FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES

BTS : groupement A

**CONTRÔLE INDUSTRIEL
ET REGULATION AUTOMATIQUE**

ELECTROTECHNIQUE

ELECTRONIQUE

GENIE OPTIQUE

INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

**TECHNIQUE PHYSIQUE
POUR L'INDUSTRIE ET LE LABORATOIRE**

Plusieurs résultats figurant dans ce formulaire ne sont pas au programme de TOUTES les spécialités de BTS appartenant à ce groupement.

1. RELATIONS FONCTIONNELLES

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b, \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$$

$$a^t = e^{t \ln a}, \text{ où } a > 0$$

$$t^\alpha = e^{\alpha \ln t}, \text{ où } t > 0$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(2t) = 2 \cos^2 t - 1 = 1 - 2 \sin^2 t$$

$$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$e^{it} = \cos t + i \sin t$$

$$\cos t = \frac{1}{2} (e^{it} + e^{-it}), \quad \text{ch } t = \frac{1}{2} (e^t + e^{-t})$$

$$\sin t = \frac{1}{2i} (e^{it} - e^{-it}), \quad \text{sh } t = \frac{1}{2} (e^t - e^{-t})$$

$$e^{a t} = e^{\alpha t} (\cos(\beta t) + i \sin(\beta t)), \text{ où } a = \alpha + i\beta$$

2. CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL

a) Limites usuelles

Comportement à l'infini

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} e^t = 0 ;$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$$

Croissances comparées à l'infini

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$$

Comportement à l'origine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0 ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0.$$

b) Dérivées et primitives

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\frac{1}{t}$	$\operatorname{ch} t$	$\operatorname{sh} t$
e^t	e^t	$\operatorname{sh} t$	$\operatorname{ch} t$
$t^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha t^{\alpha-1}$	$\operatorname{Arcsin} t$	$\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
$\sin t$	$\cos t$	$\operatorname{Arc tan} t$	$\frac{1}{1+t^2}$
$\cos t$	$-\sin t$	$e^{at} \ (a \in \mathbb{C})$	ae^{at}
$\tan t$	$\frac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$		

Opérations

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = k u'$$

$$(uv)' = u'v + u v'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - u v'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \quad u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$$

c) Calcul intégral

Valeur moyenne de f sur $[a, b]$:

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t) v'(t) dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t) v(t) dt$$

d) Développements en séries entières

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \dots + \frac{t^n}{n!} + \dots$$

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 - \dots + (-1)^n t^n + \dots$$

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n} + \dots$$

$$\sin t = \frac{t}{1!} - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots + (-1)^p \frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + \dots$$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \dots + (-1)^p \frac{t^{2p}}{(2p)!} + \dots$$

$$(1+t)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!} t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} t^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} t^n + \dots$$

e) Equations différentielles

Équations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)x' + b(t)x = 0$	$f(t) = ke^{-G(t)}$ où G est une primitive de $t \mapsto \frac{b(t)}{a(t)}$
$\alpha x'' + \beta x' + \gamma x = 0$	Si $\Delta > 0$, $f(t) = \lambda e^{r_1 t} + \mu e^{r_2 t} \dots$ où r_1 et r_2 sont les racines de l'équation caractéristique
équation caractéristique :	Si $\Delta = 0$, $f(t) = (\lambda + \mu t)e^{rt} \dots$ où r est la racine double de l'équation caractéristique
$ax^2 + bx + c = 0$	Si $\Delta < 0$, $f(t) = [\lambda \cos(\beta t) + \mu \sin(\beta t)]e^{\alpha t}$ où $r_1 = \alpha + i\beta$ et $r_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.
de discriminant Δ	

3. SERIES DE FOURIER

f : fonction périodique de période T ;

développement en série de Fourier :

$$s(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} (a_k \cos(k \omega t) + b_k \sin(k \omega t)) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{in\omega t}, \quad (k \in \mathbb{N}^*, n \in \mathbb{Z}).$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) dt; \quad a_k = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(t) \cos(k \omega t) dt; \quad b_k = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(t) \sin(k \omega t) dt.$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) e^{-in\omega t} dt \quad (n \in \mathbb{Z}); \quad c_0 = a_0; \quad \frac{a_k - ib_k}{2} = c_k; \quad \frac{a_k + ib_k}{2} = c_{-k} \quad (k \in \mathbb{N}^*).$$

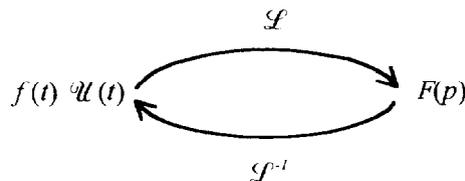
4. TRANSFORMATION DE LAPLACE

Fonctions usuelles

$$\mathcal{L}(\mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p}; \quad \mathcal{L}(t \mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p^2}; \quad \mathcal{L}(t^n \mathcal{U}(t)) = \frac{n!}{p^{n+1}} \quad (n \in \mathbb{N});$$

$$\mathcal{L}(e^{-at} \mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p+a}; \quad \mathcal{L}(\sin(\omega t) \mathcal{U}(t)) = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}; \quad \mathcal{L}(\cos(\omega t) \mathcal{U}(t)) = \frac{p}{p^2 + \omega^2}.$$

Propriétés



$f(\alpha t) \mathcal{U}(t) \quad \alpha > 0$	$\frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$
$f(t - \tau) \mathcal{U}(t - \tau)$	$F(p) e^{-\tau p}$
$f(t) e^{-at} \mathcal{U}(t)$	$F(p + a)$
$f'(t) \mathcal{U}(t)$	$pF(p) - f(0^+)$
$f''(t) \mathcal{U}(t)$	$p^2 F(p) - pf(0^+) - f'(0^+)$
$-t f(t) \mathcal{U}(t)$	$F'(p)$
$\int_0^t f(u) \mathcal{U}(u) du$	$\frac{F(p)}{p}$
$\frac{f(t)}{t} \mathcal{U}(t)$	$\int_p^{+\infty} F(u) du$
$\int_0^t f(u) g(t-u) \mathcal{U}(u) du$	$F(p) G(p)$
$f(t) \mathcal{U}(t)$ où f périodique de période T	$F_0(p) \frac{1}{1 - e^{-pT}}$ où $F_0(p) = \int_0^T f(t) e^{-pt} dt$

3. PROBABILITES

a) Loi binomiale $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ où $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$; $E(X) = np$; $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

b) Loi de Poisson

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$V(X) = \lambda$$

$k \backslash \lambda$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293
2	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988
3	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0000	0,0000

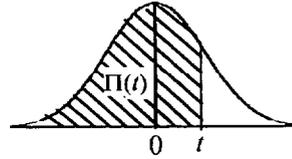
$k \backslash \lambda$	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,368	0,223	0,135	0,050	0,018	0,007	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000
1	0,368	0,335	0,271	0,149	0,073	0,034	0,015	0,006	0,003	0,001	0,000
2	0,184	0,251	0,271	0,224	0,147	0,084	0,045	0,022	0,011	0,005	0,002
3	0,061	0,126	0,180	0,224	0,195	0,140	0,089	0,052	0,029	0,015	0,008
4	0,015	0,047	0,090	0,168	0,195	0,176	0,134	0,091	0,057	0,034	0,019
5	0,003	0,014	0,036	0,101	0,156	0,176	0,161	0,128	0,092	0,061	0,038
6	0,001	0,004	0,012	0,050	0,104	0,146	0,161	0,149	0,122	0,091	0,063
7	0,000	0,001	0,003	0,022	0,060	0,104	0,138	0,149	0,140	0,117	0,090
8		0,000	0,001	0,008	0,030	0,065	0,103	0,130	0,140	0,132	0,113
9			0,000	0,003	0,013	0,036	0,069	0,101	0,124	0,132	0,125
10				0,001	0,005	0,018	0,041	0,071	0,099	0,119	0,125
11				0,000	0,002	0,008	0,023	0,045	0,072	0,097	0,114
12					0,001	0,003	0,011	0,026	0,048	0,073	0,095
13					0,000	0,001	0,005	0,014	0,030	0,050	0,073
14						0,000	0,002	0,007	0,017	0,032	0,052
15							0,001	0,003	0,009	0,019	0,035
16							0,000	0,001	0,005	0,011	0,022
17								0,001	0,002	0,006	0,013
18								0,000	0,001	0,003	0,007
19									0,000	0,001	0,004
20										0,001	0,002
21										0,000	0,001
22											0,000

c) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE $\mathcal{N}(0,1)$

$$\Pi(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota : $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$