

Épreuve : PHYSIQUE APPLIQUÉE

Durée : 3 Heures

Coefficient : 3

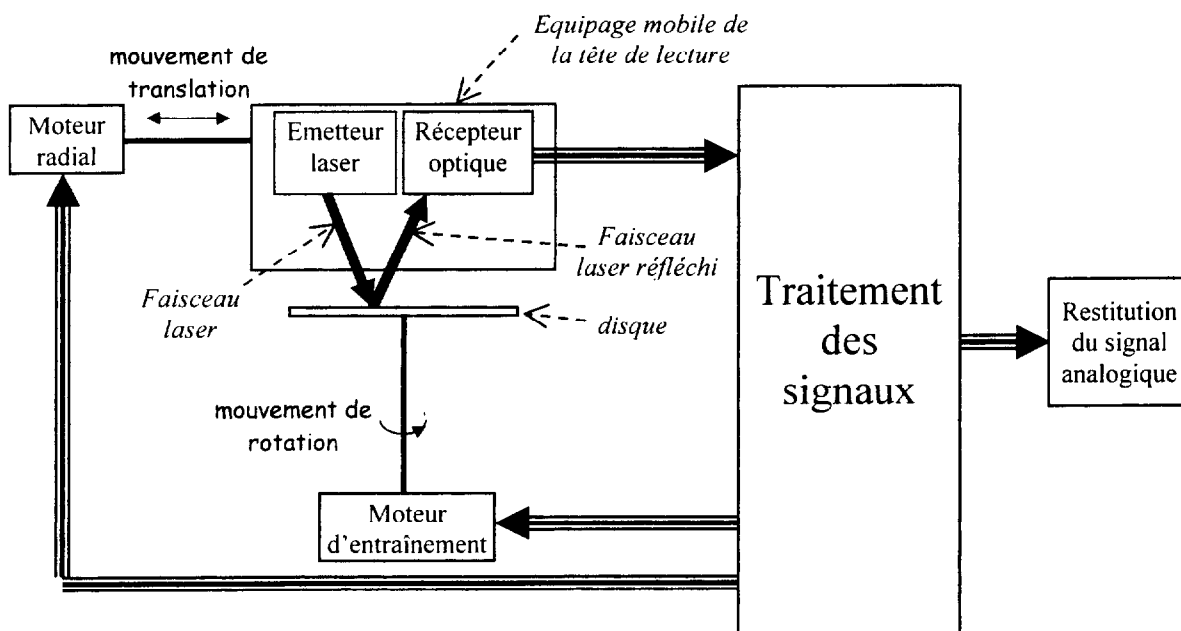
L'usage de la calculatrice est autorisé selon la réglementation en vigueur (circulaire n°99-186 du 16/11/1999).

LECTEUR LASER

Le sujet aborde l'étude de certaines des fonctions intervenant dans le fonctionnement d'un lecteur de disques laser. Les cinq parties du sujet peuvent être traitées indépendamment les unes des autres.

Des rappels sur la transformation de Laplace sont donnés à la fin du sujet.

L'organisation fonctionnelle simplifiée du lecteur est la suivante :

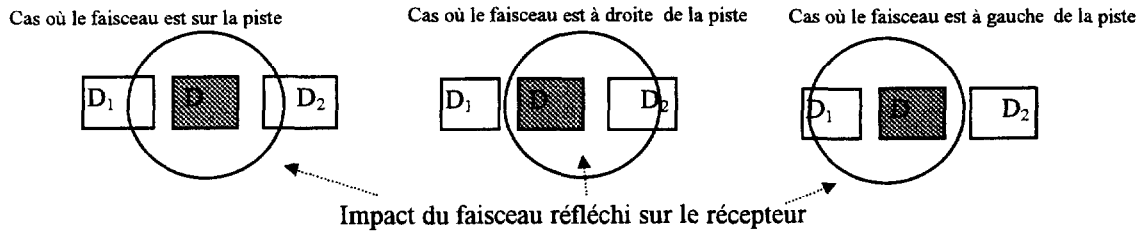


Les informations numériques sont gravées sur le disque sur une piste en spirale.

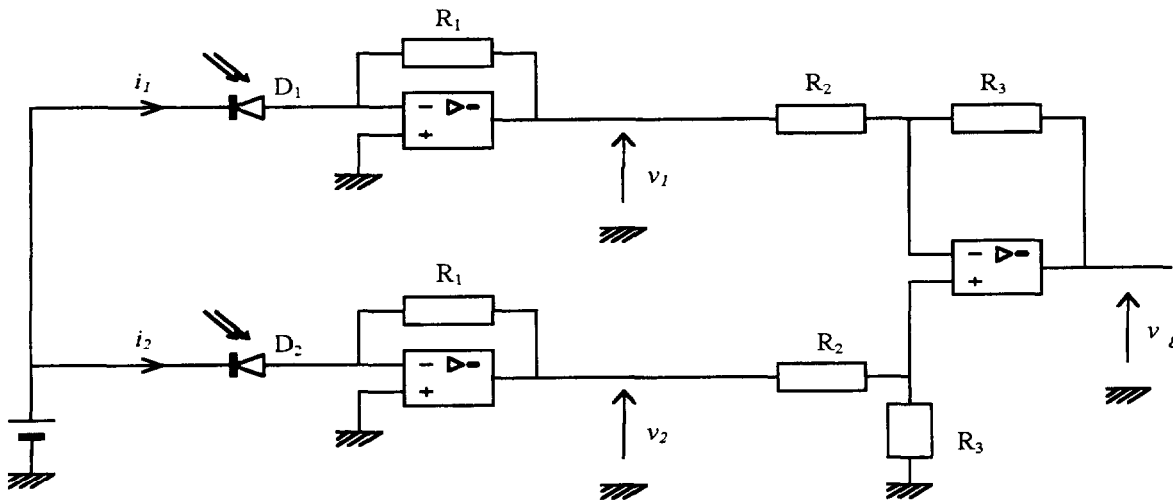
Leur lecture est réalisée par la composition de deux mouvements : rotation du disque autour de son axe (moteur d'entraînement) et translation de la tête de lecture le long d'un rayon du disque (« moteur radial »). Ce dernier moteur doit être asservi en position, afin que le faisceau laser suive en permanence la piste.

**I Étude du récepteur optique.**

Le récepteur optique est constitué par un ensemble de 3 photodiodes ( $D_1$ ,  $D_2$  et  $D$ ) qui reçoivent le faisceau laser réfléchi sur la surface du disque.  $D$  est la diode permettant la lecture de la piste. Les diodes  $D_1$  et  $D_2$  sont placées de part et d'autre de  $D$ .



On étudie la partie traitement du signal associée à  $D_1$  et  $D_2$ .



Les amplificateurs opérationnels sont idéaux et utilisés dans leur domaine de linéarité.

Les 2 photodiodes sont identiques. Chacune, polarisée en inverse, se comporte comme une source de courant :

$$i_1 = \sigma e_1 \text{ et } i_2 = \sigma e_2.$$

Dans ces formules  $e_1$  et  $e_2$  désignent les intensités lumineuses reçues respectivement par  $D_1$  et  $D_2$  ;  $\sigma$  désigne le paramètre caractéristique de la photodiode.

**I.1.** Etablir l'expression de  $v_1$  en fonction de  $R_1$  et  $i_1$ .

En déduire que  $v_1 = \beta e_1$  et expliciter le coefficient  $\beta$  en fonction de  $R_1$  et de  $\sigma$ .

Donner, sans démonstration, l'expression de  $v_2$  en fonction de  $\beta$  et  $e_2$ .

**I.2.** Etablir l'expression de  $v_\epsilon$  en fonction de  $v_1$ ,  $v_2$  et des résistances  $R_2$  et  $R_3$ .

Quelle est la fonction réalisée par le bloc d'entrées  $v_1$  et  $v_2$  et de sortie  $v_\epsilon$  ?

En déduire l'expression de  $v_\epsilon$  en fonction de  $\beta$ ,  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $R_2$  et  $R_3$ .

- I.3.** Quelle est la valeur de  $v_\varepsilon$  quand le faisceau laser est sur la piste ?  
 Déterminer le signe de  $v_\varepsilon$  : quand le faisceau est à droite de la piste.  
 quand le faisceau est à gauche de la piste.

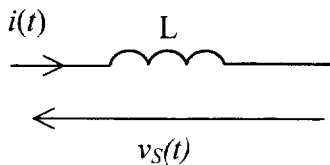
**I.4.** A partir de la description générale du système, indiquer le rôle du montage étudié au **I.** dans le fonctionnement du lecteur de disque.

**II Modélisation du « moteur radial ».**

Le « moteur radial » est une simple bobine dans laquelle on injecte un courant  $i(t)$ . Cette bobine, placée dans le champ magnétique d'un aimant permanent fixe, est soumise à des forces de Laplace d'intensité :  $F = \lambda i$ . Dans cette formule,  $\lambda$  est une constante.

Sous l'effet de ces forces, la bobine se déplace et permet à la tête de lecture de suivre la piste.

**II .1.** La bobine est assimilable à une inductance pure de valeur  $L$ .



Quelle est la relation entre les valeurs instantanées  $v_S(t)$  et  $i(t)$  ?

En déduire la relation entre  $V_S(p)$  et  $I(p)$ , transformées de Laplace de  $v_S(t)$  et  $i(t)$  dans le cas où :  $i(0^+) = 0$ .

**II .2.** La loi fondamentale de la dynamique permet d'écrire la relation suivante :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + f \frac{dx}{dt} + k x(t) = \lambda i(t)$$

Dans cette équation, on désigne par  $x(t)$  la position du faisceau laser par rapport au centre du disque et par  $m$  la masse de l'équipage mobile,  $f$  le coefficient de frottement et  $k$  le coefficient de raideur du ressort de rappel.

Les coefficients  $m, f, k$  et  $\lambda$  sont des constantes positives.

On suppose que :  $x(0^+) = \left( \frac{dx}{dt} \right)_{0^+} = 0$ .

On note  $V_S(p), X(p), I(p)$  les transformées de Laplace de  $v_S(t), x(t), i(t)$ .

Montrer que l'expression de la transmittance opérationnelle  $H(p)$  définie par  $H(p) = \frac{X(p)}{I(p)}$

peut se mettre sous la forme :

$$H(p) = \frac{H_0}{1 + a p + b p^2}$$

En déduire les expressions des paramètres  $H_0, a$  et  $b$  en fonction de  $m, f, k$  et  $\lambda$ .

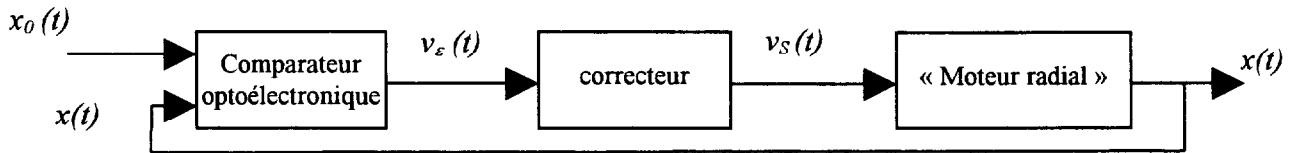
**II.3.** A l'aide des questions précédentes, déterminer la transmittance du « moteur radial » :

$$H_M(p) = \frac{X(p)}{V_S(p)}$$

**III Étude de l’asservissement du « moteur radial ».**

Ce moteur doit être asservi en position, afin que le faisceau laser suive en permanence la piste.

Le schéma fonctionnel du système asservi est le suivant :



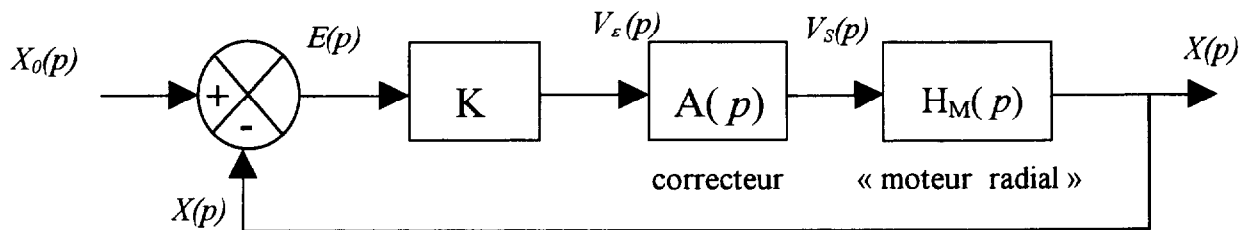
$x_0(t)$  représente la position de la piste par rapport au centre du disque.

$x(t)$  représente la position du faisceau laser par rapport au centre du disque.

On désigne par  $\epsilon(t)$  l’erreur de position. On pose :  $\epsilon(t) = x_0(t) - x(t)$

Le comparateur optoélectronique délivre une tension d’erreur :  $v_\epsilon(t) = K \epsilon(t)$ .

Le modèle opérationnel de ce système asservi de position est :



$X_0(p), E(p), V_\epsilon(p), V_S(p), X(p)$  sont les transformées de Laplace de  $x_0(t), \epsilon(t), v_\epsilon(t), v_S(t), x(t)$ .

**III .1. Étude de la précision de l’asservissement.**

**III.1.a.** Montrer que la transformée de Laplace  $E(p)$  du signal d’erreur est :

$$E(p) = \frac{1}{1 + K A(p) H_M(p)} X_0(p)$$

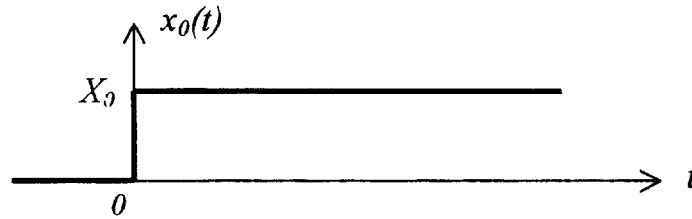
**III.1.b.** On effectue une correction proportionnelle :  $A(p) = A$  ( $A$  une constante positive).

On donne la transmittance du « moteur radial » :

$$H_M(p) = \frac{H_{M0}}{p(1 + a p + b p^2)}$$

Dans cette formule,  $H_{M0}, a$  et  $b$  sont des paramètres constants.

On se propose d'étudier la réponse de l'asservissement à un échelon de position : à l'instant  $t = 0$ , la position du disque varie brusquement.



On peut exprimer cet échelon  $x_0(t)$  en fonction de l'échelon unité  $\gamma(t)$  par la relation :  

$$x_0(t) = X_0 \cdot \gamma(t)$$

Déterminer la valeur  $\varepsilon_\infty$  de l'erreur en régime établi. (Cf. rappels sur la transformation de Laplace en fin de sujet).

Que peut-on dire de la précision du système asservi ?

**III .2. Étude de la stabilité de l'asservissement.**

Le diagramme de Bode de la transmittance en boucle  $T_{BO}(j\omega)$  est donné sur la feuille-réponse. On rappelle que la marge de phase (exprimée en degrés) est donnée par la relation :

$$M\phi = 180 + \arg(T_{BO}(j\omega_0)).$$

Dans cette formule,  $\omega_0$  désigne la pulsation pour laquelle le gain G en boucle ouverte est nul.

Sur la feuille-réponse, effectuer la construction permettant de déterminer la marge de phase  $M\phi$  du système et relever sa valeur numérique.

Cette valeur est-elle suffisante ? Justifier la réponse.

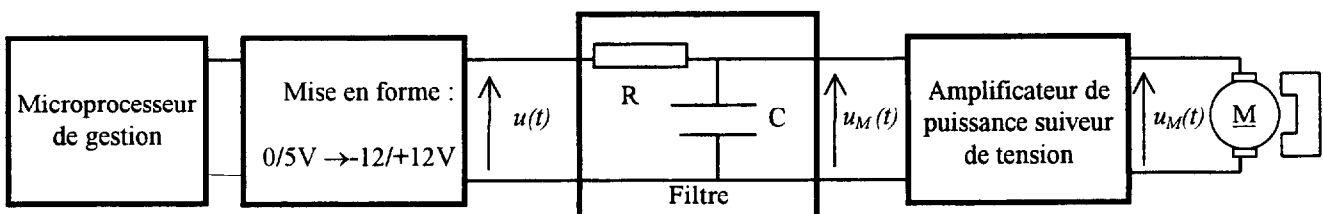
**IV. Étude de la commande du moteur d'entraînement.**

Un moteur à courant continu à aimant permanent entraîne le disque en rotation.

Un microprocesseur gère la fréquence de rotation pour assurer une vitesse constante pour la lecture des informations ; il fournit le signal de commande du moteur.

Dans les conditions d'utilisation du moteur, la fréquence de rotation  $n$  (exprimée en tr/min) est liée à la valeur moyenne  $\langle u_M \rangle$  (exprimée en V) de la tension d'alimentation  $u_M(t)$  par la relation :

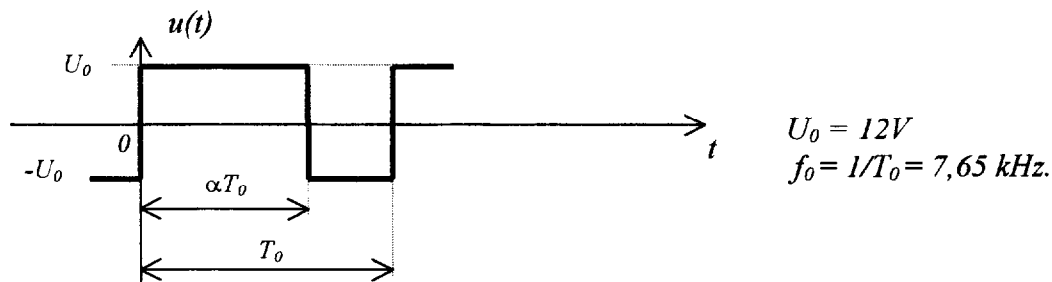
$$n = 150 \langle u_M \rangle.$$



**IV.1. Commande du moteur.**

Le signal  $u(t)$  est représenté sur la figure ci-dessous.

La fréquence  $f_0$  est fixe et son rapport cyclique  $\alpha$  est réglable entre 0 et 1.



**IV.1.a.** Etablir l'expression de la valeur moyenne  $\langle u \rangle$  de  $u(t)$  en fonction de  $\alpha$  et  $U_0$ .

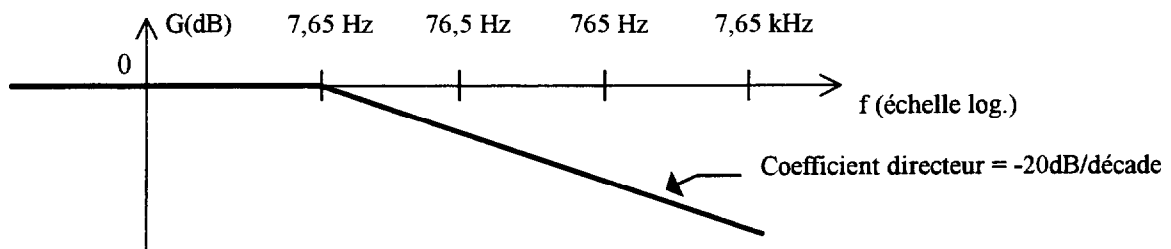
**IV.1.b** Les tensions périodiques  $u(t)$  et  $u_M(t)$  peuvent s'écrire sous la forme d'une somme d'une composante continue (la valeur moyenne) et de composantes sinusoïdales :

$$u(t) = \langle u \rangle + \hat{U}_1 \sin(2\pi f.t) + \hat{U}_2 \sin(4\pi f.t) + \dots$$

$$u_M(t) = \langle u_M \rangle + \hat{U}_{M1} \sin(2\pi f.t) + \hat{U}_{M2} \sin(4\pi f.t) + \dots$$

Indiquer la valeur de la fréquence du fondamental des signaux  $u(t)$  et  $u_M(t)$ .

**IV.1.c.** Le diagramme de Bode asymptotique du gain du filtre RC utilisé est :



Déterminer le gain en continu et à la fréquence  $7,65 \text{ kHz}$ .

Comparer  $\langle u \rangle$  et  $\langle u_M \rangle$ . Comparer  $\hat{U}_1$  et  $\hat{U}_{M1}$ . Justifier les réponses.

**IV.2. Application :**

Pour un fonctionnement donné, la tension  $u(t)$  (exprimé en  $V$ ) peut s'écrire en première approximation :

$$u(t) = 3 + 14,1 \sin(2\pi f_0.t)$$

**IV.2.a.** Justifier que l'on peut alors considérer  $u_M(t)$  comme un signal continu et égal à la valeur moyenne  $\langle u \rangle$  de  $u(t)$ .

**IV.2.b.** Déterminer la valeur de la fréquence de rotation  $n$  (exprimée en tr/min) du moteur pour une valeur moyenne  $\langle u_M \rangle = 3 \text{ V}$  de la tension d'alimentation.

**IV.2.c.** Déterminer la valeur du rapport cyclique  $\alpha$  dans ce cas.

**IV.2.d.** Le dispositif permet-il la rotation du moteur dans les 2 sens, lorsque  $\alpha$  varie de 0 à 1 ? Justifier la réponse.

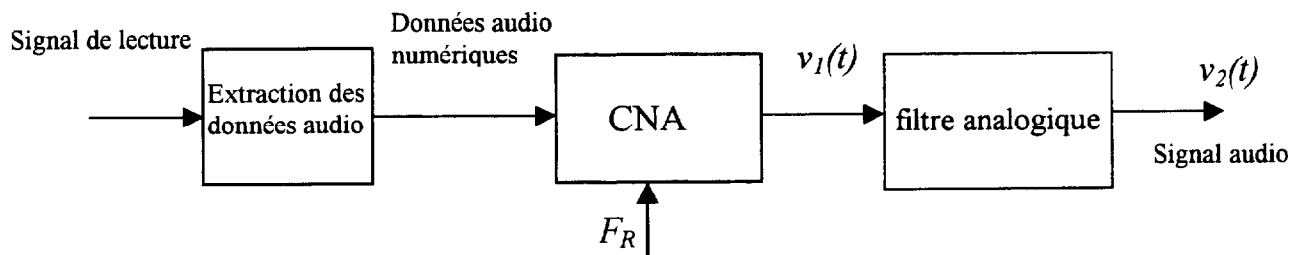
**V Étude de la restitution des informations dans le cas d'un CD audio :**

**V.1.** On rappelle qu'un signal analogique audio HIFI est caractérisé par un spectre limité par les fréquences :  $f_{min} = 20 \text{ Hz}$  et  $f_{max} = 20 \text{ kHz}$ .

Lors de l'enregistrement du CD, le signal audio est échantillonné et bloqué avec une fréquence d'échantillonnage  $F_E = 44,4 \text{ kHz}$ . Chaque échantillon est ensuite numérisé.

Justifier que la valeur choisie pour  $F_E$ , correspond à un échantillonnage sans perte d'information.

**V.2.** La chaîne de restitution du signal analogique audio à partir des données numériques est représentée ci-dessous :

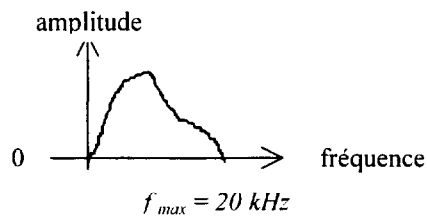


Cette chaîne utilise un convertisseur numérique-analogique 16 bits, pouvant fournir une tension comprise entre les valeurs extrêmes -5 V et + 5 V.

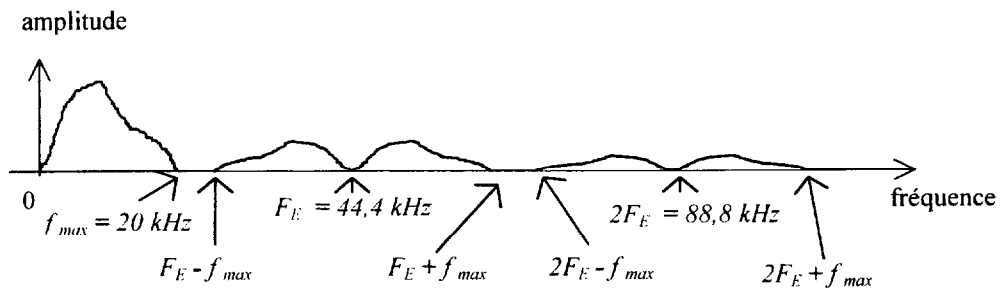
Dans cette question, on suppose que les données numériques sont converties à une fréquence égale à celle utilisée lors de l'enregistrement ( $F_R = F_E = 44,4 \text{ kHz}$ ).

Déterminer la valeur du quantum du CNA utilisé, ainsi que la période d'échantillonnage.

V.3. Le spectre du signal audio  $v_2(t)$  désiré est :



Le spectre du signal  $v_1(t)$  de sortie du CNA est :



Quel type de filtre doit-on utiliser pour obtenir le signal audio désiré ?  
Donner, en la justifiant, la fréquence de coupure de ce filtre.

**ANNEXE : Rappels sur la transformation de Laplace :**

**Transformée de l'échelon unité :**  $\gamma(t)$  a pour transformée  $1/p$

**Transformée de la dérivée :**

Si  $f(t)$  a pour transformée  $F(p)$  et si  $f(0^+) = 0$  alors  $f'(t)$  a pour transformée  $p \cdot F(p)$

**Théorème de la valeur finale :**

Si  $f(t)$  a pour transformée  $F(p)$  alors  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot F(p)$



# FEUILLE-REPONSE A REMETTRE AVEC LA COPIE

