B.T.S. CHIMISTE - SESSION 2003

Épreuve : MATHÉMATIQUES

CHMAT-M1

Durée : 2 heures *Coefficient : 3*

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé

EXERCICE 1 : (13 points) *Etude de la cinétique d'une réaction en chaîne.*

On considère un réacteur dans lequel on fait réagir du CH_4 dans du Cl_2 en excès. Dans ce cas, on peut modéliser les réactions par des cinétiques d'ordre 1 :

$$CH_4 \rightarrow CH_3Cl \rightarrow CH_2Cl_2 \rightarrow CHCl_3 \rightarrow CCl_4$$

On note $a = [CH_4]_0$ la concentration initiale en CH_4 et k une constante réelle non nulle exprimée en min^{-1}. Le temps t est exprimé en minutes.

Les valeurs approchées seront arrondies au centième le plus proche.

Les trois parties A, B et C sont indépendantes.

PARTIE A

$[CH_4]_t$ étant la concentration en CH_4 à l'instant t, on pose $x(t) = \dfrac{[CH_4]_t}{a}$. À l'instant $t = 0$, la concentration en CH_4 est égale à a et donc $x(0) = 1$.

Les lois cinétiques donnent l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dx}{dt} = -4kx \qquad (1)$$

1. a. Donner la solution générale de l'équation différentielle (1).
   b. Déterminer la solution de l'équation (1) qui vérifie la condition initiale $x(0) = 1$.

$[CH_3Cl]_t$ étant la concentration en CH_3Cl à l'instant t, on pose $y(t) = \dfrac{[CH_3Cl]_t}{a}$

À l'instant $t = 0$, la concentration en CH_3Cl est nulle, donc $y(0) = 0$.

Les lois cinétiques donnent l'équation différentielle suivante : $\dfrac{dy}{dt} = -3ky + 4ke^{-4kt}$ qui s'écrit sous la forme :

$$y' + 3ky = 4ke^{-4kt} \qquad (2)$$

2. Résoudre l'équation différentielle homogène associée : $y' + 3ky = 0$

3. Déterminer une solution particulière de l'équation (2) de la forme $t \mapsto \lambda e^{-4kt}$ où λ est une constante réelle.

4. a. Donner la solution générale de l'équation différentielle (2).
   b. Déterminer la solution de l'équation différentielle (2) qui vérifie la condition initiale $y(0) = 0$

PARTIE B

$[CH_2Cl_2]_t$ et $[CHCl_3]_t$ étant les concentrations en CH_2Cl_2 et $CHCl_3$ à l'instant t, on pose $z(t)=\dfrac{[CH_2Cl_2]_t}{a}$ et $v(t)=\dfrac{[CHCl_3]_t}{a}$. À l'instant $t = 0$, ces concentrations sont nulles et donc $z(0)=v(0)=0$.

Les lois cinétiques donnent les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dfrac{dz}{dt} = -2kz + 12k\left(e^{-3kt} - e^{-4kt}\right) & (3) \\ \dfrac{dv}{dt} = -kv + 2kz & (4) \end{cases}$$

1. Montrer que $v'(0) = 0$.
2. a. Montrer que l'équation (4) s'écrit sous la forme : $z(t) = \dfrac{1}{2k}\left[v'(t) + kv(t)\right]$

   b. En dérivant cette expression de z, exprimer $z' = \dfrac{dz}{dt}$ en fonction de $v' = \dfrac{dv}{dt}$ et de $v'' = \dfrac{d^2v}{dt^2}$.

   c. En reportant les expressions de z et de $\dfrac{dz}{dt}$ dans l'équation (3), montrer que v vérifie l'équation différentielle du second ordre linéaire à coefficients constants (E_1) suivante :

$$v'' + 3kv' + 2k^2v = 24k^2\left(e^{-3kt} - e^{-4kt}\right) \qquad (E_1)$$

3. Résoudre l'équation différentielle homogène (E_0) associée : $v'' + 3kv' + 2k^2v = 0$
4. Déterminer une solution particulière de l'équation (E_1) de la forme $t \mapsto \alpha e^{-3kt} + \beta e^{-4kt}$ où α et β sont des constantes réelles.
5. Donner la solution générale de l'équation différentielle (E_1).

On suppose maintenant que $k = 0{,}1 \text{ min}^{-1}$.

6. Montrer que la solution v qui vérifie les conditions initiales $v(0)=0$ et $v'(0)=0$ est définie par : $v(t) = 4e^{-0,1t} - 12e^{-0,2t} + 12e^{-0,3t} - 4e^{-0,4t}$.

PARTIE C

On considère la fonction v définie par tout réel $t \geq 0$ par $v(t) = 4e^{-0,1t} - 12e^{-0,2t} + 12e^{-0,3t} - 4e^{-0,4t}$.

1. a. Calculer la dérivée v' de v.

   b. Vérifier que la dérivée de v peut s'écrire sous la forme :

$$v'(t) = 0{,}4e^{-0,1t}\left(4e^{-0,1t} - 1\right)\cdot\left(e^{-0,1t} - 1\right)^2$$

2. Étudier le signe de $v'(t)$ en fonction de t. En déduire le tableau de variation de la fonction v sur l'intervalle $[0\,;75]$.
3. Représenter graphiquement la fonction $v : t \mapsto v(t)$ pour $t \in [0\,;75]$, dans un repère orthogonal d'unités graphiques, 1 mm sur l'axe des abscisses (1 cm représente donc 10 minutes) et 20 cm sur l'axe des ordonnées.

EXERCICE 2 : (7 points)

Partie I : *plan d'expériences*

Pour établir un modèle du rendement en trichlorométhane, on réalise un plan factoriel d'expériences complet portant sur deux facteurs X_1 et X_2 qui représentent la température et la durée du passage des gaz dans le réacteur. Ce plan d'expériences est construit selon l'algorithme de Yates.

On suppose que le rendement y du phénomène est modélisé par une expression de la forme :

$$y = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_{12} X_1 X_2 + \varepsilon$$

où a_0, a_1, a_2, a_{12} sont des réels et ε une variable aléatoire qui suit une loi normale de moyenne 0 et d'écart type σ, où σ est un réel > 0.

On attribue les niveaux suivants aux facteurs :

niveau	-1	1
durée X_1	10 minutes	20 minutes
température X_2	50°C	100°C

Les quatre expériences réalisées ont donné les résultats suivants :

expérience	1	2	3	4
durée	10 minutes	20 minutes	10 minutes	20 minutes
température	50 °C	50 °C	100 °C	100 °C
rendement	0,05	0,10	0,15	0,25

1. Établir la matrice complète des interactions.
2. Calculer les estimations ponctuelles des effets.
3. Donner l'expression du modèle.
4. Interprétation
   a) Que représente le coefficient a_0 par rapport à ces expériences ?
   b) En interprétant des effets des deux facteurs, quelles sont les conditions optimales pour la fabrication du trichlorométhane ?

Partie II : *étude statistique*

Les valeurs approchées seront arrondies au millième le plus proche.

On suppose que l'estimation ponctuelle de a_1 est 0,038. On considère que l'effet du facteur X_1 est estimé par une variable aléatoire qui suit une loi normale d'écart type $\sigma_e = 0,005$. Calculer un intervalle de confiance de l'effet du facteur X_1 au seuil de risque 5%.

FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES

BTS CHIMISTE

1. RELATIONS FONCTIONNELLES

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$, où $a > 0$ et $b > 0$

$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$

$a^t = e^{t \ln a}$, où $a > 0$

$t^\alpha = e^{\alpha \ln t}$, où $t > 0$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

$\cos(2t) = 2\cos^2 t - 1 = 1 - 2\sin^2 t$

$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$

$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$

$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$

$\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

$\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$

$\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$

$e^{it} = \cos t + i \sin t$

$\cos t = \frac{1}{2}\left(e^{it} + e^{-it}\right)$

$\sin t = \frac{1}{2i}\left(e^{it} - e^{-it}\right)$

$e^{at} = e^{\alpha t}(\cos(\beta t) + i \sin(\beta t))$, où $a = \alpha + i\beta$

2. CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL

a) Limites usuelles

Comportement à l'infini

$\lim\limits_{t \to +\infty} \ln t = +\infty$;

$\lim\limits_{t \to +\infty} e^t = +\infty$;

$\lim\limits_{t \to -\infty} e^t = 0$;

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} t^\alpha = +\infty$; si $\alpha < 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} t^\alpha = 0$

Comportement à l'origine

$\lim\limits_{t \to 0} \ln t = -\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha = 0$; si $\alpha < 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha \ln t = 0$.

Croissances comparées à l'infini

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$

b) Dérivées et primitives

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\frac{1}{t}$	$\text{Arc}\sin t$	$\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
e^t	e^t	$\text{Arc}\tan t$	$\frac{1}{1+t^2}$
t^α $(\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha t^{\alpha-1}$		
$\sin t$	$\cos t$	e^{at} $(a \in \mathbb{C})$	$a e^{at}$
$\cos t$	$-\sin t$		
$\tan t$ $\tan t$	$\frac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$		

Opérations

$(u+v)' = u' + v'$

$(ku)' = k u'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$

$\left(e^u\right)' = e^u u'$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$\left(u^\alpha\right)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$

c) Calcul intégral

Valeur moyenne de f sur $[a, b]$:

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t)\,v'(t)\,\mathrm{d}t = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t)\,v(t)\,\mathrm{d}t$$

d) Développements limités

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \cdots + \frac{t^n}{n!} + t^n\,\varepsilon(t)$$

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 + \cdots + (-1)^n t^n + t^n\varepsilon(t)$$

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{t^n}{n} + t^n\varepsilon(t)$$

$$\sin t = \frac{t}{1!} - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} + \cdots + (-1)^p\frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + t^{2p+1}\varepsilon(t)$$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} + \cdots + (-1)^p\frac{t^{2p}}{(2p)!} + t^{2p}\varepsilon(t)$$

$$(1+t)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}t^2 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}t^n + t^n\varepsilon(t)$$

e) Equations différentielles

Équations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)x' + b(t)x = 0$	$f(t) = ke^{-G(t)}$ où G est une primitive de $t \mapsto \frac{b(t)}{a(t)}$
$ax'' + bx' + cx = 0$ équation caractéristique : $ar^2 + br + c = 0$ de discriminant Δ	Si $\Delta > 0$, $f(t) = \lambda e^{r_1 t} + \mu e^{r_2 t}$ .... où r_1 et r_2 sont les racines de l'équation caractéristique Si $\Delta = 0$, $f(t) = (\lambda t + \mu)e^{rt}$ .... où r est la racine double de l'équation caractéristique Si $\Delta < 0$, $f(t) = [\lambda\cos(\beta t) + \mu\sin(\beta t)]e^{\alpha t}$ où $r_1 = \alpha + i\beta$ et $r_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.

3. *PROBABILITES*

a) Loi binomiale $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ où $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$; $E(X) = np$; $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

b) Loi de Poisson

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$V(X) = \lambda$$

k \ λ	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293
2	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988
3	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0000	0,0000

k \ λ	1	1.5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.368	0.223	0.135	0.050	0.018	0.007	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
1	0.368	0.335	0.271	0.149	0.073	0.034	0.015	0.006	0.003	0.001	0.000
2	0.184	0.251	0.271	0.224	0.147	0.084	0.045	0.022	0.011	0.005	0.002
3	0.061	0.126	0.180	0.224	0.195	0.140	0.089	0.052	0.029	0.015	0.008
4	0.015	0.047	0.090	0.168	0.195	0.176	0.134	0.091	0.057	0.034	0.019
5	0.003	0.014	0.036	0.101	0.156	0.176	0.161	0.128	0.092	0.061	0.038
6	0.001	0.004	0.012	0.050	0.104	0.146	0.161	0.149	0.122	0.091	0.063
7	0.000	0.001	0.003	0.022	0.060	0.104	0.138	0.149	0.140	0.117	0.090
8		0.000	0.001	0.008	0.030	0.065	0.103	0.130	0.140	0.132	0.113
9			0.000	0.003	0.013	0.036	0.069	0.101	0.124	0.132	0.125
10				0.001	0.005	0.018	0.041	0.071	0.099	0.119	0.125
11				0.000	0.002	0.008	0.023	0.045	0.072	0.097	0.114
12					0.001	0.003	0.011	0.026	0.048	0.073	0.095
13					0.000	0.001	0.005	0.014	0.030	0.050	0.073
14						0.000	0.002	0.007	0.017	0.032	0.052
15							0.001	0.003	0.009	0.019	0.035
16							0.000	0.001	0.005	0.011	0.022
17								0.001	0.002	0.006	0.013
18								0,000	0.001	0.003	0.007
19									0.000	0.001	0.004
20										0.001	0.002
21										0,000	0.001
22											0.000

c) Loi exponentielle

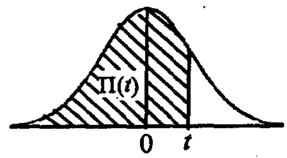
Fonction de fiabilité : $R(t) = e^{-\lambda t}$ $E(X) = \dfrac{1}{\lambda}$ (M.T.B.F.) $\sigma(X) = \dfrac{1}{\lambda}$

d) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité : $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE $\mathcal{N}(0,1)$

$$\Pi(t)=P(T\leq t)=\int_{-\infty}^{t}f(x)\,\mathrm{d}x$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota : $\Pi(-t)=1-\Pi(t)$

Annule et remplace la page 2 du formulaire intégrée au sujet

b) Dérivées et primitives

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\dfrac{1}{t}$	$\text{Arc}\sin t$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
e^t	e^t	$\text{Arc}\tan t$	$\dfrac{1}{1+t^2}$
$t^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha t^{\alpha-1}$		
$\sin t$	$\cos t$	$e^{at} \ (a \in \mathbb{C})$	ae^{at}
$\cos t$	$-\sin t$		
$\tan t$	$\dfrac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$		

Opérations

$(u+v)' = u' + v'$

$(ku)' = ku'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$

$\left(e^u\right)' = e^u u'$

$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$\left(u^\alpha\right)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$

c) Calcul intégral

Valeur moyenne de f sur $[a, b]$:

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)\, dt$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t)\, v'(t)\, dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t)\, v(t)\, dt$$

d) Equations différentielles

Équations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)x' + b(t)x = 0$	$f(t) = ke^{-G(t)}$ où G est une primitive de $t \mapsto \dfrac{b(t)}{a(t)}$
$ax'' + bx' + cx = 0$ équation caractéristique : $ar^2 + br + c = 0$ de discriminant Δ	Si $\Delta > 0$, $f(t) = \lambda e^{r_1 t} + \mu e^{r_2 t}$ …….. où r_1 et r_2 sont les racines de l'équation caractéristique Si $\Delta = 0$, $f(t) = (\lambda t + \mu)e^{rt}$ ……… où r est la racine double de l'équation caractéristique Si $\Delta < 0$, $f(t) = [\lambda\cos(\beta t) + \mu\sin(\beta t)]e^{\alpha t}$ où $r_1 = \alpha + i\beta$ et $r_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.