MATGRA

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR

SESSION 2003

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
Durée : 3 heures

GROUPE A

SPECIALITES	COEFFICIENT
CONTROLE INDUSTRIEL ET REGULATION AUTOMATIQUE	2
ELECTRONIQUE	2
ELECTROTECHNIQUE	1
GENIE OPTIQUE	3
INFORMATIQUE INDUSTRIELLE	3
TECHNIQUES PHYSIQUES POUR L'INDUSTRIE DE LABORATOIRE	3

Le sujet comprend 3 pages, numérotées de 1/3 à 3/3.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.
Il comprend 7 pages, numérotées de 1 à 7.

(On fournira 2 feuilles de papier millimétré pour construire chacune des courbes demandées dans les exercices 1 et 2)

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

Exercice 1 (*10 points*)

Le but de cet exercice est de déterminer les premiers coefficients de Fourier et les principales harmoniques d'un signal.

Partie A

Pour tout entier naturel n non nul, on considère les intégrales :

$$I_n = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos(nx)\,\mathrm{d}x \qquad \text{et} \qquad J_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos(nx)\,\mathrm{d}x .$$

1°) Montrer que $I_n = -\dfrac{1}{n}\sin n\dfrac{\pi}{2}$.

2°) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que $J_n = \dfrac{\pi}{2n}\sin(n\dfrac{\pi}{2}) + \dfrac{1}{n^2}\cos(n\dfrac{\pi}{2}) - \dfrac{1}{n^2}$.

3°) Déterminer I_1, I_2, I_3, puis J_1, J_2, J_3 .

Partie B

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$, paire, périodique de période 2π, telle que :

$$\begin{cases} \text{si} \quad 0 \le t \le \dfrac{\pi}{2} & f(t) = \dfrac{2E}{\pi}t \\ \text{si} \quad \dfrac{\pi}{2} < t \le \pi & f(t) = E \end{cases}$$

où E est un nombre réel donné, strictement positif.

1°) Tracer, dans un repère orthogonal, la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle $[-\pi, 3\pi]$ (on prendra $E = 2$ **uniquement** pour construire la courbe représentant f).

2°) Soit a_0 et pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, a_n et b_n les coefficients de Fourier associés à f .

a) Calculer a_0.

b) Pour tout $n \ge 1$, donner la valeur de b_n.

c) En utilisant la partie A, vérifier que pour tout $n \ge 1$, $a_n = \dfrac{2E}{\pi^2}(2J_n + \pi I_n)$.

Calculer a_{4k} pour tout entier $k \ge 1$.

Partie C

1°) Déterminer les coefficients a_1, a_2, a_3 .

2°) Calculer F^2, carré de la valeur efficace de la fonction f sur une période.
On rappelle que dans le cas où f est paire, périodique de période T, on a :

$$F^2 = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} f^2(t)\,\mathrm{d}t .$$

3°) On sait par ailleurs que la formule de Bessel-Parseval donne :

$$F^2 = a_0{}^2 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n{}^2 + b_n{}^2}{2}.$$

Soit P le nombre défini par $P = a_0{}^2 + \frac{1}{2}(a_1{}^2 + a_2{}^2 + a_3{}^2)$.

Calculer P, puis donner la valeur décimale arrondie au millième du rapport $\frac{P}{F^2}$.

Ce dernier résultat très proche de1 justifie que dans la pratique, on peut négliger les harmoniques d'ordre supérieur à 3.

Exercice 2 (*10 points*)

On note j le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

On considère la fonction H définie, pour tout nombre complexe p distinct de 0 et de -1, par :

$$H(p) = \frac{1}{p\,(1+p)}.$$

Dans toute la suite de l'exercice on prend $p = \mathrm{j}\omega$, où ω désigne un nombre réel strictement positif.

1) On note $r(\omega)$ le module du nombre complexe $H(\mathrm{j}\omega)$ et on considère la fonction G définie, pour tout réel ω strictement positif, par :

$$G(\omega) = \frac{20}{\ln 10}\ln r(\omega).$$

a) Montrer que $G(\omega) = -\frac{20}{\ln 10}\ln\left(\omega\sqrt{1+\omega^2}\right)$.

b) Déterminer les limites de la fonction G en 0 et en $+\infty$.
Montrer que la fonction G est strictement décroissante sur $]0\,;+\infty[$.

2) a) Montrer qu'un argument $\varphi(\omega)$ de $H(\mathrm{j}\omega)$ est :

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \mathrm{Arctan}\,\omega.$$

b) Etudier les variations de la fonction φ sur $]0\,;+\infty[$ (on précisera les limites en 0 et en $+\infty$).

3) On considère la courbe $\mathscr{C}$ définie par la représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x(\omega) = -\dfrac{\pi}{2} - \text{Arctan}\,\omega \\ y(\omega) = -\dfrac{20}{\ln 10}\ln\left(\omega\sqrt{1+\omega^2}\right) \end{cases}$$ pour ω réel strictement positif.

a) Dresser le tableau des variations conjointes des fonctions x et y.

b) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (on donnera des valeurs décimales arrondies au centième) :

ω	0,5	0,7	0,786	0,9	1,5
$x(\omega)$			$-2{,}24$		
$y(\omega)$			0		

c) Tracer la courbe $\mathscr{C}$ dans un repère orthogonal, on prendra pour unités graphiques 5 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

La courbe $\mathscr{C}$ correspond au diagramme de Black associé à la fonction de transfert H.

FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES

BTS : groupement A

CONTRÔLE INDUSTRIEL
ET REGULATION AUTOMATIQUE

ELECTRONIQUE

ELECTROTECHNIQUE

GENIE OPTIQUE

INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

TECHNIQUES PHYSIQUES
POUR L'INDUSTRIE ET LE LABORATOIRE

Plusieurs résultats figurant dans ce formulaire ne sont pas au programme de TOUTES les spécialités de BTS appartenant à ce groupement.

1. *RELATIONS FONCTIONNELLES*

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$, où $a > 0$ et $b > 0$

$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$

$a^t = e^{t \ln a}$, où $a > 0$

$t^\alpha = e^{\alpha \ln t}$, où $t > 0$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

$\cos(2t) = 2\cos^2 t - 1 = 1 - 2\sin^2 t$

$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$

$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$

$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$

$\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

$\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$

$\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$

$e^{it} = \cos t + i \sin t$

$\cos t = \frac{1}{2}\left(e^{it} + e^{-it}\right)$

$\sin t = \frac{1}{2i}\left(e^{it} - e^{-it}\right)$

$e^{at} = e^{\alpha t}(\cos(\beta t) + i \sin(\beta t))$, où $a = \alpha + i\beta$

2. *CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL*

a) **Limites usuelles**

Comportement à l'infini

$\lim\limits_{t \to +\infty} \ln t = +\infty$;

$\lim\limits_{t \to +\infty} e^t = +\infty$;

$\lim\limits_{t \to -\infty} e^t = 0$;

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} t^\alpha = +\infty$; si $\alpha < 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} t^\alpha = 0$

Croissances comparées à l'infini

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$

Comportement à l'origine

$\lim\limits_{t \to 0} \ln t = -\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha = 0$; si $\alpha < 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{t \to 0} t^\alpha \ln t = 0$.

b) Dérivées et primitives

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\frac{1}{t}$	$\operatorname{Arc}\sin t$	$\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
e^t	e^t	$\operatorname{Arc}\tan t$	$\frac{1}{1+t^2}$
$t^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha t^{\alpha-1}$		
$\sin t$	$\cos t$	$e^{at} \ (a \in \mathbb{C})$	ae^{at}
$\cos t$	$-\sin t$		
$\tan t$	$\frac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$		

Opérations

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = ku'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$$

$$\left(e^u\right)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \ u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$\left(u^\alpha\right)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$$

c) Calcul intégral

Valeur moyenne de f sur $[a, b]$:

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t)\,v'(t)\,\mathrm{d}t = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t)\,v(t)\,\mathrm{d}t$$

d) Développements limités

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \cdots + \frac{t^n}{n!} + t^n\,\varepsilon(t)$$

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 + \cdots + (-1)^n t^n + t^n \varepsilon(t)$$

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{t^n}{n} + t^n\,\varepsilon(t)$$

$$\sin t = \frac{t}{1!} - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} + \cdots + (-1)^p \frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + t^{2p+1}\,\varepsilon(t)$$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} + \cdots + (-1)^p \frac{t^{2p}}{(2p)!} + t^{2p}\,\varepsilon(t)$$

$$(1+t)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}t^2 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}t^n + t^n\,\varepsilon(t)$$

e) Equations différentielles

Équations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)\,x' + b(t)\,x = 0$	$f(t) = ke^{-G(t)}$ où G est une primitive de $t \mapsto \frac{b(t)}{a(t)}$
$ax'' + bx' + cx = 0$	Si $\Delta > 0$, $f(t) = \lambda e^{r_1 t} + \mu e^{r_2 t}$ …….. où r_1 et r_2 sont les racines de l'équation caractéristique
équation caractéristique :	Si $\Delta = 0$, $f(t) = (\lambda t + \mu)e^{rt}$ ……… où r est la racine double de l'équation caractéristique
$ar^2 + br + c = 0$	Si $\Delta < 0$, $f(t) = [\lambda\cos(\beta t) + \mu\sin(\beta t)]e^{\alpha t}$ où $r_1 = \alpha + i\beta$ et $r_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines
de discriminant Δ	complexes conjuguées de l'équation caractéristique.

3. SERIES DE FOURIER

f : fonction périodique de période T ;

développement en série de Fourier :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)\right) = \sum_{-\infty}^{+\infty} c_k e^{ik\omega t}, \quad (n \in \mathbb{N}^*,\ k \in \mathbb{Z}).$$

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_a^{a+T} f(t)\,\mathrm{d}t \ ; \qquad a_n = \frac{2}{T}\int_a^{a+T} f(t)\cos(n\omega t)\,\mathrm{d}t \ ; \qquad b_n = \frac{2}{T}\int_a^{a+T} f(t)\sin(n\omega t)\,\mathrm{d}t .$$

$$c_k = \frac{1}{T}\int_a^{a+T} f(t)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k\omega t}\,\mathrm{d}t \ (k \in \mathbb{Z}) \ ; \qquad c_0 = a_0 \ ; \qquad \frac{a_n - \mathrm{i}b_n}{2} = c_n \ ; \qquad \frac{a_n + \mathrm{i}b_n}{2} = c_{-n} \quad (n \in \mathbb{N}^*).$$

4. TRANSFORMATION DE LAPLACE

Fonctions usuelles

$$\mathcal{L}(\mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p} \ ; \qquad \mathcal{L}(t\,\mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p^2} \ ; \qquad \mathcal{L}\left(t^n\,\mathcal{U}(t)\right) = \frac{n!}{p^{n+1}} \ (n \in \mathbb{N}) \ ;$$

$$\mathcal{L}\left(\mathrm{e}^{-at}\,\mathcal{U}(t)\right) = \frac{1}{p+a} \ ; \quad \mathcal{L}(\sin(\omega t)\,\mathcal{U}(t)) = \frac{\omega}{p^2+\omega^2} \ ; \qquad \mathcal{L}(\cos(\omega t)\,\mathcal{U}(t)) = \frac{p}{p^2+\omega^2} .$$

Propriétés

$$f(t)\,\mathcal{U}(t) \underset{\mathcal{L}^{-1}}{\overset{\mathcal{L}}{\rightleftarrows}} F(p)$$

$f(\alpha t)\,\mathcal{U}(t) \quad \alpha > 0$	$\dfrac{1}{\alpha}F\left(\dfrac{p}{\alpha}\right)$
$f(t-\tau)\,\mathcal{U}(t-\tau)$	$F(p)\,\mathrm{e}^{-\tau p}$
$f(t)\,e^{-at}\,\mathcal{U}(t)$	$F(p+a)$
$f'(t)\,\mathcal{U}(t)$	$pF(p) - f(0^+)$
$f''(t)\,\mathcal{U}(t)$	$p^2F(p) - p\,f(0^+) - f'(0^+)$
$-t\,f(t)\,\mathcal{U}(t)$	$F'(p)$
$\int_0^t f(u)\,\mathcal{U}(u)\,\mathrm{d}u$	$\dfrac{F(p)}{p}$

5. TRANSFORMATION EN Z

Signal causal $n \mapsto x(n)$ pour $n \in \mathbb{N}$	**Transformée en** Z $z \mapsto (Zx)(z)$
$e(n) = 1$	$(Ze)(z) = \dfrac{z}{z-1}$
$\begin{cases} d(0) = 1 \\ d(n) = 0 \text{ si } n \neq 0 \end{cases}$	$(Zd)(z) = 1$
$r(n) = n$	$(Zr)(z) = \dfrac{z}{(z-1)^2}$
$c(n) = n^2$	$(Zc)(z) = \dfrac{z(z+1)}{(z-1)^3}$
$f(n) = a^n, \ a \in \mathbb{R} - \{0\}$	$(Zf)(z) = \dfrac{z}{z-a}$
$y(n) = a^n x(n), \ a \in \mathbb{R} - \{0\}$	$(Zy)(z) = (Zx)\left(\dfrac{z}{a}\right)$
$y(n) = x(n - n_0), (n - n_0) \in \mathbb{N}$ ou $y(n) = x(n - n_0) e(n - n_0)$	$(Zy)(z) = z^{-n_0} (Zx)(z)$
$y(n) = x(n+1)$	$(Zy)(z) = z[(Zx)(z) - x(0)]$
$y(n) = x(n+2)$	$(Zy)(z) = z^2 \left[(Zx)(z) - x(0) - x(1) z^{-1}\right]$
$y(n) = x(n + n_0), \ n_0 \in \mathbb{N}^*$	$(Zy)(z) = z^{n_0} \left[(Zx)(z) - x(0) - x(1) z^{-1} - x(2) z^{-2} \cdots - x(n_0 - 1) z^{-(n_0 - 1)}\right]$

6. *PROBABILITES*

a) **Loi binomiale** $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ où $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$; $E(X) = np$; $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

b) **Loi de Poisson**

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$V(X) = \lambda$$

k \ λ	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293
2	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988
3	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0000	0,0000

k \ λ	1	1.5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.368	0.223	0.135	0.050	0.018	0.007	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
1	0.368	0.335	0.271	0.149	0.073	0.034	0.015	0.006	0.003	0.001	0.000
2	0.184	0.251	0.271	0.224	0.147	0.084	0.045	0.022	0.011	0.005	0.002
3	0.061	0.126	0.180	0.224	0.195	0.140	0.089	0.052	0.029	0.015	0.008
4	0.015	0.047	0.090	0.168	0.195	0.176	0.134	0.091	0.057	0.034	0.019
5	0.003	0.014	0.036	0.101	0.156	0.176	0.161	0.128	0.092	0.061	0.038
6	0.001	0.004	0.012	0.050	0.104	0.146	0.161	0.149	0.122	0.091	0.063
7	0.000	0.001	0.003	0.022	0.060	0.104	0.138	0.149	0.140	0.117	0.090
8		0.000	0.001	0.008	0.030	0.065	0.103	0.130	0.140	0.132	0.113
9			0.000	0.003	0.013	0.036	0.069	0.101	0.124	0.132	0.125
10				0.001	0.005	0.018	0.041	0.071	0.099	0.119	0.125
11				0.000	0.002	0.008	0.023	0.045	0.072	0.097	0.114
12					0.001	0.003	0.011	0.026	0.048	0.073	0.095
13					0.000	0.001	0.005	0.014	0.030	0.050	0.073
14						0.000	0.002	0.007	0.017	0.032	0.052
15							0.001	0.003	0.009	0.019	0.035
16							0.000	0.001	0.005	0.011	0.022
17								0.001	0.002	0.006	0.013
18								0,000	0.001	0.003	0.007
19									0.000	0.001	0.004
20										0.001	0.002
21										0,000	0.001
22											0.000

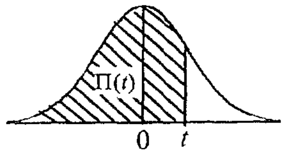
MATGRA

c) **Loi normale**

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité : $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE $\mathcal{N}(0,1)$

$$\Pi(t)=P(T\le t)=\int_{-\infty}^{t} f(x)\,\mathrm{d}x$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota : $\Pi(-t)=1-\Pi(t)$