BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

MAINTENANCE DE SYSTÈMES MÉCANIQUES AUTOMATISÉS

- Session 2003 -

***

Épreuve E 1
Scientifique et Technique

Sous-Épreuve B 1 – Unité U 12 –

Mathématiques et Sciences Physiques

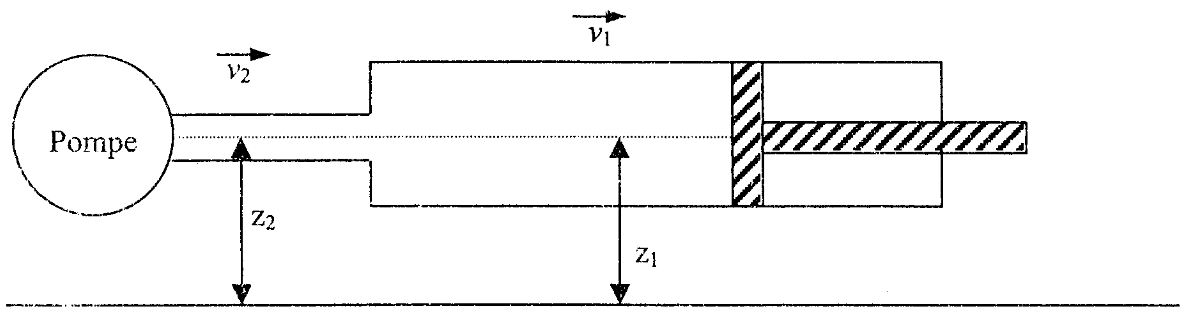
Coefficient **: 2**

Durée **: 2 heures**

SCIENCES PHYSIQUES : (5 points)

ÉTUDE D'UN SYSTÈME HYDRAULIQUE

La production d'une entreprise est assurée par une chaîne de montage dans laquelle on utilise à plusieurs reprises un système « pompe-vérin ».



PARTIE A

Le piston d'un des vérins a une surface S de 8×10^{-3} m², ce vérin reçoit un débit q_v de 5×10^{-4} m³/s et développe en sortie une force utile F de $4,5\times10^4$ N.

1 - **Calculer** la pression p_1, en pascal, exercée par le piston.

2 - **Calculer** la vitesse de sortie de tige v_1 arrondie à 10^{-4}.

3 - **Calculer** la puissance utile P_u du vérin, arrondie à l'unité.

Rappel : $q_v = vS$ $\qquad P_u = Fv$

PARTIE B

Le vérin est raccordé à la pompe d'alimentation par une tuyauterie où la vitesse d'écoulement v_2 est de 2,5 m/s. Les caractéristiques de pression p_1 et p_2, de hauteur z_1 et z_2, de vitesse d'écoulement v_1 et v_2 sont reliées par l'équation de Bernoulli :

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 + \rho g z_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 + \rho g z_2$$

On donne : $\rho = 900\ kg/m^3$

1 - Les hauteurs z_1 et z_2 étant égales, **comparer** $\rho g z_1$ et $\rho g z_2$.

2 - **Simplifier** alors l'équation de Bernoulli.

3 - **Montrer que :** $p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right)$

4 - **Calculer** la différence de pression $p_1 - p_2$ et arrondir le résultat à l'unité. On donne v_1 = 0,0625 m/s.

MATHÉMATIQUES : (15 points)

Le thème est l'étude de la fabrication de pièces de rechange ayant la même forme (figure 1)
Les trois exercices sont indépendants.

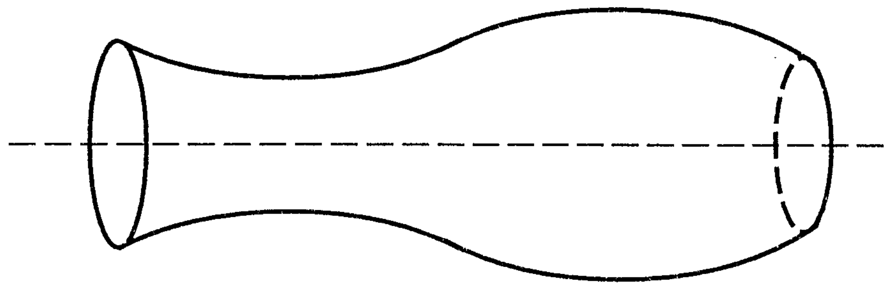


Figure 1

EXERCICE 1 : 6 POINTS — FABRICATION

Chaque pièce de rechange est réalisée à partir d'un cylindre de rayon M. (figure 2)
Afin de déterminer ce rayon, on étudie la partie du profil la plus large de cette pièce.

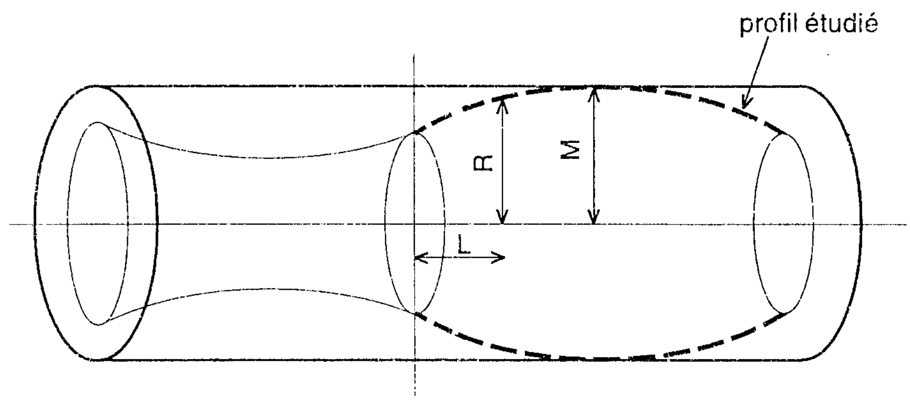


Figure 2

Pour L appartenant à l'intervalle [0 ;10], le rayon R de ce profil est donné par la relation :

$$R = -0{,}08\,L^2 + 0{,}8\,L + 5$$

1 - Étude d'une fonction :

Soit f la fonction définie pour x appartenant à l'intervalle [0 ;10] par : $f(x) = -0{,}08x^2 + 0{,}8x + 5$

1 - Soit f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$.

2 - Résoudre $f'(x) = 0$.

3 - Dans l'annexe 1 (à rendre avec la copie), compléter le tableau de variation.

4 - Pour quelle valeur de x, $f(x)$ est-elle maximale ?

5 - Dans l'annexe 1 (à rendre avec la copie), compléter le tableau de valeurs de $f(x)$, arrondies à 10^{-1}.

6 - Dans le repère défini dans l'annexe 1 (à rendre avec la copie), tracer la courbe représentative de f.

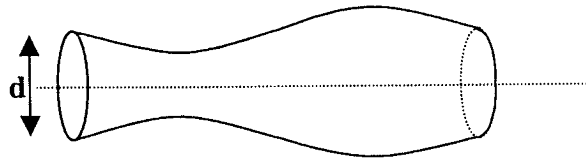
2 - Exploitation des résultats :

Déterminer le rayon M du cylindre à utiliser pour construire la pièce de rechange.

EXERCICE 2 : 4 POINTS — ÉTUDE STATISTIQUE DE LA PRODUCTION DES PIÈCES DE RECHANGE

Un contrôle de qualité portant sur la production de ces pièces de rechange donne le tableau suivant :

Diamètre d	Effectif
[9,8 ; 9,9[	10
[9,9 ;10,0[	53
[10,0 ;10,1[	67
[10,1 ;10,2[	20
[10,2 ;10,3]	50



1 - On affecte l'effectif de chaque classe au centre de classe.

a) Dans le tableau en annexe 2, (à rendre avec la copie), compléter les colonnes 3 et 4 du tableau.

b) Calculer le diamètre moyen $\overline{x}$; on donnera la valeur arrondie à 10^{-2}.

2 - On admet que l'effectif est réparti uniformément dans chaque classe.

a) Dans l'annexe 2 (à rendre avec la copie), compléter la colonne 5 du tableau en donnant les effectifs cumulés croissants.

b) Dans le repère défini dans l'annexe 2 (à rendre avec la copie), construire le polygone des effectifs cumulés croissants.

c) Déterminer graphiquement le diamètre médian m.

3 - Comparer le diamètre médian et le diamètre moyen.

EXERCICE 3 : 5 POINTS — ÉTUDE D'UNE SUITE

L'entreprise fabriquant les pièces augmente chaque année sa production de 6 %.
La production P_1 de la première année est de 45 000 pièces.

1 - Déterminer la nature de la suite des productions annuelles en précisant le premier terme et la raison.

2 - Calculer la production P_2 pour la deuxième année,
P_3 pour la troisième année,
P_4 pour la quatrième année ;
les valeurs seront arrondies à l'unité.

3 - On désigne par P_n la production de l'année n. À l'aide du formulaire, exprimer P_n en fonction de n.

4 - Calculer la production de la dixième année. (Arrondir à l'unité)

5 - En quelle année la production P_n dépassera-t-elle 100 000 pièces ?

ANNEXE 1 (À rendre avec la copie)

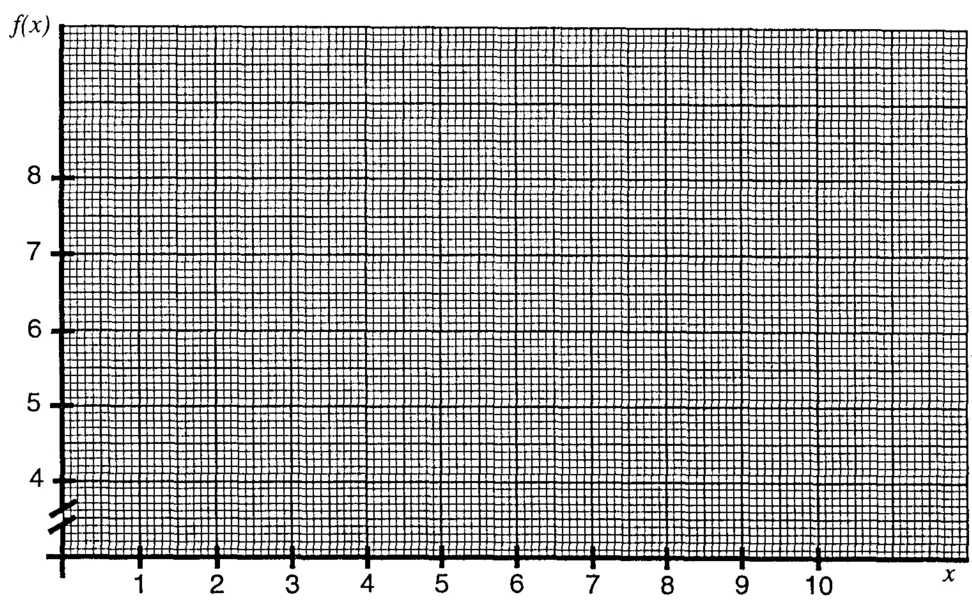
Tableau de variation

x	0	10
signe de $f'(x)$		
variation de f		

Tableau de valeurs

x	0	2	4	5	6	8	10
$f(x)$		6,3		7,0			

Représentation graphique

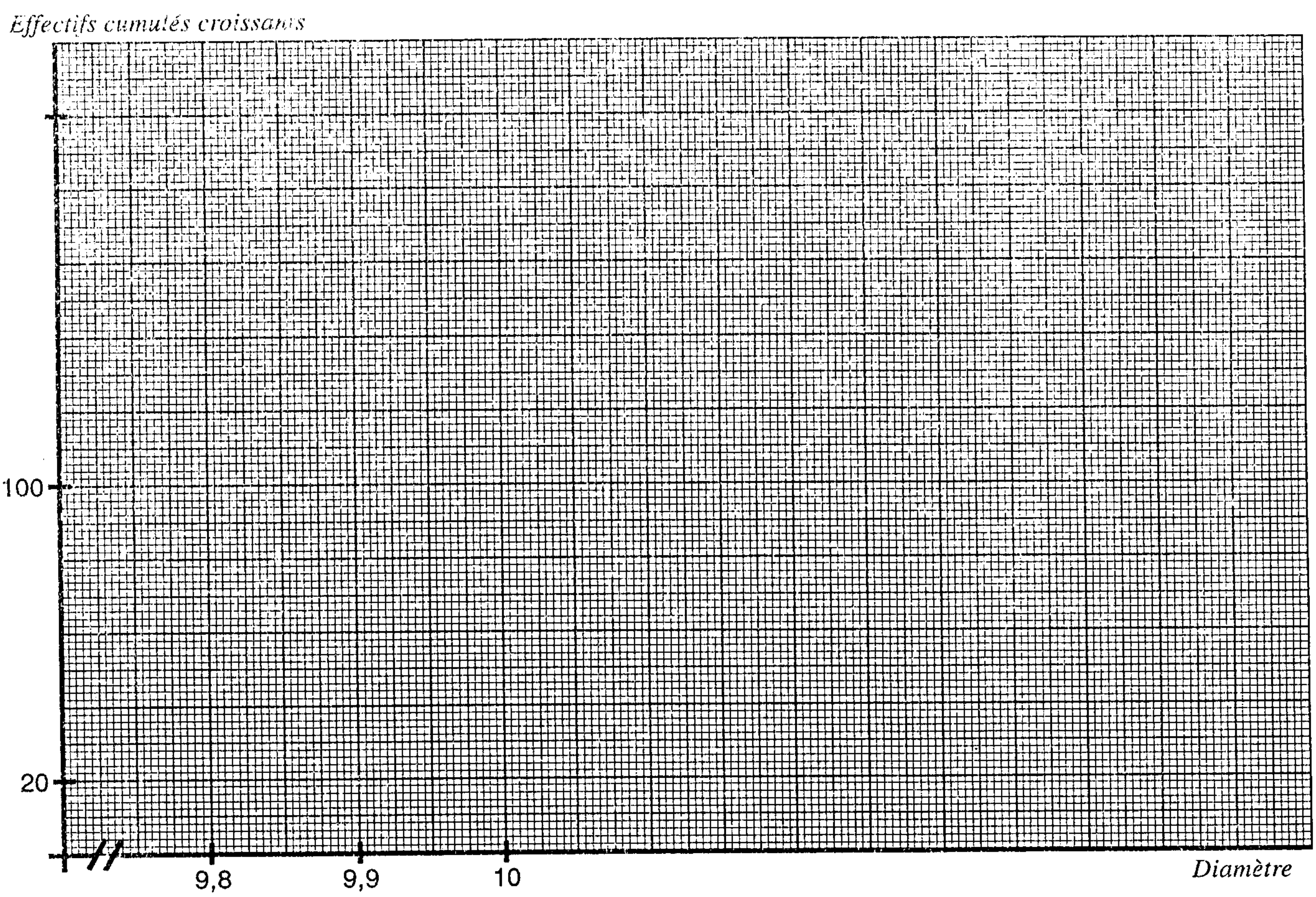


ANNEXE 2 (À rendre avec la copie)

Tableau à compléter :

		Colonne 3	Colonne 4	Colonne 5
Diamètre d	Effectifs n_i	x_i	$n_i.x_i$	Effectifs Cumulés Croissants
[9,8 ; 9,9[	10			
[9,9 ; 10,0[	53			
[10,0 ; 10,1[	67			
[10,1 ; 10,2[	20			
[10,2 ; 10,3]	50			
TOTAL	N =			

Courbe des effectifs cumulés croissants:



FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 . q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad\quad\; = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

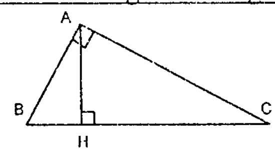
Variance

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$