

BAC PROFESSIONNEL
ARTISANAT ET METIERS D'ART
OPTION horlogerie

E1- EPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

**Sous-épreuve B1 :
MATHEMATIQUES
et SCIENCES PHYSIQUES**

Session 2003

Durée : 2 heures

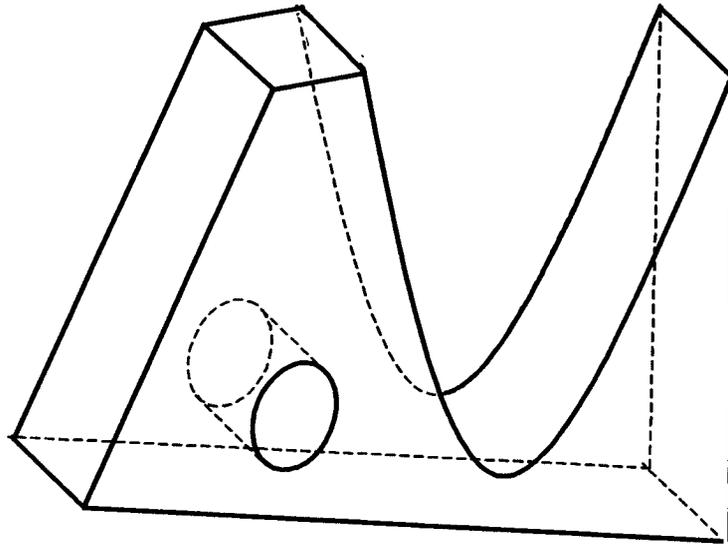
Coefficient : 2

Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumérique ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.
(Réf.C. n°99-186 du 16-11-1999)

Ce sujet comporte 9 pages dont 5 annexes
ainsi qu'un formulaire de mathématiques.
Toutes les annexes sont à rendre avec la copie.

MATHEMATIQUES

Un artisan horloger doit réparer une horloge comtoise. Pour ceci il a besoin d'un cliquet bien spécifique. Il fait appel à l'entreprise ALEURE qui fabrique des pièces détachées. Parmi toutes les pièces de son catalogue, elle propose le cliquet suivant :



La représentation de la vue de face (Annexe 1 page 5/9) est rapportée à un repère orthonormal d'unité graphique le centimètre.

Exercice 1 : (4 points)

Afin de s'assurer que ce modèle de cliquet s'engage parfaitement dans la roue dentée, l'horloger doit vérifier que l'angle \widehat{EDC} mesure $85,5 \pm 0,2$ degrés .

- 1.1. Déterminer graphiquement en utilisant l'annexe 1 les coordonnées des points C, D et E, où E est sur l'axe des abscisses.
- 1.2. Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{DE} et \vec{DC} .
- 1.3. Vérifier que le produit scalaire $\vec{DE} \cdot \vec{DC}$ est égal à 3.
- 1.4. Calculer les valeurs exactes des normes $\|\vec{DE}\|$ et $\|\vec{DC}\|$.
- 1.5. En utilisant les résultats des questions 1.3 et 1.4, déterminer la valeur, en degré, de l'angle \widehat{EDC} . Arrondir au dixième.
- 1.6. Le modèle de cliquet proposé correspond-il au besoin de l'horloger ? Justifier la réponse.

Exercice 2 : (5 points)

2.1. Dans le repère de l'annexe 1 page 5/9, l'arc \widehat{FOAB} est un arc de parabole d'équation : $y = ax^2 + bx$ où a et b sont des constantes à déterminer

2.1.1. Ecrire un système de deux équations aux deux inconnues a et b , traduisant que les points

F (-1 ; 3,5) et A (6 ; 0) appartiennent à l'arc \widehat{FOAB} .

2.1.2. On admet que le système peut s'écrire :
$$\begin{cases} a - b = 3,5 \\ 6a + b = 0 \end{cases}$$

Calculer a et b .

2.2. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-1 ; 7]$ par $f(x) = \frac{x^2}{2} - 3x$.

2.2.1. Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f .

2.2.2. Déterminer le nombre x_0 tel que $f'(x_0) = 0$.

2.2.3. Calculer $f(x_0)$.

2.2.4. Compléter le tableau de variation de la fonction f sur l'annexe 2 page 5/9.

2.3. On admet que la représentation graphique de la fonction f dans le repère de l'annexe 1 est l'arc \widehat{FOAB} du cliquet.

On note S le point d'abscisse x_0 et d'ordonnée $f(x_0)$, où x_0 est défini à la question 2.2.

On appelle H la projection orthogonale de S sur le segment horizontal [FB].

2.3.1. Calculer la distance SH.

2.3.2. On rappelle que pour l'annexe 1, l'unité de longueur est le centimètre et que la figure est réalisée à l'échelle 10.

Calculer la longueur réelle ℓ de SH.

2.3.3. Pour des raisons d'encombrement, ℓ doit être comprise entre 0,65 cm et 0,85 cm. Le cliquet proposé est-il compatible avec les exigences de l'horloger ? Justifier la réponse.

Exercice 3 : (3 points)

Le prix de vente unitaire du cliquet dépend de la quantité de pièces commandées. L'entreprise a établi le tableau tarifaire suivant pour des commandes variant entre 50 et 300 pièces.

Nombre de cliquets commandés : x_i	50	100	150	200	250	300
Prix unitaire du cliquet en euros : y_i	2,8	2,4	2,3	2	1,65	1,6

Le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ correspondant à cette série statistique est représenté dans le repère de l'annexe 3 page 6/9.

3.1. Calculer les coordonnées du point moyen $G(\bar{x} ; \bar{y})$ de ce nuage de points.

3.2. On donne le point A (250 ; 1,75). Tracer la droite (AG) sur l'annexe 3.

3.3. La droite (AG) est prise comme droite d'ajustement du nuage des points.

3.3.1. Déterminer graphiquement une estimation du prix de vente unitaire du cliquet si l'horloger commande 230 pièces. Laisser apparents les traits utiles à la lecture.

3.3.2. On admet qu'une équation de la droite (AG) est : $y = 3 - 0,005x$. Retrouver par le calcul l'estimation demandée à la question 3.3.1.

SCIENCES PHYSIQUES

Exercice 4 : (4 points)

Pour réaliser le trou du cliquet, l'entreprise ALEURE utilise une perceuse à colonne. On étudie l'évolution de la fréquence de rotation du mandrin en fonction du temps. Le graphique est donné sur l'annexe 4 page 7/9.

Etude de la phase 1 :

4.1. La phase 1 est une phase d'accélération constante. Pourquoi ?

Etude de la phase 2 : Durant cette phase le mouvement est circulaire uniforme.

4.2. A l'aide de l'annexe 4, déterminer graphiquement la fréquence de rotation du mandrin en tours par minute.

En déduire la vitesse angulaire ω en rad/s. Arrondir le résultat au dixième.

4.3. Calculer la valeur de la vitesse linéaire en m/s d'un point situé à la périphérie du mandrin sachant que son diamètre est de 37 mm. Arrondir le résultat au dixième.

Etude de la phase 3 :

Après avoir utilisé la perceuse pendant 15 secondes, le perçage est terminé. On appuie sur le bouton « arrêt » de la machine. Le mandrin met alors 6 secondes pour s'immobiliser selon un mouvement uniformément varié.

4.4 Pendant cette phase, déterminer la décélération angulaire en rad/s².

Donner le résultat arrondi au dixième.

4.5. Compléter le graphique de l'annexe 4 en représentant les variations de la fréquence de rotation du mandrin pendant la phase 3.

Exercice 5 : (4 points)

Afin de protéger le cliquet contre la rouille, l'entreprise décide de chromer ses pièces. Elle choisit d'effectuer un dépôt électrolytique de chrome à partir d'une solution contenant des ions chrome Cr^{3+}

5.1. Le schéma de l'électrolyse est donné sur l'annexe 5, page 8/9. Compléter la légende du schéma en utilisant les expressions ci-dessous :

- | | |
|----------------------------------|------------------------------|
| - pôle \oplus du générateur. | - déplacement des électrons. |
| - pôle \ominus du générateur. | - anode. |
| - sens conventionnel du courant. | - cathode. |

5.2. Donner la demi-équation rendant compte du chromage. En déduire à quel pôle du générateur électrique il faut relier le cliquet.

5.3. On veut déposer sur le cliquet une couche de chrome de 5 μm . ($1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{m}$)

5.3.1. Quelle est la masse en mg de chrome à déposer sachant que la surface de la pièce est 4 cm^2 . Arrondir le résultat au dixième.

On donne la masse volumique du chrome : $\rho_{\text{chrome}} = 7,19 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.

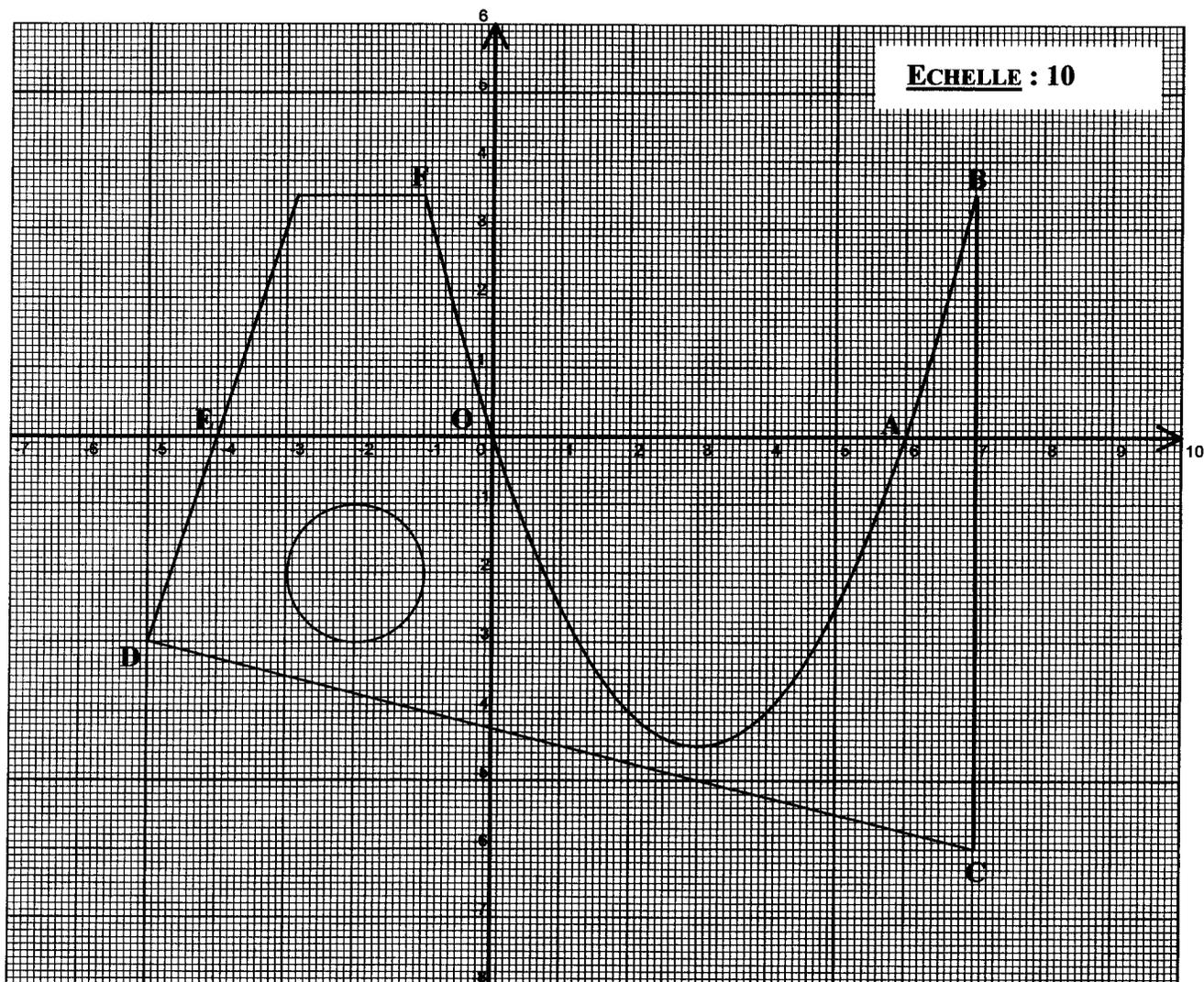
5.3.2. Quel est le nombre de moles correspondant. Arrondir au dix millième.

On donne la masse molaire du chrome : $M(\text{Cr}) = 52 \text{ g/mol}$

TOUTES LES ANNEXES SONT A RENDRE AVEC LA COPIE

Annexe 1 :

Vue de face du cliquet



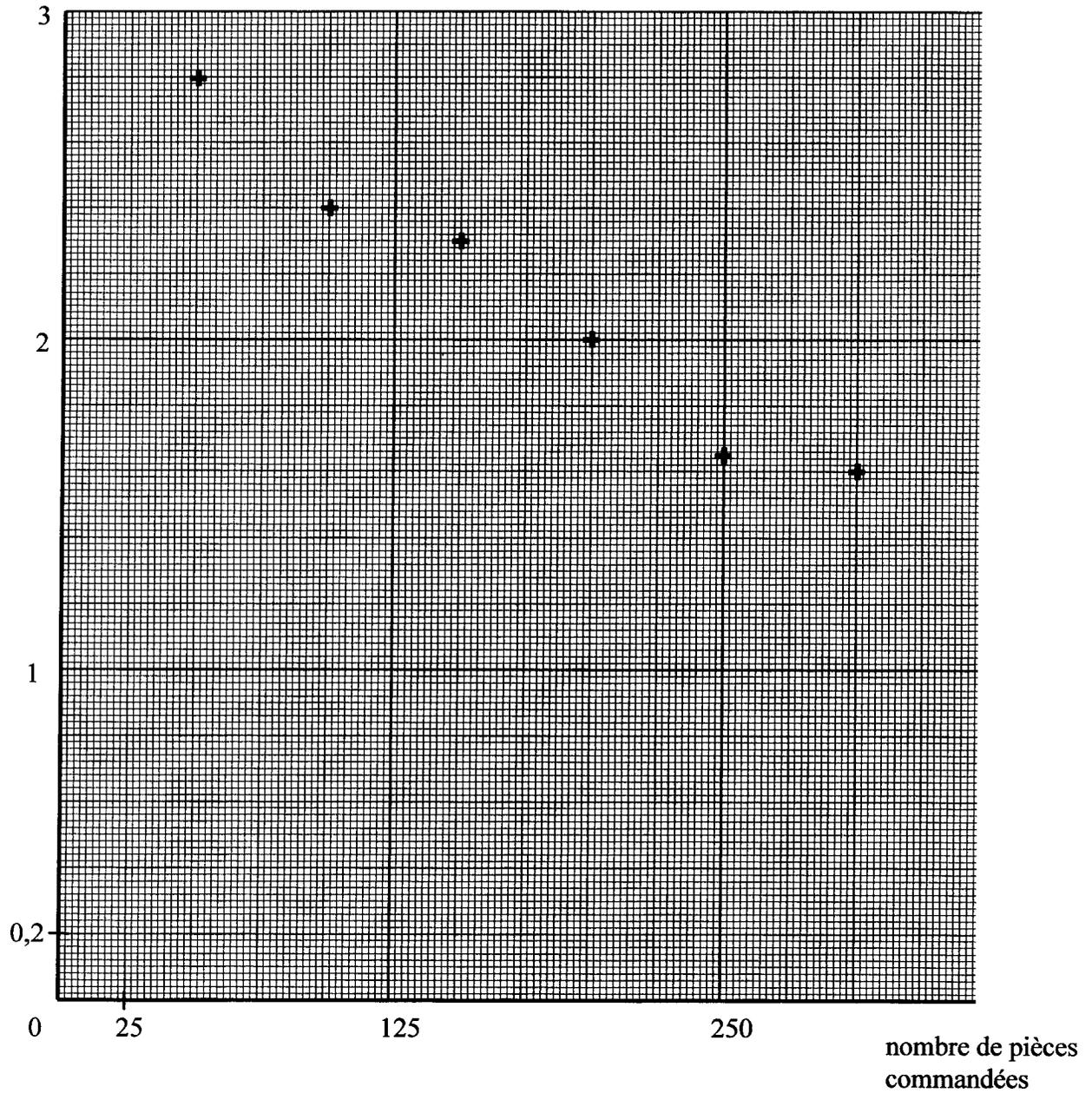
Annexe 2 : Tableau de variation de la fonction

Valeurs de x	-1	7
Signe de $f'(x)$			
Variations de f	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> ↘ ↗ </div>		

TOUTES LES ANNEXES SONT A RENDRE AVEC LA COPIE

Annexe 3

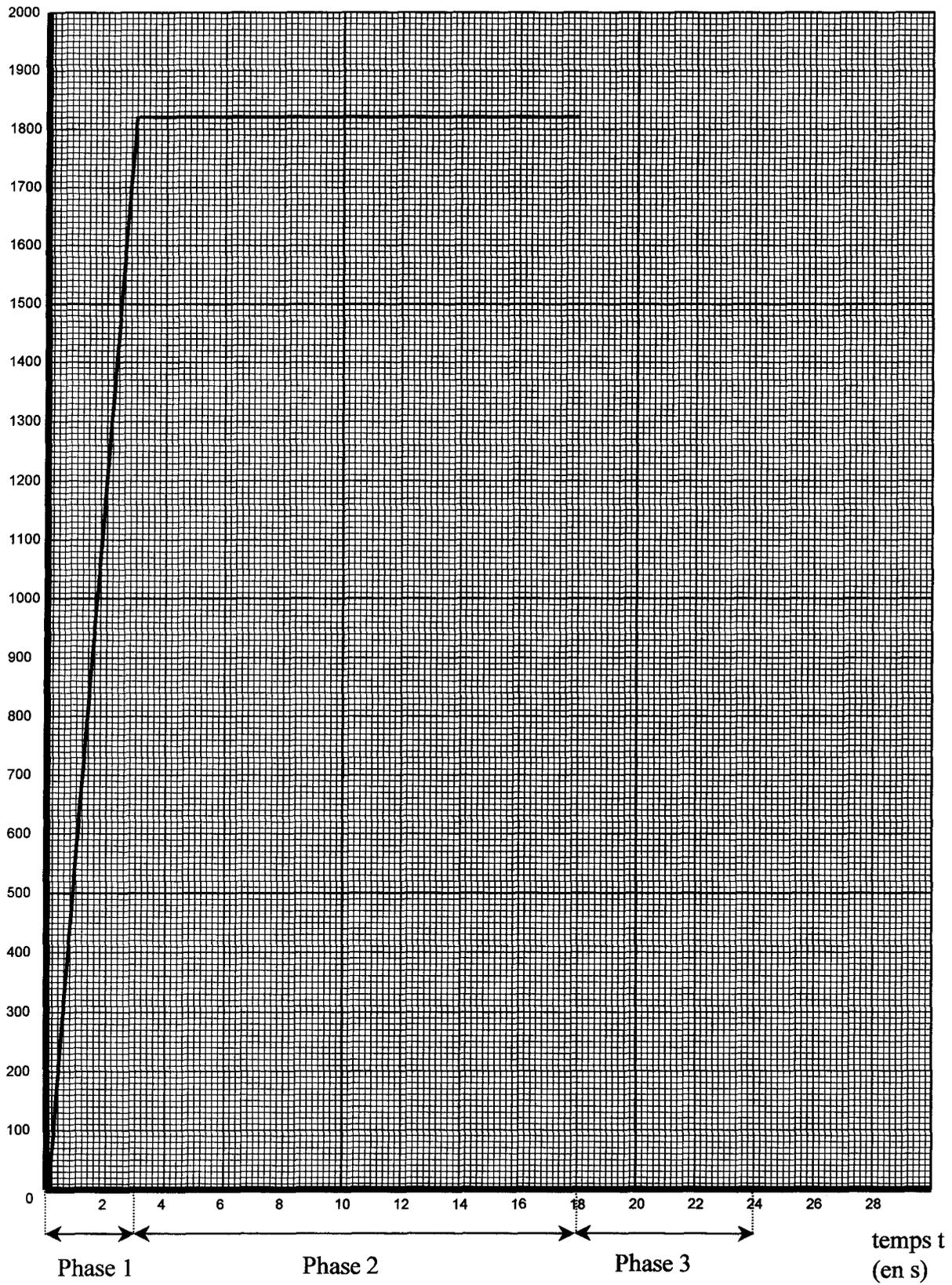
Prix unitaire du cliquet en euro



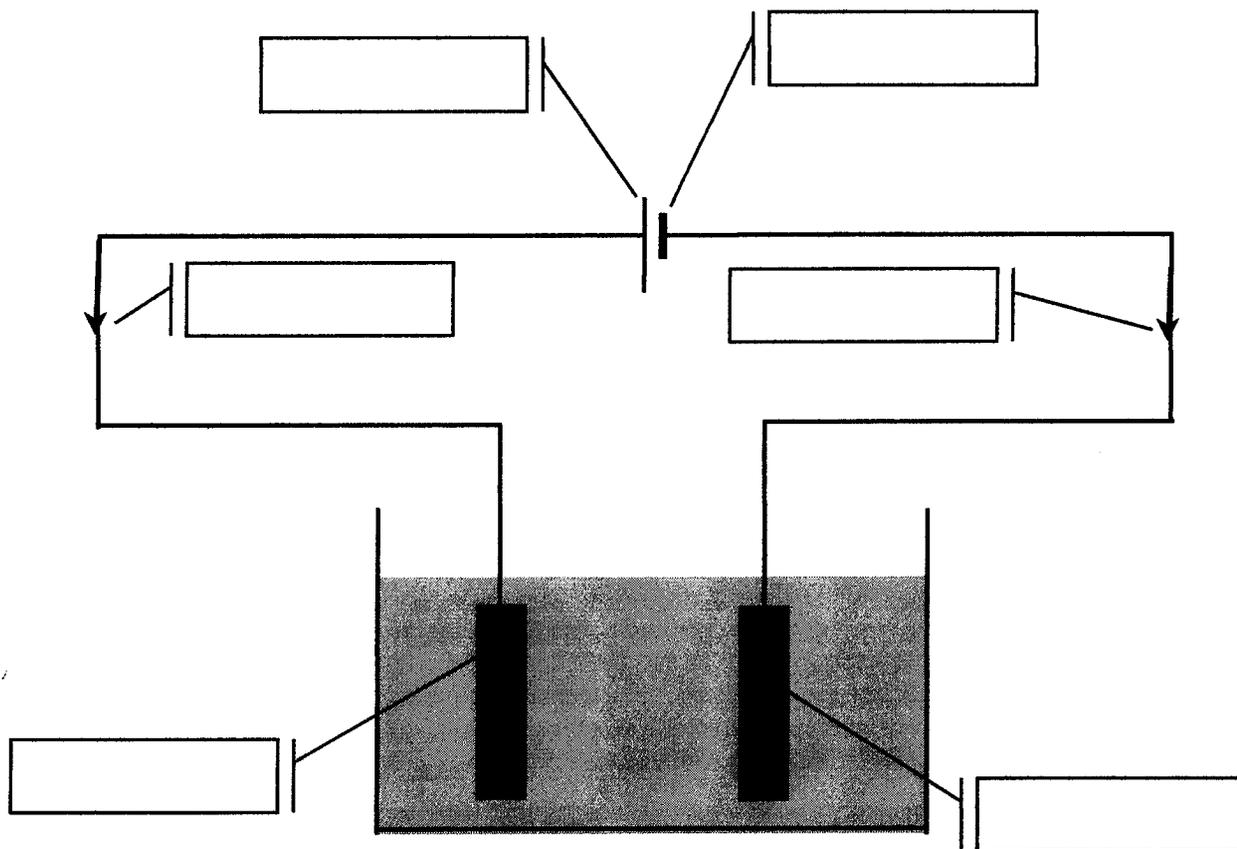
TOUTES LES ANNEXES SONT A RENDRE AVEC LA COPIE

Annexe 4 :

Fréquence de rotation n
(en tours par minute)



Annexe 5



Fonction f

<u>Fonction f</u>	<u>Dérivée f'</u>
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a u(x)$	$a u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\ln(a^n) = n \ln a$
 $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$
 - Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :
 $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$
 - Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :
 $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$
 - Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
 Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r
 Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$
 Somme des k premiers termes :
 $u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q
 Terme de rang n : $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$
 Somme des k premiers termes :
 $u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$
 $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
 $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$
 $\quad = 1 - 2 \sin^2 a$
 $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^p n_i$

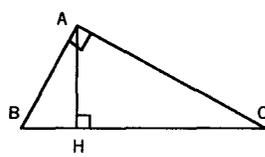
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$
 R : rayon du cercle circonscrit
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$
 Trapèze : $\frac{1}{2} (B + b)h$
 Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh
 Sphère de rayon R :
 Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3} \pi R^3$
 Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$ $\left. \begin{array}{l} \vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz' \\ \|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2} \end{array} \right\} \|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
 Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:
 $\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$
 $\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$