

U41 : ANALYSE ET CALCUL DES STRUCTURES

Durée : 4 heures

Coefficient : 3

MECANIQUE**DOCUMENTS AUTORISÉS :****Tableau des intégrales de Mohr (fourni)****CONTENU DU DOSSIER :**

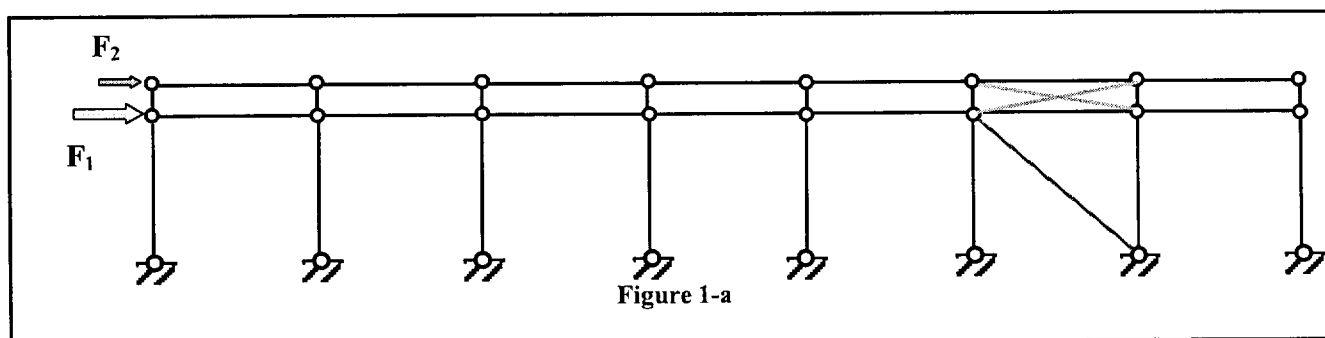
- ❑ **Questionnaire : page 2/9 à 6/9**
- ❑ **Documents réponse : page 7/9 à 9/9 à remettre obligatoirement avec sa copie.**
- ❑ **Annexe les intégrales de MOHR annexe 1 et annexe 2.**

BAREME INDICATIF :

Exercice 1 : 6 points
Exercice 2 : 5 points
Exercice 3 : 4 points
Exercice 4 : 5 points

EXERCICE 1 ÉTUDE DE LA STABILITÉ DE LONG PAN

La stabilité de long pan étudiée est celle de la **file 1** schématisée par la **figure 1-a** et la **figure 1-b**.



Les caractéristiques des sections droites sont les suivantes :

Barre AB, BC, DE, EF :

Rectangle creux - [80 x 40 x 3,2] en mm
 Aire = 7,221 cm²
 Moments quadratiques : $IY = 19,127 \text{ cm}^4$
 $IZ = 58,078 \text{ cm}^4$

Barre CD, BE, :

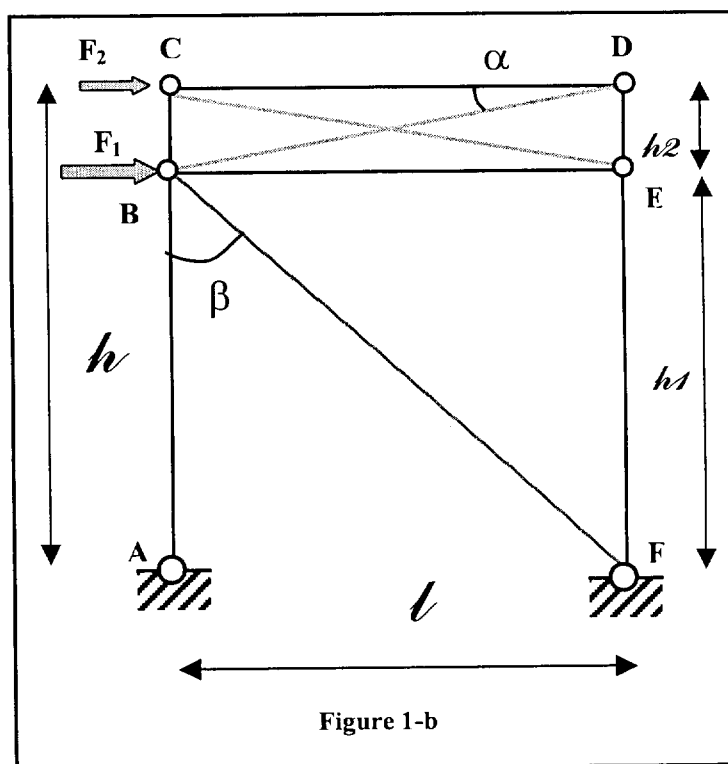
Carré creux - $c = 40,0 \text{ mm}$ $e = 3,2 \text{ mm}$
 Aire = 4,661 cm²
 Moments quadratiques : $IY = 10,438 \text{ cm}^4$ -
 $IZ = 10,438 \text{ cm}^4$

Buton BF :

Rond creux - $d = 76,1 \text{ mm}$ $e = 2,9 \text{ mm}$
 Aire = 6,669 cm²
 Moments quadratiques : $IY = 44,738 \text{ cm}^4$
 $IZ = 44,738 \text{ cm}^4$

Barre BD, CE :

Rond creux - $d = 26,9 \text{ mm}$ $e = 2,3 \text{ mm}$
 Aire = 1,778 cm²
 Moments quadratiques : $IY = 1,356 \text{ cm}^4$
 $IZ = 1,356 \text{ cm}^4$



Données numériques : $F_1 = 1250 \text{ daN}$

$F_2 = 225 \text{ daN}$

$l = 4 \text{ m}$

$h = 4,15 \text{ m}$

$h_1 = 3,4 \text{ m}$

$h_2 = 0,75 \text{ m}$

$\alpha = 10,62^\circ$

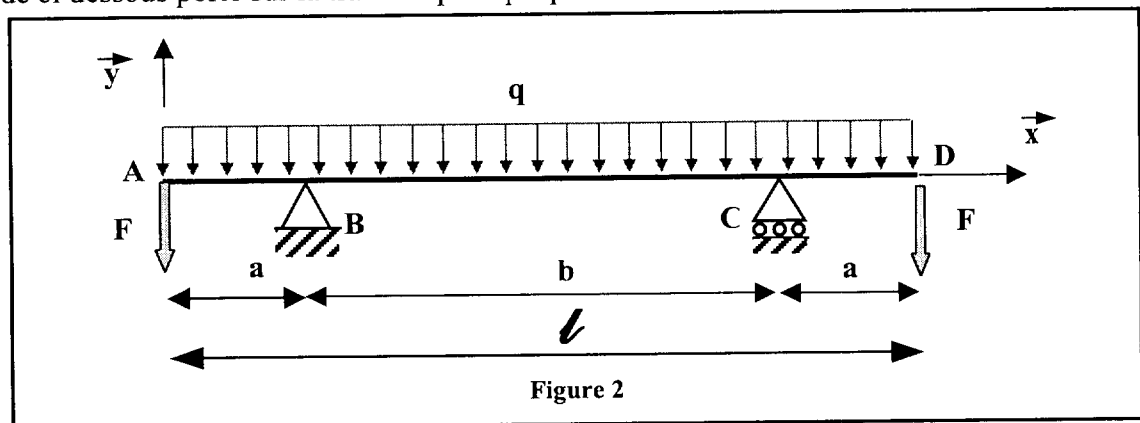
$\beta = 49,635^\circ$

TRAVAIL DEMANDÉ :

- 1-1 : Déterminer le degré d'hyperstatisme de la structure figure 1-b ?
 Pour ce qui suit, on néglige la barre de contreventement CE de la croix de S^t André.
 1-2 : Quelle en est la conséquence sur l'hyperstatisme de la structure figure 1-b ?
 1-3 : Calculer les efforts dans toutes les barres en précisant si elles sont en compression ou en traction. Indiquer les résultats dans le tableau du doc. DR1.
 1-4 : Calculer les actions aux appuis.
 1-5 : Calculer le déplacement horizontal du nœud D à l'aide du tableau sur doc. DR1.
 Détailler méthode et calculs sur copie.

EXERCICE 2 ÉTUDE DE LA TRAVERSE PORTIQUE – PILOTIS

L'étude ci dessous porte sur la traverse portique pilotis de la file B



Cette traverse est constitué d'un IPE 300 et est soumise à une charge répartie q .

Données numériques : $F = 10 \text{ kN}$ $q = 10 \text{ kN / m}$
 $l = 10 \text{ m}$ $a = 1.5 \text{ m}$ $b = 7 \text{ m}$

Section droite

IPE – 300 en acier S235.
 Aire = 53.812 cm²
 Moments quadratiques : $IY = 604 \text{ cm}^4$ - $IZ = 8356. \text{ cm}^4$

TRAVAIL DEMANDÉ :

2-1 : Calculer les actions aux appuis

2-2 Effort tranchant.

221 : Etablir les équations de l'effort tranchant $V(x)$ dans le repère (A, x, y).

222 : Tracer le graphe en indiquant les valeurs numériques pour les points caractéristiques.
 échelles : force : 1cm = 10 kN longueur : 1 cm = 1m

remarque : On veillera si possible à faire correspondre l'axe des x pour les graphes $V(x)$ et $M(x)$.

231 : Etablir les équations du moment fléchissant $M(x)$ dans le repère (A, x, y) .

232 : Tracer le graphe en indiquant les valeurs numériques pour les points caractéristiques.
échelles : moment : $1\text{ cm} = 10\text{ kN.m}$ longueur : $1\text{ cm} = 1\text{ m}$

2-4 : En déduire la valeur maximale de la contrainte normale de flexion dans la barre : σ_{max}

2-5 : La barre est-elle vérifiée en résistance en élasticité ?

EXERCICE 3

ÉTUDE DES PORTIQUES TREILLIS

L'objectif est de déterminer les actions de liaisons entre le treillis et la poutre en IPE 300 du plancher.

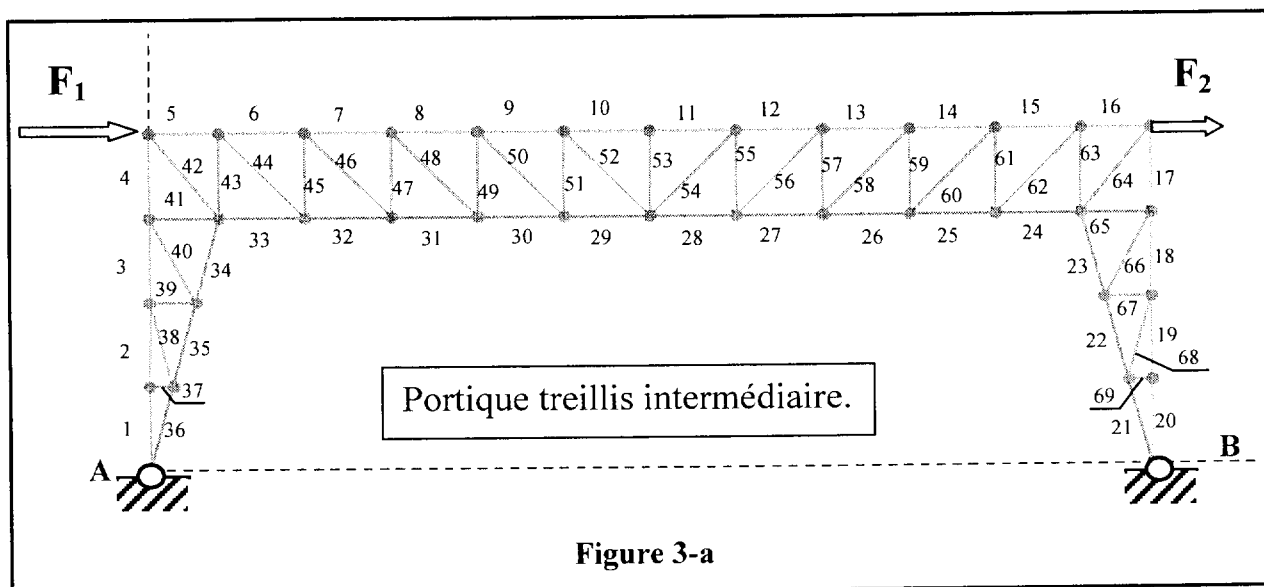


Figure 3-a

hypothèses :

le treillis est articulé sur la poutre IPE aux nœuds A et B, toutes les barres sont articulées entre elles.

données numériques :

Les charges considérées sont $F_1 = 1200\text{ daN}$ et $F_2 = 200\text{ daN}$.

Les sections des différentes barres sont les suivantes :

Barres 1 à 20 tube rectangulaire $80 \times 40 \times 3.2$

$$S_1 = 722.1\text{ mm}^2$$

Barres 21 à 36 + 41 + 65 tube rectangulaire $75 \times 35 \times 3.2$

$$S_2 = 626.1\text{ mm}^2$$

Barres 37 à 69 tube carré $40 \times 40 \times 2.5$

$$S_3 = 385.7\text{ mm}^2$$

TRAVAIL DEMANDÉ :

3-1 : Quel est le degré d'hyperstatisme de la structure ?

3-2 : Calcul des actions aux appuis A et B.

321 : Calculer l'action d'appui en A en isolant le poteau de portique défini sur la figure 3b du doc. réponse DR2. Les sollicitations dans les barres 5, 33 et 43 sont données dans le tableau du doc. réponse DR2.

322 : Calculer l'action d'appui en B.

3-3 : Calculer les sollicitations dans les barres du poteau figure 3b.

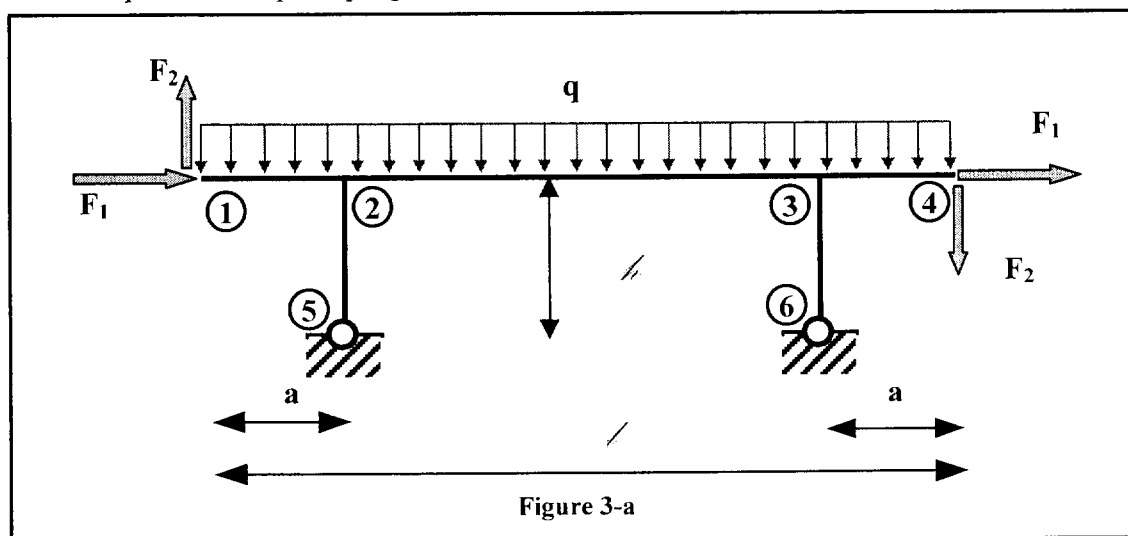
Compléter le tableau du document réponse DR2

L longueur des barres en mm, S section en mm²

| POUTRE | L mm | S mm ² | POUTRE | L | S mm ² | POUTRE | L | S mm ² |
|--------|-------|-------------------|--------|--------|-------------------|--------|--------|-------------------|
| 1 | 850 | 722.1 | 24 | 860 | 626.1 | 47 | 850 | 385.7 |
| 2 | 850 | 722.1 | 25 | 860 | 626.1 | 48 | 1101 | 385.7 |
| 3 | 850 | 722.1 | 26 | 860 | 626.1 | 49 | 850 | 385.7 |
| 4 | 850 | 722.1 | 27 | 860 | 626.1 | 50 | 1101 | 385.7 |
| 5 | 700 | 722.1 | 28 | 860 | 626.1 | 51 | 850 | 385.7 |
| 6 | 860 | 722.1 | 29 | 860 | 626.1 | 52 | 1101 | 385.7 |
| 7 | 860 | 722.1 | 30 | 860 | 626.1 | 53 | 850 | 385.7 |
| 8 | 860 | 722.1 | 31 | 860 | 626.1 | 54 | 1101 | 385.7 |
| 9 | 860 | 722.1 | 32 | 860 | 626.1 | 55 | 850 | 385.7 |
| 10 | 860 | 722.1 | 33 | 860 | 626.1 | 56 | 1101 | 385.7 |
| 11 | 860 | 722.1 | 34 | 881.5 | 626.1 | 57 | 850 | 385.7 |
| 12 | 860 | 722.1 | 35 | 881.5 | 626.1 | 58 | 1101 | 385.7 |
| 13 | 860 | 722.1 | 36 | 881.5 | 626.1 | 59 | 850 | 385.7 |
| 14 | 860 | 722.1 | 37 | 233.33 | 385.7 | 60 | 1101 | 385.7 |
| 15 | 860 | 722.1 | 38 | 881.5 | 385.7 | 61 | 850 | 385.7 |
| 16 | 700 | 722.1 | 39 | 466.67 | 385.7 | 62 | 1101 | 385.7 |
| 17 | 850 | 722.1 | 40 | 969.68 | 385.7 | 63 | 850 | 385.7 |
| 18 | 850 | 722.1 | 41 | 700 | 626.1 | 64 | 1101 | 385.7 |
| 19 | 850 | 722.1 | 42 | 1101 | 385.7 | 65 | 700 | 626.1 |
| 20 | 850 | 722.1 | 43 | 850 | 385.7 | 66 | 969.68 | 385.7 |
| 21 | 881.5 | 626.1 | 44 | 1101 | 385.7 | 67 | 466.67 | 385.7 |
| 22 | 881.5 | 626.1 | 45 | 850 | 385.7 | 68 | 881.5 | 385.7 |
| 23 | 881.5 | 626.1 | 46 | 1101 | 385.7 | 69 | 233.33 | 385.7 |

EXERCICE 4 ÉTUDE DU PORTIQUE - PILOTIS

L' étude ci-dessous porte sur le portique pilotis de la file B



Ce portique est constitué d'une traverse en **IPE 300** et de deux pilotis en tube $\text{Ø } 273 \times 5$.

Données numériques : $F_1 = 700 \text{ daN}$ $F_2 = 476 \text{ daN}$ $q = 1000 \text{ daN / m}$
 $h = 1,95 \text{ m}$ $l = 10 \text{ m}$ $a = 1.84 \text{ m}$

Sections droites

IPE – 300 Aire = 53.812 cm²
 Moments quadratiques : $IY = 603.778 \text{ cm}^4$ - $IZ = 8356.109 \text{ cm}^4$
 Rond creux – $d=273.0$ $e=5.0$ Aire = 42.097 cm²
 Moments quadratiques : $IY = 3780.815 \text{ cm}^4$ - $IZ = 3780.815 \text{ cm}^4$

TRAVAIL DEMANDÉ :

- 4-1 : Quel est le degré d'hyperstatisme de la structure figure 3-a ?
- 4-2 : Décomposer la structure en une structure symétrique symétriquement chargée nommée **SSSC** et une structure symétrique antisymétriquement chargée nommée **SSAC**.
 La réponse sera donnée sous forme de schéma.
- 4-3 : Étude de la structure symétrique symétriquement chargée nommée **SSSC**
- 431 : Résoudre le système par la méthode des forces (on gardera la structure complète). On choisira l'inconnue hyperstatique $X = X_6$.
 Les déformations dues à l'effort normal et à l'effort tranchant sont négligées.
 - 432 : Dessiner la structure isolée en équilibre.
- 4-4 : Etude de la structure symétrique antisymétriquement chargée nommée **SSAC**
- 441 : Calculer les actions aux appuis dans la demi structure associée à SSAC.
 - 442 : Dessiner la structure isolée en équilibre.
- 4-5 : On donne l'équilibre de la structure sur le document DR3.
 Tracer sur ce même document le diagramme **M** du moment fléchissant.

DOCUMENT REPONSE DR1

question 1-3 :

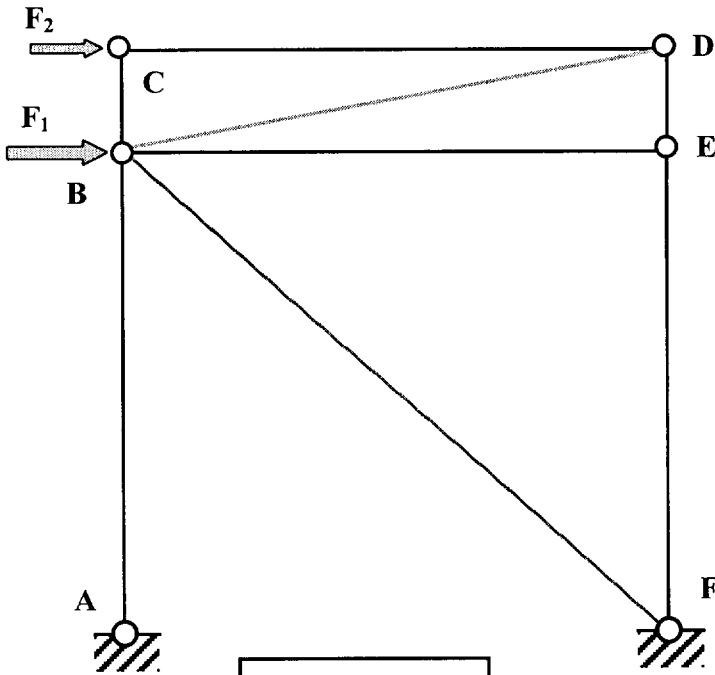


Figure 1-3

| barre | Traction | Compression |
|-------|----------|-------------|
| AB | | |
| BC | | |
| CD | | |
| DE | | |
| EF | | |
| BF | | |
| BE | | |
| BD | | |

question 1-5 : Déplacement horizontal du nœud D.

| barre | N | n | l | S | |
|-------|---|---|---|---|--|
| AB | | | | | |
| BC | | | | | |
| CD | | | | | |
| DE | | | | | |
| EF | | | | | |
| BF | | | | | |
| BE | | | | | |
| BD | | | | | |

$\delta_{D_x} =$ mm.

DOCUMENT REPONSE DR2

question 321 :

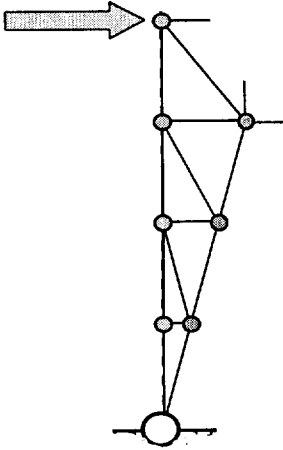


Figure 3-b

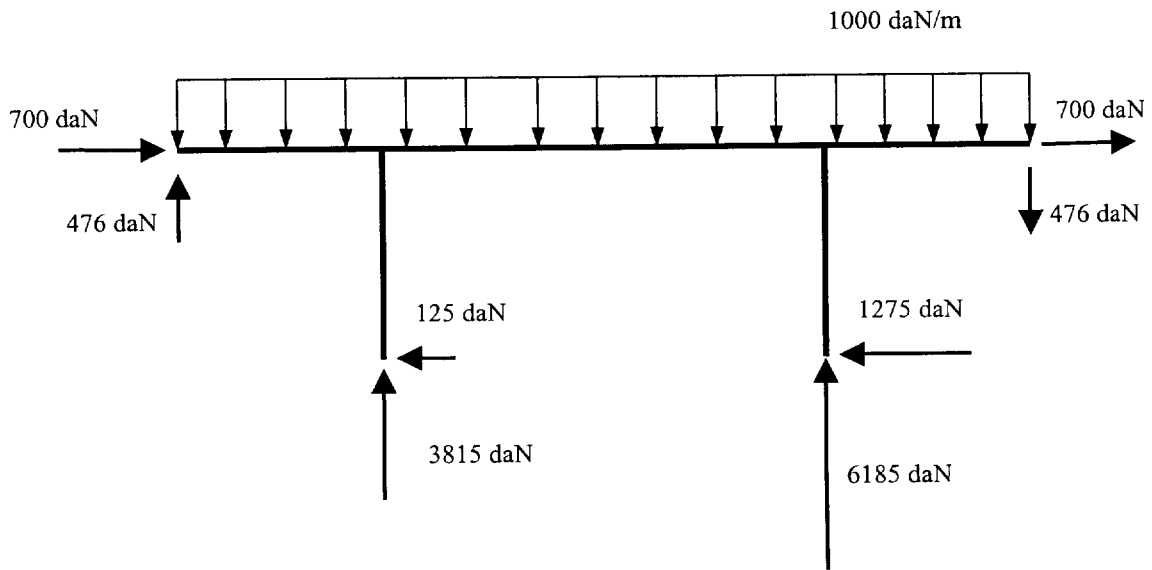
question 3-3 :

| Tableau 3-b | | | | | | | |
|-------------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|
| POUTRE | N daN | POUTRE | N daN | POUTRE | N daN | POUTRE | N daN |
| 1 | | 19 | -476 | 37 | | 55 | -476 |
| 2 | | 20 | -476 | 38 | | 56 | 677 |
| 3 | | 21 | -2754 | 39 | | 57 | -476 |
| 4 | | 22 | -2754 | 40 | | 58 | 677 |
| 5 | -2821 | 23 | -2754 | 41 | | 59 | -476 |
| 6 | -2339 | 24 | -2524 | 42 | 2550 | 60 | 677 |
| 7 | -1858 | 25 | -2042 | 43 | 476 | 61 | -476 |
| 8 | -1376 | 26 | -1561 | 44 | -677 | 62 | 677 |
| 9 | -895 | 27 | -1079 | 45 | 476 | 63 | -476 |
| 10 | -413 | 28 | -597 | 46 | -677 | 64 | -2823 |
| 11 | -413 | 29 | 366 | 47 | 476 | 65 | |
| 12 | -2118 | 30 | 847 | 48 | -677 | 66 | |
| 13 | -1637 | 31 | 1329 | 49 | 476 | 67 | |
| 14 | -1155 | 32 | 1810 | 50 | -677 | 68 | |
| 15 | -674 | 33 | 2292 | 51 | 476 | 69 | |
| 16 | -192 | 34 | | 52 | -677 | | |
| 17 | -476 | 35 | | 53 | 0 | | |
| 18 | -476 | 36 | | 54 | 677 | | |

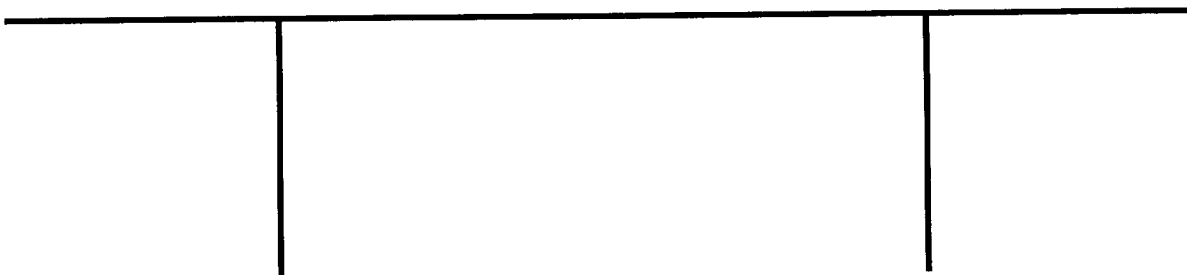
DOCUMENT REPONSE DR3

question 4-5 :

Equilibre de la structure



Graphe du moment fléchissant :



Intégrales de Mohr: valeurs de $\frac{1}{L} \int_0^L m.M.dx$

ne pas oublier de multiplier le résultat par $\frac{L}{E.I}$

| | A | B | C | D | E | F | |
|---|---|--------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|--|--|---|
| | | | | | | | |
| 1 | | $m.M$ | $\frac{1}{2} m.M$ | $\frac{1}{2} m.M$ | $\frac{1}{2} (m_1+m_2)M$ | $\frac{1}{2} m.M$ | |
| 2 | | $\frac{1}{2} m.M$ | $\frac{1}{3} m.M$ | $\frac{1}{6} m.M$ | $\frac{1}{6} (2.m_1+m_2)M$ | $\frac{1}{4} m.M$ | $\frac{1}{6} m.M(1+\frac{b}{L})$ |
| 3 | | $\frac{1}{2} m.M$ | $\frac{1}{6} m.M$ | $\frac{1}{3} m.M$ | $\frac{1}{6} (m_1+2.m_2)M$ | $\frac{1}{4} m.M$ | $\frac{1}{6} m.M(1+\frac{a}{L})$ |
| 4 | | $\frac{1}{2} (M_1+M_2)m$ | $\frac{1}{6} (2.M_1+M_2)m$ | $\frac{1}{6} (M_1+2.M_2)m$ | $\frac{1}{6} (2.m_1.M_1+m_1.M_2+m_2.M_1+2.m_2.M_2)$ | $\frac{1}{4} (M_1+M_2)m$ | $\frac{1}{6} m.[M_1(1+\frac{b}{L})+M_2(1+\frac{a}{L})]$ |
| 5 | | 0 | $\frac{1}{6} m.M$ | $-\frac{1}{6} m.M$ | $\frac{1}{6} (m_1-m_2)M$ | 0 | $\frac{1}{6} m.M(1-2\frac{a}{L})$ |
| 6 | | $\frac{1}{2} m.M$ | $\frac{1}{4} m.M$ | $\frac{1}{4} m.M$ | $\frac{1}{4} (m_1+m_2)M$ | $\frac{1}{3} m.M$ | $\frac{a < b:}{12} m.M \frac{3L^2-4a^2}{bL}$ |
| 7 | | $\frac{1}{2} m.M$ | $\frac{1}{6} m.M(1+\frac{b'}{L})$ | $\frac{1}{6} m.M(1+\frac{a'}{L})$ | $\frac{1}{6} M[m_1(1+\frac{b'}{L})+m_2(1+\frac{a'}{L})]$ | $\frac{a' < b':}{12} m.M \frac{3L^2-4a'^2}{b'L}$ | $\frac{a > a':}{6} m.M [2-\frac{(a-a')^2}{a.b'}]$ |

ANNEXE 1

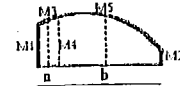
Intégrales de Mohr: valeurs de $\frac{1}{L} \int_0^L m.M.dx$

ne pas oublier de multiplier le résultat par $\frac{L}{E.I}$

| | | A | B | C | D | E | F |
|----|--|------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|---|--|--|
| | | | | | | | |
| 8 | | $\frac{1}{2} m.M$ | $\frac{1}{6} m.M(1 + \frac{b'}{L})$ | $\frac{1}{6} m.M(1 + \frac{a'}{L})$ | $\frac{1}{6} M [m_1(1 + \frac{b'}{L}) + m_2(1 + \frac{a'}{L})]$ | $\frac{1}{12} m.M \frac{3L^2 - 4b'^2}{a'.L}$ ($a' > b'$) | $\frac{m.M}{6} [2 - \frac{(a'-a)^2}{a'.b}]$ ($a' > a$) |
| 9 | | $\frac{1}{3} m.M$ | $\frac{1}{4} m.M$ | $\frac{1}{12} m.M$ | $\frac{1}{12} M.(3m_1 + m_2)$ | $\frac{7}{48} m.M$ | $\frac{mM}{12} [1 + (\frac{b'}{L}) + \frac{b'^2}{L^2}]$ |
| 10 | | $\frac{1}{3} m.M$ | $\frac{1}{12} m.M$ | $\frac{1}{4} m.M$ | $\frac{1}{12} M.(m_1 + 3m_2)$ | $\frac{7}{48} m.M$ | $\frac{mM}{12} [1 + (\frac{a'}{L}) + \frac{a'^2}{L^2}]$ |
| 11 | | $\frac{2}{3} m.M$ | $\frac{5}{12} m.M$ | $\frac{1}{4} m.M$ | $\frac{1}{12} M.(5m_1 + 3m_2)$ | $\frac{17}{48} m.M$ | $\frac{mM}{12} [5 - (\frac{a'}{L}) - \frac{a'^2}{L^2}]$ |
| 12 | | $\frac{2}{3} m.M$ | $\frac{1}{4} m.M$ | $\frac{5}{12} m.M$ | $\frac{1}{12} M.(3m_1 + 5m_2)$ | $\frac{17}{48} m.M$ | $\frac{mM}{12} [5 - (\frac{b'}{L}) - \frac{b'^2}{L^2}]$ |
| 13 | | $\frac{2}{3} m.M$ | $\frac{1}{3} m.M$ | $\frac{1}{3} m.M$ | $\frac{1}{3} M.(m_1 + m_2)$ | $\frac{5}{12} m.M$ | $\frac{mM}{3} [1 + (\frac{a'}{L}) - \frac{a'^2}{L^2}]$ |
| 14 | | $\frac{1}{6} m.(M_1 + 4M_0 + M_2)$ | $\frac{1}{6} m.(M_1 + 2M_0)$ | $\frac{1}{6} m.(M_2 + 2M_0)$ | $\frac{1}{6} [m_1M_1 + m_2M_2 + 2(m_1 + m_2)M_0]$ | $\frac{m}{24} (M_1 + 10M_0 + M_2)$ | $\frac{m}{6} [M_4 + \frac{2}{L} (aM_3 + bM_5)]$ |

dans les formules les valeurs de m et M sont à reporter en valeur algébrique

$$\lambda = \frac{1}{12} \left(-\frac{PL^2}{8} \right) \left[\left(-\frac{L}{3} \right) + 3 \left(\frac{2L}{3} \right) \right] \frac{L}{E.I}$$



ANNEXE 2