

Introduction

Le récepteur ILS fournit deux informations aux systèmes de contrôle du vol et d'affichage de l'avion : les indications de pente et de déviation horizontale.

Le signal reçu est un signal modulé en amplitude par deux modulateurs sinusoïdaux de fréquences 90 Hz et 150 Hz.

L'épreuve porte sur le principe de traitement du signal fournissant l'information de déviation horizontale. Le schéma fonctionnel est donné sur la Figure 1.

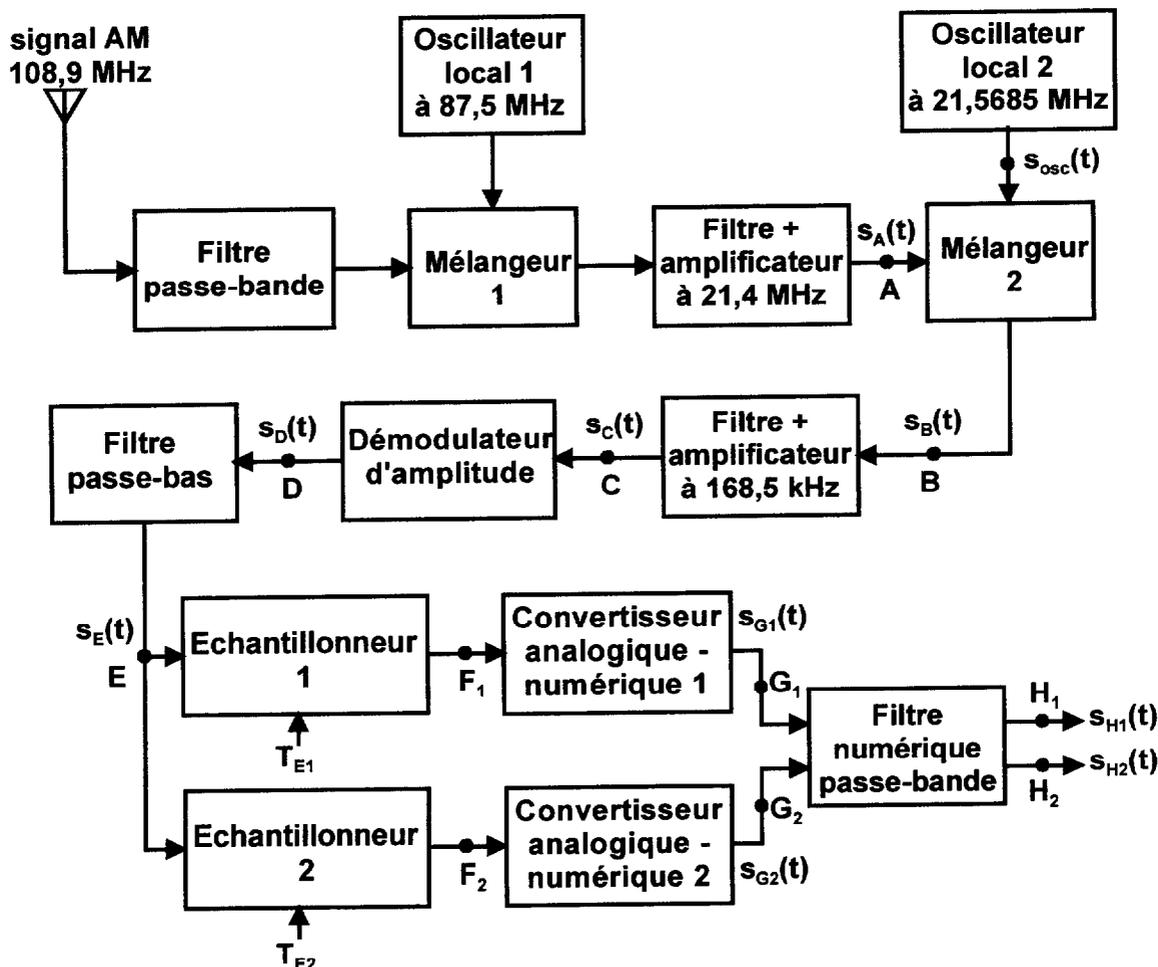


Figure 1 : Schéma fonctionnel du récepteur de déviation horizontale.

L'étude débute au point A et se décompose en trois parties :

- de A à C : obtention d'un signal à la fréquence intermédiaire 168,5 kHz ;
- de C à E : obtention du signal informatif ;
- de E à H₁ : traitement numérique de l'information.

I. Obtention d'un signal à la fréquence intermédiaire 168,5 kHz

Le signal $s_A(t)$ est modulé en amplitude par deux signaux modulateurs, d'amplitudes respectives A_{m1} et A_{m2} , de fréquences respectives $f_{m1} = 90$ Hz et $f_{m2} = 150$ Hz. La fréquence f_p de la porteuse du signal $s_A(t)$ est égale à 21400,0 kHz et son amplitude est notée A_p . Le signal $s_A(t)$ s'écrit :

$$s_A(t) = A_p \cdot (1 + m_1 \cdot \cos(\omega_{m1} \cdot t) + m_2 \cdot \cos(\omega_{m2} \cdot t)) \cdot \cos(\omega_p \cdot t)$$

avec $\begin{cases} m_1 = k \cdot A_{m1} : \text{indice de modulation du premier modulant} \\ m_2 = k \cdot A_{m2} : \text{indice de modulation du second modulant} \end{cases}$, k étant une constante (en V^{-1}).

1. SIGNAL MODULE $s_A(t)$

1.1. Préciser l'expression du terme représentant l'amplitude du signal modulé $s_A(t)$. De cette expression, justifier le fait que la modulation est une modulation d'amplitude.

1.2. Décomposer le signal $s_A(t)$ en une somme de fonctions sinusoïdales.

1.3. Représenter l'allure du spectre en amplitude de $s_A(t)$.

1.4. Est-ce une modulation avec ou sans porteuse ? Justifier.

2. OSCILLATEUR LOCAL

L'oscillateur local (Figure 2) est réalisé à l'aide d'un quartz Q et d'un transistor bipolaire. L'inductance de choc L_{choc} se comporte comme un court-circuit vis-à-vis du continu, et comme un circuit ouvert à la fréquence d'oscillation.

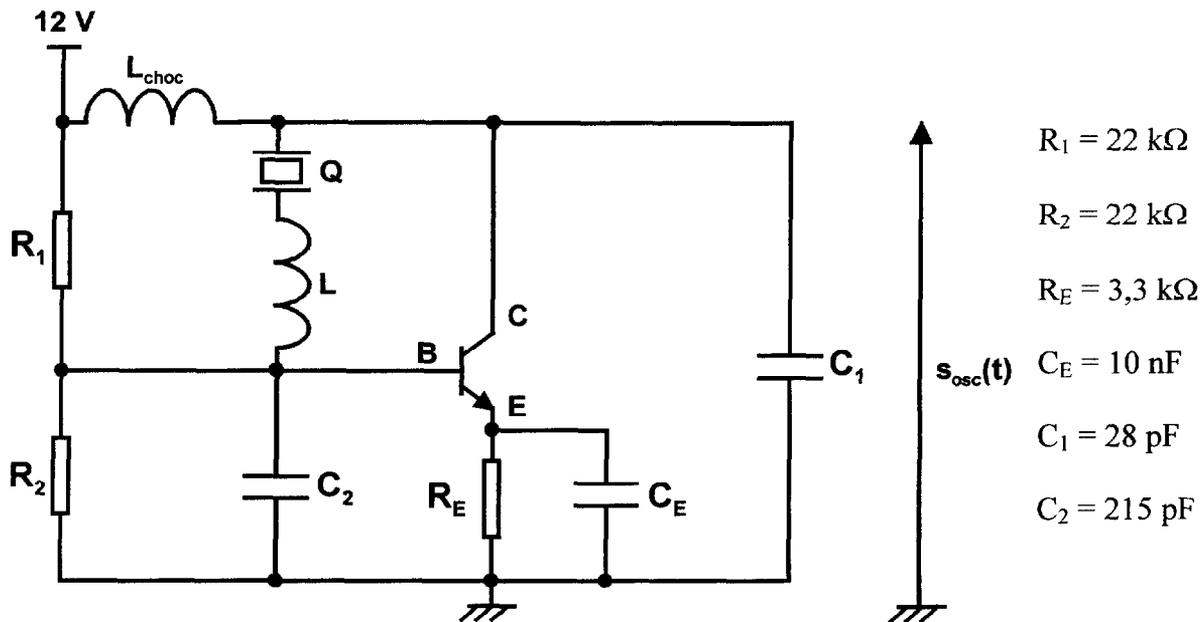


Figure 2: Oscillateur local.

2.1. Étude du quartz

L'allure de la variation de l'impédance du quartz, notée $Z = j X$, en fonction de la fréquence, est donnée sur la courbe de la Figure 3.

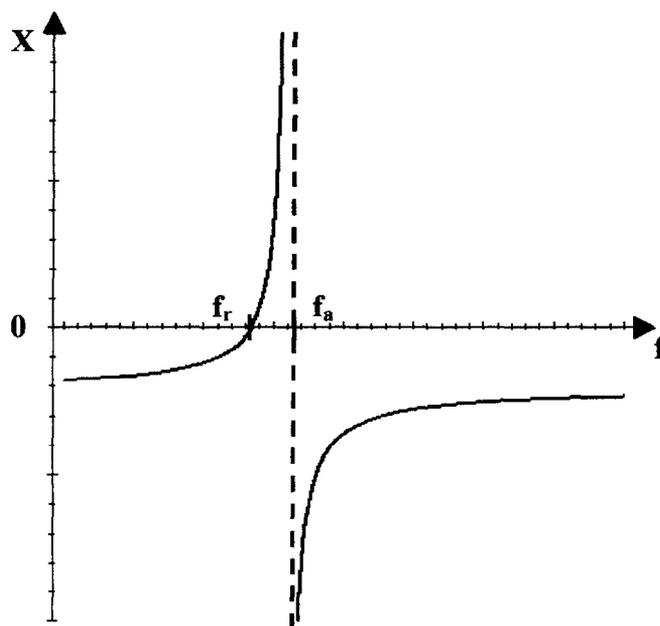


Figure 3: Variation de la réactance X en fonction de la fréquence avec :

- f_r : fréquence de résonance série ;
- f_a : fréquence d'antirésonance ou de résonance parallèle.

2.1.1. Indiquer, en le justifiant, comment se comporte le quartz pour :

- $0 \leq f < f_r$:
- $f = f_r$:
- $f_r < f < f_a$:
- $f = f_a$:
- $f > f_a$:

2.1.2. Sachant que le quartz a un comportement inductif à la fréquence d'oscillation, déterminer dans quelle plage de fréquences le montage fonctionnera en oscillateur.

2.2. **Point de repos du montage**

2.2.1. Donner, en le justifiant, le schéma équivalent du montage par rapport au continu.

2.2.2. Le point de repos du transistor est-il placé : (justifier la réponse par un calcul d'ordre de grandeur)

- dans la zone de blocage ?
- dans la zone de saturation ?
- dans la zone de fonctionnement linéaire ?

2.3. Etude simplifiée de l'oscillateur

A la fréquence d'oscillation, le quartz et l'inductance L sont équivalents à une inductance notée $L_{eq} = 2,2 \mu\text{H}$.

Le modèle équivalent en petits signaux sinusoïdaux du transistor est le suivant :

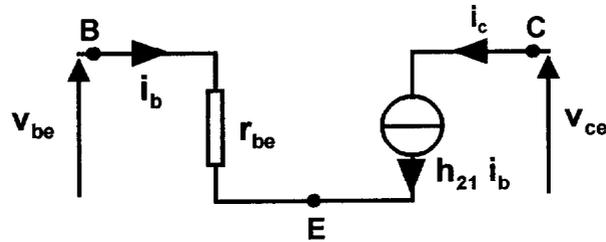


Figure 4: Schéma équivalent en petits signaux sinusoïdaux du transistor.

Dans ces conditions le schéma équivalent en petits signaux du montage de la Figure 2 peut se ramener au schéma de la figure 5. R_B y représente la résistance équivalente aux deux résistances R_1 et R_2 en parallèle.

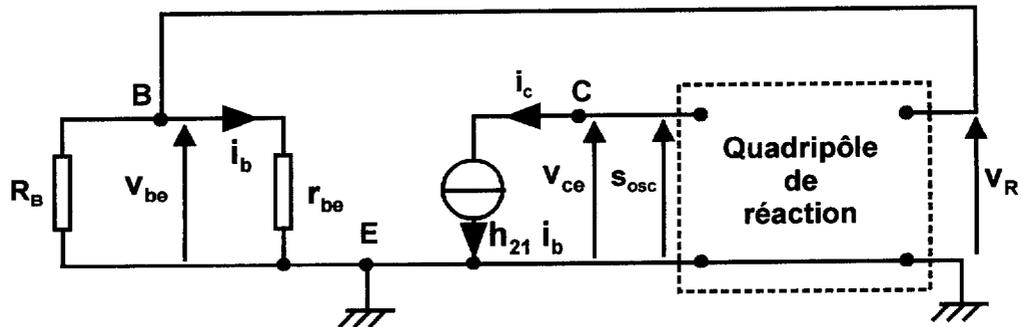


Figure 5: Schéma équivalent en petits signaux du montage.

2.3.1. Représenter les éléments du quadripôle de réaction en fonction de C_1 , C_2 , L_{eq}

2.3.2. R_B est très grande devant r_{be} . Simplifier alors le schéma équivalent ?

2.3.3. Afin de déterminer la fréquence d'oscillation, on ouvre la boucle de réaction : la sortie du quadripôle de réaction est donc déconnectée du point B. Pour respecter les relations d'impédances existant en boucle fermée, on doit placer en sortie du quadripôle de réaction l'impédance d'entrée r_{be} du transistor.

2.3.3.1. Montrer que la fonction de transfert du **quadripôle de réaction** chargé par r_{be} s'écrit :

$$\underline{K}(j \cdot \omega) = \frac{\underline{V}_R}{\underline{S}_{osc}} = \frac{r_{be}}{r_{be} \cdot (1 - L_{eq} \cdot C_2 \cdot \omega^2) + j \cdot L_{eq} \cdot \omega} .$$

2.3.3.2 On appelle $\underline{H(j\omega)}$ la transmittance $\underline{H_1(j\omega)} = \frac{S_{osc}}{I_c}$. Exprimer la fonction de transfert de l'amplificateur $\underline{H(j\omega)} = \frac{S_{osc}}{V_{be}}$ en fonction de $\underline{H_1(j\omega)}$, h_{21} et r_{be} .

2.3.4. On donne :

$$\underline{H(j\omega)} = \frac{S_{osc}}{V_{be}} = -\frac{h_{21}}{r_{be}} \cdot \left(\frac{r_{be} \cdot (1 - L_{\acute{e}q} \cdot C_2 \cdot \omega^2) + j \cdot L_{\acute{e}q} \cdot \omega}{(1 - L_{\acute{e}q} \cdot C_1 \cdot \omega^2) + j \cdot r_{be} \cdot \omega \cdot (C_1 + C_2 - C_1 \cdot C_2 \cdot L_{\acute{e}q} \cdot \omega^2)} \right).$$

Déterminer alors la fonction de transfert : $\underline{T(j\omega)} = \frac{V_R}{V_{be}}$.

2.3.5. Rappeler la condition limite sur $\underline{T(j\omega)}$ pour que les oscillations puissent exister.

2.3.6. Déterminer l'expression littérale de la pulsation d'oscillation ω_0 .

2.3.7. Calculer la valeur numérique de la fréquence f_0 des oscillations.

3. MELANGEUR

Pour toute la suite du problème, la fréquence f_0 de l'oscillateur local est égale à 21568,5 kHz. Comme le montre la Figure 6, le mélangeur est constitué d'un circuit multiplieur et délivre une tension $s_B(t) = K \cdot s_A(t) \cdot s_{osc}(t)$, avec $K > 0$. Les signaux $s_{osc}(t)$ et $s_A(t)$ sont respectivement :

- un signal d'amplitude constante S_{osc} et de pulsation ω_0 :
 $s_{osc}(t) = S_{osc} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)$;
- le signal modulé en amplitude : $s_A(t) = S(t) \cdot \cos(\omega_p \cdot t)$.

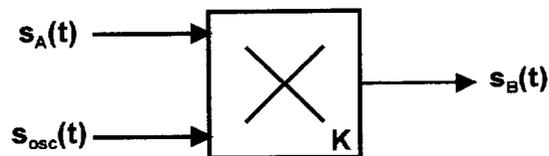


Figure 6: Mélangeur.

3.1. Donner l'expression de $s_B(t)$ sous la forme d'une somme de fonctions sinusoïdales.

- 3.2. Le spectre en amplitude du signal modulé $s_A(t)$ occupe une bande de fréquences de 300 Hz, centrée sur $f_p = 21400,0$ kHz ; il peut être représenté de la façon simplifiée suivante :

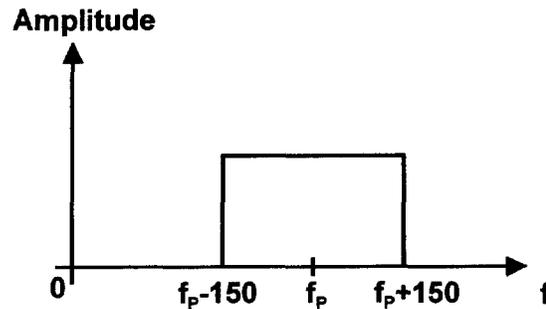


Figure 7: Représentation simplifiée du spectre de $s_A(t)$.

- 3.2.1. Représenter, sous une forme simplifiée, le spectre en amplitude du signal $s_B(t)$ en sortie du multiplieur.

- 3.2.2. Préciser les valeurs numériques des fréquences centrales.

- 3.3. Comment peut-on faire pour ne conserver que le signal modulé dont la fréquence porteuse est la plus basse ? Cette fréquence est appelée fréquence intermédiaire et elle est notée f_i .

II. Obtention du signal informatif

Au point C du schéma fonctionnel de la Figure 1, le signal modulé en amplitude s'écrit :
 $s_C(t) = S_C(t) \cdot \cos((\omega_0 - \omega_p) \cdot t)$ avec $S_C(t) = A_C \cdot (1 + m_1 \cdot \cos(\omega_{m1} \cdot t) + m_2 \cdot \cos(\omega_{m2} \cdot t))$,

A_C étant une constante, et $\begin{cases} m_1 = k \cdot A_{m1} : \text{indice de modulation du premier modulant} \\ m_2 = k \cdot A_{m2} : \text{indice de modulation du second modulant} \end{cases}$,

k étant une constante (en V^{-1}).

Les pulsations ω_0 et ω_p correspondent respectivement à la pulsation de l'oscillateur local numéro 2, étudié au I.2., et à la pulsation de la porteuse. On rappelle que $f_0 = 21568,5$ kHz et que $f_p = 21400,0$ kHz.

1. DEMODULATION D'AMPLITUDE

La démodulation d'amplitude est réalisée à l'aide d'un démodulateur à diode (Figure 8).

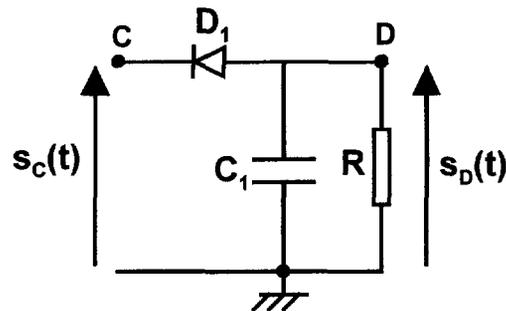


Figure 8: Démodulateur à diode.

1.1. Indice de modulation

1.1.1. De façon générale, quelle est la condition à respecter sur l'indice de modulation pour pouvoir utiliser un démodulateur à diode ?

1.1.2. Sur la courbe représentant $s_C(t)$ (Figure 9), préciser les expressions en fonction de A_C , m_1 et m_2 des niveaux de tension indiqués par des pointillés.

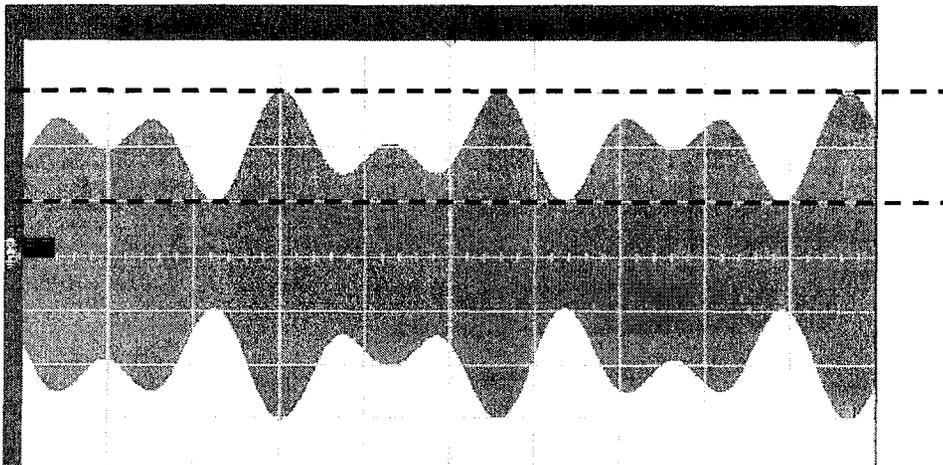


Figure 9 : Evolution de $s_C(t)$.

1.1.3. En déduire la condition, liant m_1 et m_2 , permettant d'obtenir un signal démodulé correct.

1.2. En supposant la diode D_1 idéale, décrire les deux phases de fonctionnement.

1.3. Constante de temps du démodulateur

1.3.1. Quelle condition doit satisfaire la constante de temps RC_1 en fonction de la période T du signal modulé $s_c(t)$?

1.3.2. Calculer la valeur numérique de T .

1.3.3. Parmi les différents couples de valeurs suivants, indiquer le couple vérifiant la condition de la question 1.3.1. :

$R = 47 \text{ k}\Omega$	$C_1 = 47 \text{ pF}$
$R = 47 \text{ k}\Omega$	$C_1 = 220 \text{ pF}$
$R = 47 \text{ k}\Omega$	$C_1 = 470 \text{ pF}$

- 1.3.4. Lorsque la condition sur la constante de temps RC_1 est satisfaite, représenter le signal de sortie du démodulateur $s_D(t)$ sur le chronogramme de la Figure 10 ci-dessous.

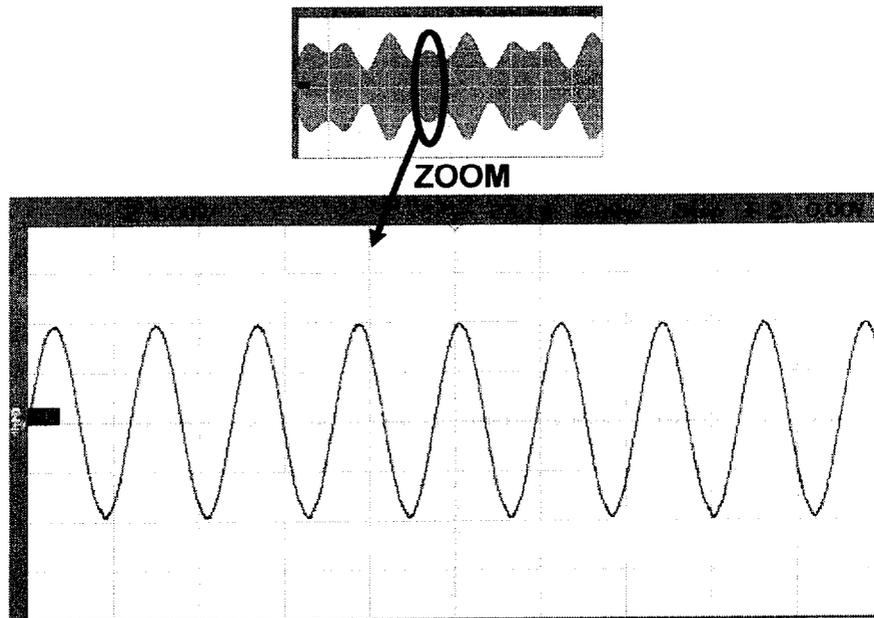


Figure 10 : Zoom du signal $s_c(t)$: à compléter avec $s_D(t)$.

- 1.4. La structure réellement utilisée est présentée sur la Figure 11. L'amplificateur opérationnel fonctionne en régime linéaire et il est supposé idéal.

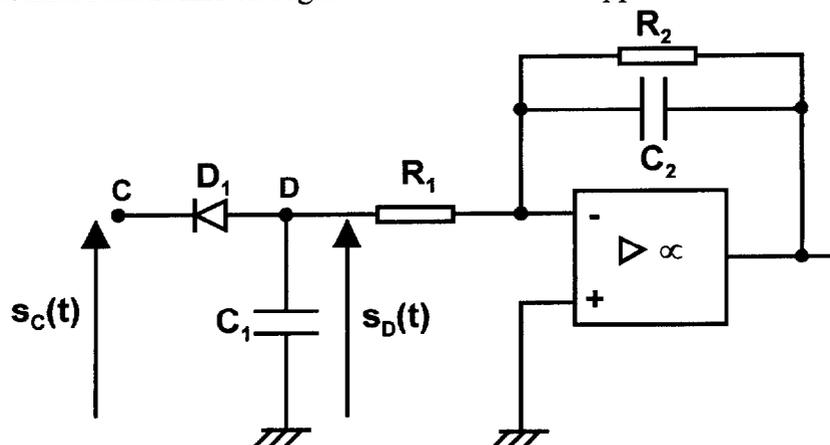


Figure 11: Structure réelle du démodulateur associé au filtre.

- 1.4.1. Montrer que le schéma de la Figure 11, se ramène, du point de vue électrique, à celui de la structure de la Figure 8.

1.4.2. Représenter sur le graphe de la Figure 12 le signal de sortie $s_D(t)$ du démodulateur à diode.

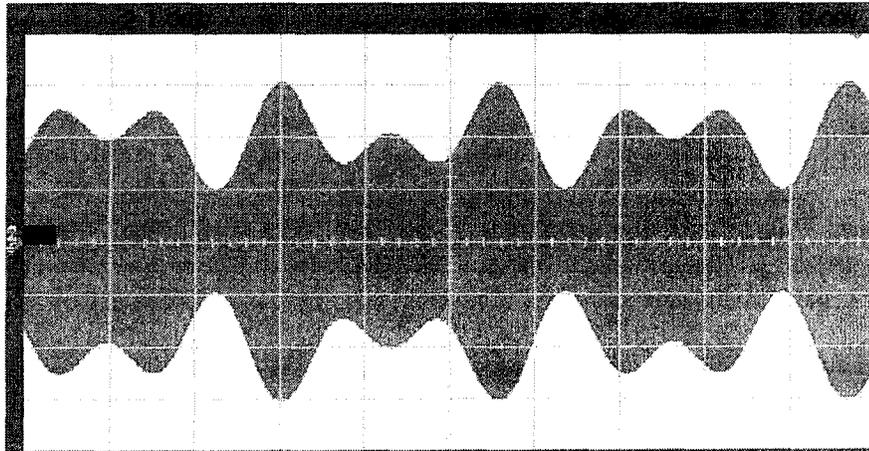


Figure 12 : Signal modulé $s_C(t)$: à compléter avec $s_D(t)$.

2. FILTRAGE ANALOGIQUE

Pour supprimer l'ondulation résiduelle, le signal démodulé $s_D(t)$ est filtré par la structure de la Figure 13.

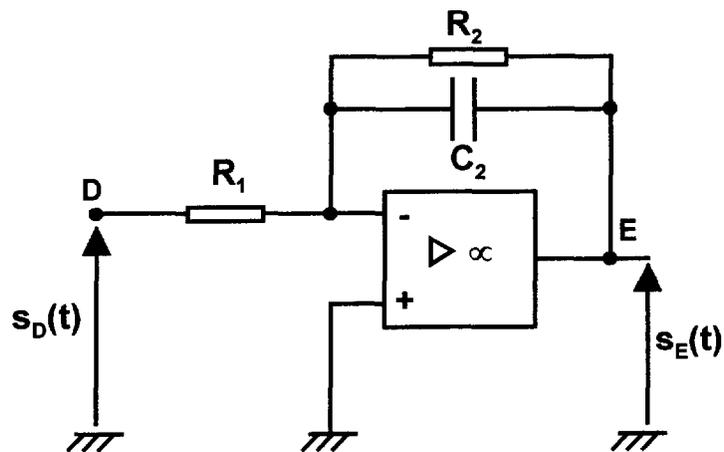


Figure 13: Filtre.

2.1. Déterminer de façon qualitative la nature du filtre.

2.2. Fonction de transfert du filtre

2.2.1. Déterminer la fonction de transfert $\underline{T}(j \cdot \omega) = \frac{S_E}{S_D}$. La mettre sous la forme :

$$\underline{T}(j \cdot \omega) = \frac{T_0}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_c}}.$$

2.2.2. Identifier T_0 et ω_c . En déduire l'expression de f_c .

2.3. On prend $R_1 = R_2$. Représenter, en le justifiant, l'allure générale du diagramme de Bode asymptotique de $\underline{T}(jf)$, pour le gain G et pour la phase φ .

2.4. On désire atténuer de 40 dB l'ondulation résiduelle de fréquence 168,5 kHz.

2.4.1. Quelle doit être la fréquence de coupure f_C du filtre ?

2.4.2. Sachant que $R_1 = R_2 = 47 \text{ k}\Omega$, en déduire la valeur de C_2 .

2.5. **Signal $s_E(t)$ en sortie du filtre**

2.5.1. A l'aide de l'expression de $s_C(t)$ précisée dans l'énoncé, au début du II, donner l'expression du signal $s_E(t)$ en sortie du filtre.

2.5.2. Représenter le signal $s_E(t)$ sur le graphe de la Figure 14 ci-dessous.

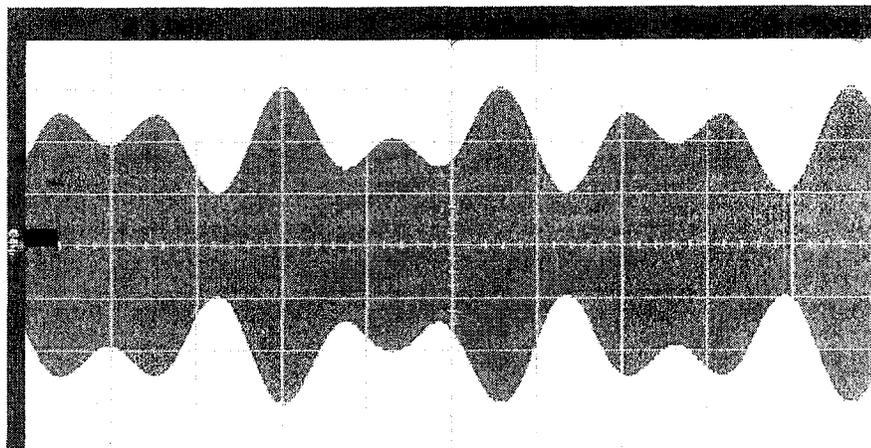


Figure 14 : Graphe de $s_C(t)$: à compléter avec $s_E(t)$.

1. Donner l'expression de $y(n)$, noté y_n , en fonction des échantillons x_n , y_{n-1} et y_{n-2} .

2. Indiquer, en justifiant votre réponse, s'il s'agit d'un filtre récursif.

3. On note $X(z)$ (respectivement $Y(z)$) la transformée en z de la séquence $\{x_n\}$ (respectivement $\{y_n\}$). Donner l'expression de la fonction de transfert en z du filtre, notée $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$.

4. ETUDE DE LA STABILITE

4.1. Enoncer le critère de stabilité portant sur la position des pôles de $H(z)$. Déterminer alors si le fonctionnement est stable.

4.2. Le signal d'entrée est une séquence issue de l'échantillonnage de l'échelon unitaire, dont la transformée en z est $X(z) = \frac{1}{1-z^{-1}}$.

4.2.1. Donner l'expression de $Y(z)$, en fonction de z^{-1} et z^{-2} .

4.2.2. Déterminer la valeur finale de $y(n)$.

4.2.3. Le fonctionnement est-il stable ? Justifier.

5. Dédurre de la question 3. l'expression de la transmittance complexe du filtre $\underline{H}(j\omega)$.

Exprimer $\underline{H}(jf)$ en fonction de $\frac{f}{F_E}$.

6. La représentation du module de $\underline{H}(jf)$ en fonction de $\frac{f}{F_E}$ est donnée sur la Figure 16 :

$|\underline{H}(jf)|$

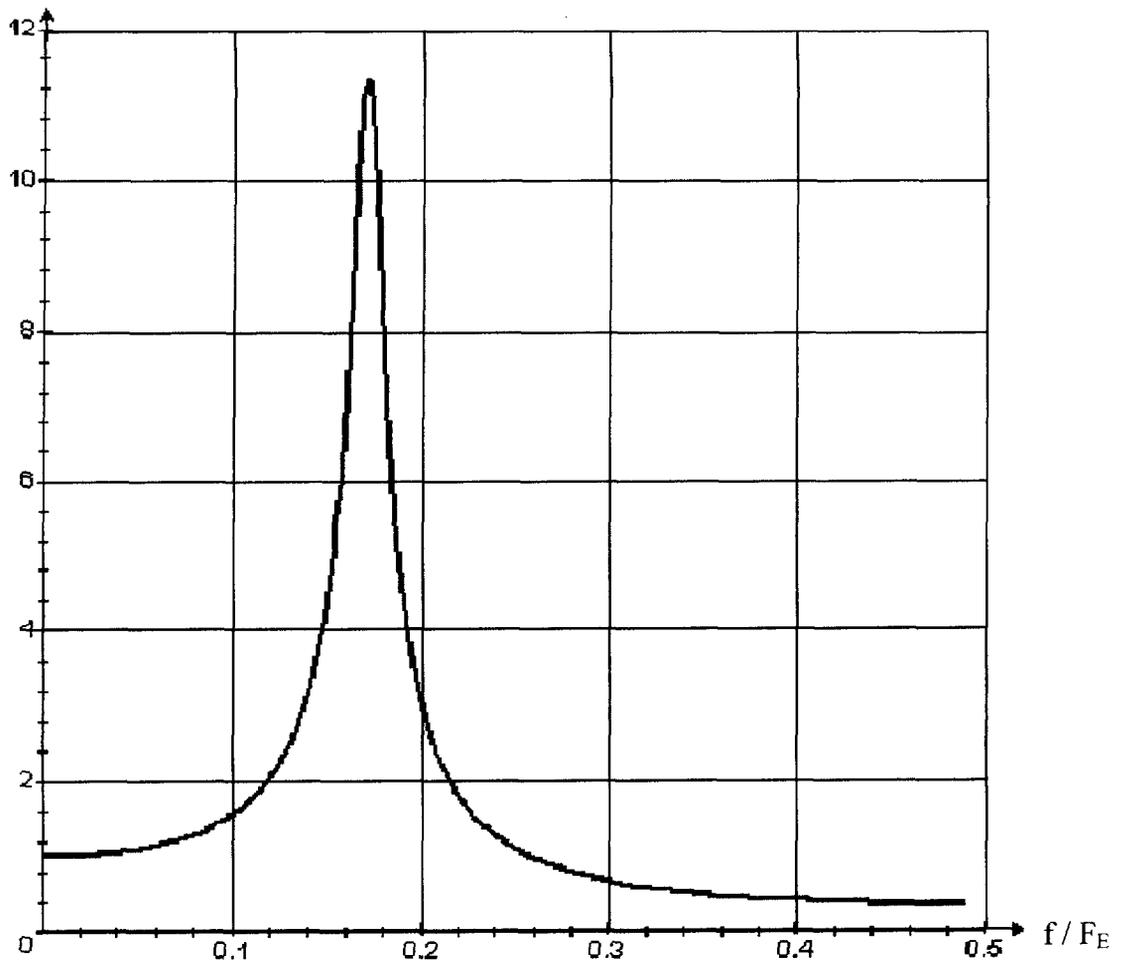


Figure 16 : Variation de $|H(jf)|$ en fonction de $\frac{f}{F_E}$.

- 6.1. Déterminer la nature du filtre.

- 6.2. Donner l'expression de la fréquence centrale f_{centrale} en fonction de F_E .

- 6.3. Exprimer la largeur de la bande passante à -3 dB en fonction de F_E .

7. On souhaite obtenir $f_{\text{centrale}} = 90$ Hz.

7.1. Quelle doit - être la fréquence d'échantillonnage F_{E1} ?

7.2. Cette fréquence d'échantillonnage satisfait-elle la condition de Shannon ? Justifier.

7.3. Calculer la bande passante.

7.4. Sachant que $s_E(t) = A_C \cdot (1 + m_1 \cdot \cos(\omega_{m1} \cdot t) + m_2 \cdot \cos(\omega_{m2} \cdot t))$ (avec $f_{m1} = 90$ Hz et $f_{m2} = 150$ Hz), que représente le signal échantillonné $s_{H1}(t)$?