CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

PROPOSITION DE BAREME

Exercice 1 (11 points)

1°) 2 points
a) 1 point
b) 1 point

2°) 3 points
a) 1 point
b) 2 points

3°) 3,5 points
a) 2 points
b) 1,5 point

4°) 2,5 point
a) 1 point
b) 1 point
c) 0,5 point

Exercice 2 (9 points)

Partie A : 2,5 points
1°) 1 point
2°) 1 point
3°) 0,5 point

Partie B : 4,5 points
1°) 1,5 point
2°) 1 point
3°) 1 point
4°) 1 point

Partie C : 2 points
1°) 1 point
2°) a) 0,5 point
b) 0,5 point

Éléments de correction

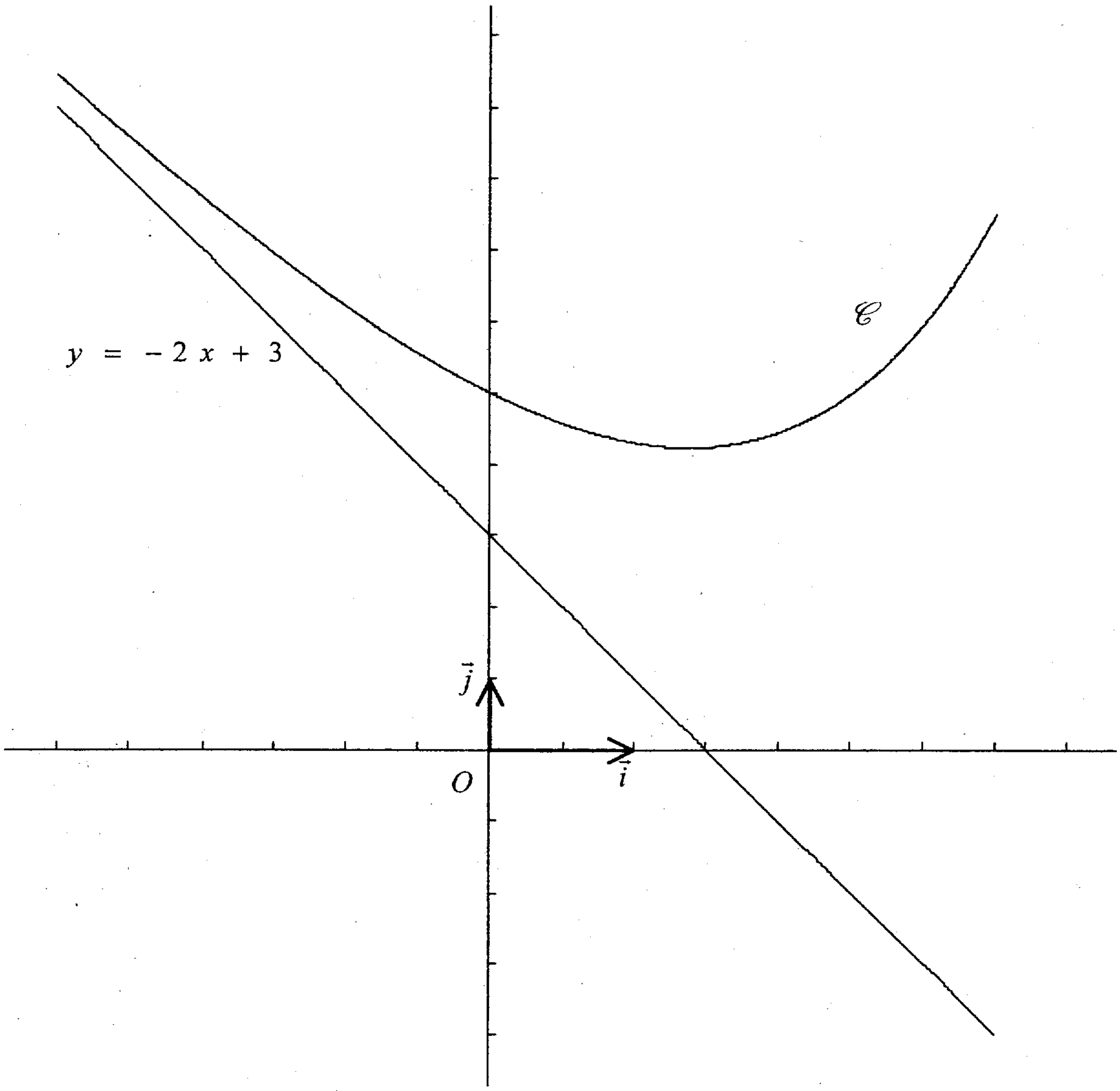
Exercice 1

1)	a)	14 %
	b)	$\bar{x} \approx 72{,}96$ $\quad s \approx 0{,}19$
2)	a)	X suit $\mathscr{B}(0{,}12\,;50)$
	b1)	$\lambda = 6$
	b2)	$1 - 0{,}446 = 0{,}554 \approx 0{,}55$
3)	a)	$T = \dfrac{X-73}{0{,}2}$ suit $\mathcal{N}(0\,;1)$ $\quad p(72{,}7 \leq X < 73) = p(-1{,}5 \leq T < 1{,}5) = 2\Pi(1{,}5) - 1 \approx 0{,}866$
	b)	$T = \dfrac{X-73}{\sigma}$ suit $\mathcal{N}(0\,;1)$ $\quad p(72{,}7 \leq X < 73) = p(-\dfrac{0{,}3}{\sigma} \leq T < \dfrac{0{,}3}{\sigma}) = 2\Pi(\dfrac{0{,}3}{\sigma}) - 1 = 0{,}9$ D'où $\Pi(\dfrac{0{,}3}{\sigma}) = 0{,}95$ $\quad \sigma \approx 0{,}3/1{,}645 \approx 0{,}182$
4)	a)	$p(\overline{D} \geq 73 - a) = P(\overline{D} \leq 73 + a) = P(T \leq a\dfrac{\sqrt{50}}{0{,}2}) = \Pi(a\dfrac{\sqrt{50}}{0{,}2}) = 0{,}95$ D'où $a \approx \dfrac{0{,}2 \times 1{,}645}{\sqrt{50}} \approx 0{,}047$
	b)	On prélève un échantillon de 50 boules au hasard et avec remise et on calcule la moyenne m de leurs diamètres. Si $m \geq 72{,}953$, on accepte H_0, et si $m < 72{,}953$ on accepte H_1.
	c)	$72{,}96 \geq 72{,}953$ donc, au seuil de 5 %, on rejette l'hypothèse H_0 ; il n'y a pas lieu de penser que le diamètre moyen des boules fabriquées est sensiblement inférieur à 73 mm.

Exercice 2

Partie A	1)	$y = \lambda e^{-t} + \mu e^{-0{,}2t}$, où λ et μ sont deux constantes réelles
	2)	Solution particulière $y = 2$, solution générale de (E) $y = \lambda e^{-t} + \mu e^{-0{,}2t} + 2$
	3)	Avec les conditions initiales $g(0) = 5$ et $g'(0) = -1$, on a $g(t) = 0{,}5e^{-t} + 2{,}5e^{-0{,}2t} + 2$
Partie B	1)	$f(t) = 0{,}5e^{-t} + 2{,}5e^{-0{,}2t} + 2$ Par composition de $t \mapsto -t$ et de $x \mapsto e^x$, $t \mapsto e^{-t}$ est strictement décroissante sur $[0;+\infty[$. De même $t \mapsto e^{-0{,}2t}$ est strictement décroissante sur $[0;+\infty[$, donc f est strictement décroissante sur $[0;+\infty[$. (Ou par l'utilisation de la fonction dérivée).
	2)	$\lim\limits_{t \mapsto +\infty} f(t) = 2$
	3)	La cote du point G décroît strictement en fonction du temps vers la cote 2.
	4)	$\lim\limits_{t \mapsto +\infty} (f(t) - 2) = 0$, donc la droite d'équation $y = 2$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$ quand t tend vers $+\infty$. (Tracé sur la fiche annexe).
Partie C	1)	Une primitive de $t \mapsto h(t) = 0{,}5e^{-t} + 2{,}5e^{-0{,}2t}$ est $t \mapsto H(t) = -0{,}5e^{-t} - 12{,}5e^{-0{,}2t}$
	2)a	$\int_1^5 (f(t) - 2)\,dt = H(5) - H(1) = 12{,}5e^{-0{,}2} - 12e^{-1} - 0{,}5e^{-5}$
	2)b	Aire, en unité d'aire, du domaine limité par $\mathscr{C}$, et les droites d'équations respectives $y = 2$, $x = 1$ et $x = 5$. (Représentation sur la fiche annexe).

	3)	



Partie C	1)	Une primitive de $x \mapsto f(x) = 2e^{\frac{1}{2}x} - 2x + 3$ est $x \mapsto F(x) = 4e^{\frac{1}{2}x} - x^2 + 3x$
	2)	$\mathscr{A} = 2\int_0^{\ln 4} f(x)\mathrm{d}x = 2(F(\ln 4) - F(0)) = 2((8 - \ln^2 4 + 3\ln 4) - 4) = 8 - 2(\ln 4)^2 + 6\ln 4$