

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR

SPECIALITES	COEF.	DUREE
CONTROLE INDUSTRIEL ET REGULATION AUTOMATIQUE	2	3
ELECTRONIQUE	2	3
TECHNIQUES PHYSIQUES POUR L'INDUSTRIE ET LE LABORATOIRE	3	3

MATHEMATIQUES

Le sujet comprend 4 pages, numérotées de 1/4 à 4/4.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.
Il comprend 7 pages, numérotées de 1 à 7.

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

Code sujet : MATGRA1

Exercice 1 (8 points)

Dans tout cet exercice, le nombre n est un entier relatif.

La suite $n \mapsto e(n)$ représente l'échelon discrétisé causal défini par :

$$\begin{cases} e(n) = 0 \text{ pour } n < 0 \\ e(n) = 1 \text{ pour } n \geq 0. \end{cases}$$

On considère un filtre numérique dans lequel le signal d'entrée est $n \mapsto e(n)$ et le signal de sortie est un signal discret causal noté $n \mapsto x(n)$.

Ce filtre est régi par l'équation récurrente :

$$x(n) - 2x(n-1) = e(n) \quad (E).$$

PARTIE 1.

Dans cette partie on résout l'équation récurrente (E) sans utilisation de la transformation en Z.

- 1) a) Justifier que $x(0) = 1$.
- b) Calculer $x(1)$, $x(2)$ et $x(3)$.
- 2) Pour tout entier naturel n l'équation (E) s'écrit :

$$x(n) - 2x(n-1) = 1 \quad (E).$$

- a) On considère la suite y définie pour tout entier naturel n par :

$$y(n) = x(n) + 1.$$

Montrer que la suite y est une suite géométrique de raison 2.

Donner l'expression de $y(n)$ en fonction de l'entier naturel n .

- b) En déduire, pour tout entier naturel n , l'expression de $x(n)$. Vérifier que l'on retrouve les mêmes valeurs de $x(0)$, $x(1)$, $x(2)$ et $x(3)$ qu'à la question 1.

PARTIE 2.

Dans cette partie on résout l'équation récurrente (E) en utilisant la transformation en Z.

- 1) On rappelle que $x(0) = 1$.

On se place dans le cas où $n \geq 1$ et on admet que le signal $n \mapsto x(n)$, solution de l'équation récurrente (E), a une transformation en Z noté $(Zx)(z)$.

- a) Montrer que pour tout z différent de 0, de 1 et de 2 on a :

$$(Zx)(z) = \frac{z^2}{(z-1)(z-2)}.$$

- b) Montrer que pour tout z différent de 0, 1 et 2 on a :

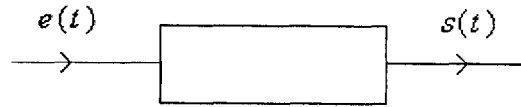
$$\frac{(Zx)(z)}{z} = \frac{-1}{z-1} + \frac{2}{z-2}.$$

- c) En déduire par lecture inverse du dictionnaire d'images, le signal de sortie $n \mapsto x(n)$ pour $n \geq 1$.

- 2) Représenter dans un repère orthogonal, pour les nombres entiers n tels que $-2 \leq n \leq 3$, le signal de sortie $n \mapsto x(n)$. Prendre comme unités graphiques 2 cm sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées.

Exercice 2 (12 points)

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.



Dans le système représenté ci-dessus, e et s sont respectivement les signaux d'entrée et de sortie, causaux (nuls pour t négatif).

On suppose que le système est régi par l'équation différentielle :

$$LC \frac{d^2 s}{dt^2}(t) + RC \frac{ds}{dt}(t) + s(t) = e(t) \quad (1).$$

L , R et C sont des constantes réelles strictement positives. De plus à l'instant initial :

$$s(0^+) = 0 \text{ et } \frac{ds}{dt}(0^+) = 0.$$

PARTIE A

On suppose que les fonctions e et s admettent des transformées de Laplace notées respectivement E et S .

1°) La fonction de transfert H du système est définie par $S(p) = H(p) \times E(p)$.

En appliquant la transformation de Laplace aux deux membres de l'équation (1), exprimer $H(p)$ en fonction de R , L et C .

2°) On suppose que $e(t) = \mathcal{U}(t-1) - \mathcal{U}(t-2)$

où \mathcal{U} est la fonction échelon unité :
$$\begin{cases} \mathcal{U}(t) = 0 & \text{si } t < 0 \\ \mathcal{U}(t) = 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$

a) Tracer la courbe représentative de la fonction e dans un repère du plan.

b) Déterminer $E(p)$.

3°) **Dans la suite de l'exercice, on considère que $L = 2$, $R = 1000$ et $C = 2 \cdot 10^{-6}$.**

a) Vérifier que
$$H(p) = \frac{500^2}{(p+250)^2 + (250\sqrt{3})^2}.$$

b) On admet que :

$$\frac{1}{p} H(p) = \frac{1}{p} - \frac{p+250}{(p+250)^2 + (250\sqrt{3})^2} - \frac{250}{(p+250)^2 + (250\sqrt{3})^2}.$$

Déterminer l'original h_1 de la fonction $p \mapsto \frac{1}{p} H(p)$.

c) Exprimer $s(t)$ à l'aide de $h_1(t)$.

En déduire l'expression de $s(t)$ sur chacun des intervalles $] -\infty, 1[$, $[1, 2[$ et $[2, +\infty[$.

PARTIE B

On rappelle que $H(p) = \frac{500^2}{(p+250)^2 + (250\sqrt{3})^2}$.

1°) On considère la fonction r définie pour tout réel $\omega > 0$ par :

$$r(\omega) = |H(j\omega)|$$

où j est le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Montrer que $r(\omega) = \frac{500^2}{\sqrt{\omega^4 - 500^2\omega^2 + 500^4}}$.

2°) On considère la fonction f définie pour tout réel $\omega > 0$ par :

$$f(\omega) = \omega^4 - 500^2\omega^2 + 500^4.$$

Montrer que $f'(\omega) = 4\omega(\omega - 250\sqrt{2})(\omega + 250\sqrt{2})$.

3°) Montrer que $r'(\omega)$ est du signe de $-f'(\omega)$.

4°) En déduire que $r(\omega)$ est maximal pour une valeur ω_0 de ω . Donner la valeur de ω_0 et calculer $r(\omega_0)$.

La partie B permet de déterminer le maximum du gain pour le système étudié en régime harmonique.

FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES

BTS : GROUPEMENT A

CONTROLE INDUSTRIEL ET REGULATION AUTOMATIQUE

ELECTRONIQUE

ELECTROTECHNIQUE

GENIE OPTIQUE

INFORMATIQUE ET RESEAUX POUR L'INDUSTRIE
ET LES SERVICES TECHNIQUES

TECHNIQUES PHYSIQUES POUR L'INDUSTRIE ET LE LABORATOIRE

Plusieurs résultats figurant dans ce formulaire ne sont pas au programme de TOUTES les spécialités de BTS appartenant à ce groupement.

1. RELATIONS FONCTIONNELLES

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b, \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$$

$$a^t = e^{t \ln a}, \text{ où } a > 0$$

$$t^\alpha = e^{\alpha \ln t}, \text{ où } t > 0$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(2t) = 2 \cos^2 t - 1 = 1 - 2 \sin^2 t$$

$$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$e^{it} = \cos t + i \sin t$$

$$\cos t = \frac{1}{2} (e^{it} + e^{-it})$$

$$\sin t = \frac{1}{2i} (e^{it} - e^{-it})$$

$$e^{at} = e^{\alpha t} (\cos(\beta t) + i \sin(\beta t)), \text{ où } a = \alpha + i\beta$$

2. CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL

a) Limites usuelles

Comportement à l'infini

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} e^t = 0 ;$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$$

Croissances comparées à l'infini

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$$

Comportement à l'origine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0 ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0$$

b) Dérivées et primitives

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\frac{1}{t}$	Arc sin t	$\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
e^t	e^t	Arc tan t	$\frac{1}{1+t^2}$
t^α ($\alpha \in \mathbb{R}$)	$\alpha t^{\alpha-1}$	e^{at} ($a \in \mathbb{C}$)	ae^{at}
$\sin t$	$\cos t$		
$\cos t$	$-\sin t$		
$\tan t$	$\frac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$		

Opérations

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = k u'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \quad u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$$

c) Calcul intégral

Valeur moyenne de f sur $[a, b]$:

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t) v'(t) dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t) v(t) dt$$

d) Développements limités

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \dots + \frac{t^n}{n!} + t^n \varepsilon(t)$$

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 - \dots + (-1)^n t^n + t^n \varepsilon(t)$$

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n} + t^n \varepsilon(t)$$

$$\sin t = \frac{t}{1!} - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots + (-1)^p \frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + t^{2p+1} \varepsilon(t)$$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \dots + (-1)^p \frac{t^{2p}}{(2p)!} + t^{2p} \varepsilon(t)$$

$$(1+t)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}t^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!}t^n + t^n \varepsilon(t)$$

e) Equations différentielles

Équations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)x' + b(t)x = 0$	$f(t) = ke^{-G(t)}$ où G est une primitive de $t \mapsto \frac{b(t)}{a(t)}$
$ax'' + bx' + cx = 0$	Si $\Delta > 0$, $f(t) = \lambda e^{r_1 t} + \mu e^{r_2 t}$ où r_1 et r_2 sont les racines de l'équation caractéristique
équation caractéristique :	Si $\Delta = 0$, $f(t) = (\lambda t + \mu)e^{rt}$ où r est la racine double de l'équation caractéristique
$ax^2 + bx + c = 0$	Si $\Delta < 0$, $f(t) = [\lambda \cos(\beta t) + \mu \sin(\beta t)]e^{\alpha t}$ où $r_1 = \alpha + i\beta$ et $r_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.
de discriminant Δ	

3. SERIES DE FOURIER

f : fonction périodique de période T ;

développement en série de Fourier :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{ik\omega t}, \quad (n \in \mathbb{N}^*, k \in \mathbb{Z}).$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) dt; \quad a_n = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(t) \cos(n\omega t) dt; \quad b_n = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(t) \sin(n\omega t) dt.$$

$$c_k = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) e^{-ik\omega t} dt \quad (k \in \mathbb{Z}); \quad c_0 = a_0; \quad \frac{a_n - ib_n}{2} = c_n; \quad \frac{a_n + ib_n}{2} = c_{-n} \quad (n \in \mathbb{N}^*).$$

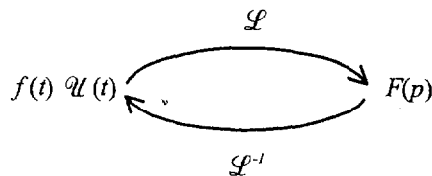
4. TRANSFORMATION DE LAPLACE

Fonctions usuelles

$$\mathcal{L}(\mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p}; \quad \mathcal{L}(t\mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p^2}; \quad \mathcal{L}(t^n \mathcal{U}(t)) = \frac{n!}{p^{n+1}} \quad (n \in \mathbb{N});$$

$$\mathcal{L}(e^{-at}\mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p+a}; \quad \mathcal{L}(\sin(\omega t)\mathcal{U}(t)) = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}; \quad \mathcal{L}(\cos(\omega t)\mathcal{U}(t)) = \frac{p}{p^2 + \omega^2}.$$

Propriétés



$f(\alpha t) \mathcal{U}(t) \quad \alpha > 0$	$\frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$
$f(t-\tau) \mathcal{U}(t-\tau)$	$F(p) e^{-\tau p}$
$f(t) e^{-at} \mathcal{U}(t)$	$F(p+a)$
$f'(t) \mathcal{U}(t)$	$pF(p) - f(0^+)$
$f''(t) \mathcal{U}(t)$	$p^2 F(p) - p f(0^+) - f'(0^+)$
$-t f(t) \mathcal{U}(t)$	$F'(p)$
$\int_0^t f(u) \mathcal{U}(u) du$	$\frac{F(p)}{p}$

5. TRANSFORMATION EN Z

Signal causal $n \mapsto x(n)$ pour $n \in \mathbb{N}$	Transformée en Z $z \mapsto (Zx)(z)$
$e(n) = 1$	$(Ze)(z) = \frac{z}{z-1}$
$\begin{cases} d(0) = 1 \\ d(n) = 0 \text{ si } n \neq 0 \end{cases}$	$(Zd)(z) = 1$
$r(n) = n$	$(Zr)(z) = \frac{z}{(z-1)^2}$
$c(n) = n^2$	$(Zc)(z) = \frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$
$f(n) = a^n, a \in \mathbb{R} - \{0\}$	$(Zf)(z) = \frac{z}{z-a}$
$y(n) = a^n x(n), a \in \mathbb{R} - \{0\}$	$(Zy)(z) = (Zx)\left(\frac{z}{a}\right)$
$y(n) = x(n - n_0), (n - n_0) \in \mathbb{N}$ ou $y(n) = x(n - n_0) e(n - n_0)$	$(Zy)(z) = z^{-n_0} (Zx)(z)$
$y(n) = x(n + 1)$	$(Zy)(z) = z[(Zx)(z) - x(0)]$
$y(n) = x(n + 2)$	$(Zy)(z) = z^2[(Zx)(z) - x(0) - x(1)z^{-1}]$
$y(n) = x(n + n_0), n_0 \in \mathbb{N}^*$	$(Zy)(z) = z^{n_0} [(Zx)(z) - x(0) - x(1)z^{-1} - x(2)z^{-2} \dots - x(n_0 - 1)z^{-(n_0-1)}]$

6. **PROBABILITES**

a) **Loi binomiale** $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ où $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$; $E(X) = np$; $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

b) **Loi de Poisson**

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$V(X) = \lambda$$

$k \backslash \lambda$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293
2	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988
3	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0000	0,0000

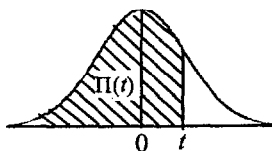
$k \backslash \lambda$	1	1.5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.368	0.223	0.135	0.050	0.018	0.007	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
1	0.368	0.335	0.271	0.149	0.073	0.034	0.015	0.006	0.003	0.001	0.000
2	0.184	0.251	0.271	0.224	0.147	0.084	0.045	0.022	0.011	0.005	0.002
3	0.061	0.126	0.180	0.224	0.195	0.140	0.089	0.052	0.029	0.015	0.008
4	0.015	0.047	0.090	0.168	0.195	0.176	0.134	0.091	0.057	0.034	0.019
5	0.003	0.014	0.036	0.101	0.156	0.176	0.161	0.128	0.092	0.061	0.038
6	0.001	0.004	0.012	0.050	0.104	0.146	0.161	0.149	0.122	0.091	0.063
7	0.000	0.001	0.003	0.022	0.060	0.104	0.138	0.149	0.140	0.117	0.090
8		0.000	0.001	0.008	0.030	0.065	0.103	0.130	0.140	0.132	0.113
9			0.000	0.003	0.013	0.036	0.069	0.101	0.124	0.132	0.125
10				0.001	0.005	0.018	0.041	0.071	0.099	0.119	0.125
11				0.000	0.002	0.008	0.023	0.045	0.072	0.097	0.114
12					0.001	0.003	0.011	0.026	0.048	0.073	0.095
13					0.000	0.001	0.005	0.014	0.030	0.050	0.073
14						0.000	0.002	0.007	0.017	0.032	0.052
15							0.001	0.003	0.009	0.019	0.035
16							0.000	0.001	0.005	0.011	0.022
17								0.001	0.002	0.006	0.013
18								0.000	0.001	0.003	0.007
19									0.000	0.001	0.004
20										0.001	0.002
21										0.000	0.001
22											0.000

c) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE $\mathcal{N}(0,1)$

$$\Pi(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota : $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$