

# BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

## PILOTAGE DE SYSTÈMES DE PRODUCTION AUTOMATISÉE

**ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE E 1**

**SOUS-ÉPREUVE B 1 – UNITÉ 12**

**MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES**

**Ce sujet comporte 7 pages.**

**La page 7/7 est à rendre avec la copie d'examen.**

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 x 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

**L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit.**

Pilote de système de production automatisée - SUJET		
Mathématiques – Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve: 0406- PSP ST B	Page 1 sur 7	

# FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

( Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995 )

## Fonction $f$

$f(x)$	Dérivée $f'$
$ax + b$	$f'(x)$
$x^2$	$a$
$x^3$	$2x$
$\frac{1}{x}$	$3x^2$
$u(x) + v(x)$	$-\frac{1}{x^2}$
$au(x)$	$u'(x) + v'(x)$
	$au'(x)$

## Logarithme népérien : $\ln$

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$        $\ln(a^n) = n \ln a$   
 $\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

## Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si  $\Delta > 0$ , deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$  et  $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si  $\Delta = 0$ , une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si  $\Delta < 0$ , aucune solution réelle

Si  $\Delta \geq 0$ ,  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

## Suites arithmétiques

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $r$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des  $k$  premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$

## Suites géométriques

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $q$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des  $k$  premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$

## Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$= 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

## Statistiques

Effectif total  $N = \sum_{i=1}^p n_i$

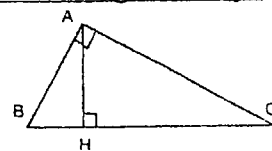
Moyenne  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$

Variance  $V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type  $\sigma = \sqrt{V}$

## Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$  ;  $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$  ;  $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

## Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$

$R$  : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

## Aires dans le plan

Triangle :  $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapeze :  $\frac{1}{2} (B+b)h$

Disque :  $\pi R^2$

## Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base  $B$  et de hauteur  $h$  : Volume  $Bh$

Sphère de rayon  $R$  :

Aire :  $4\pi R^2$       Volume :  $\frac{4}{3} \pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base  $B$  et de hauteur  $h$  : Volume  $\frac{1}{3} Bh$

## Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$        $\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$   
 $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$        $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si  $\vec{v} \neq \vec{0}$  et  $\vec{v}' \neq \vec{0}$  :

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

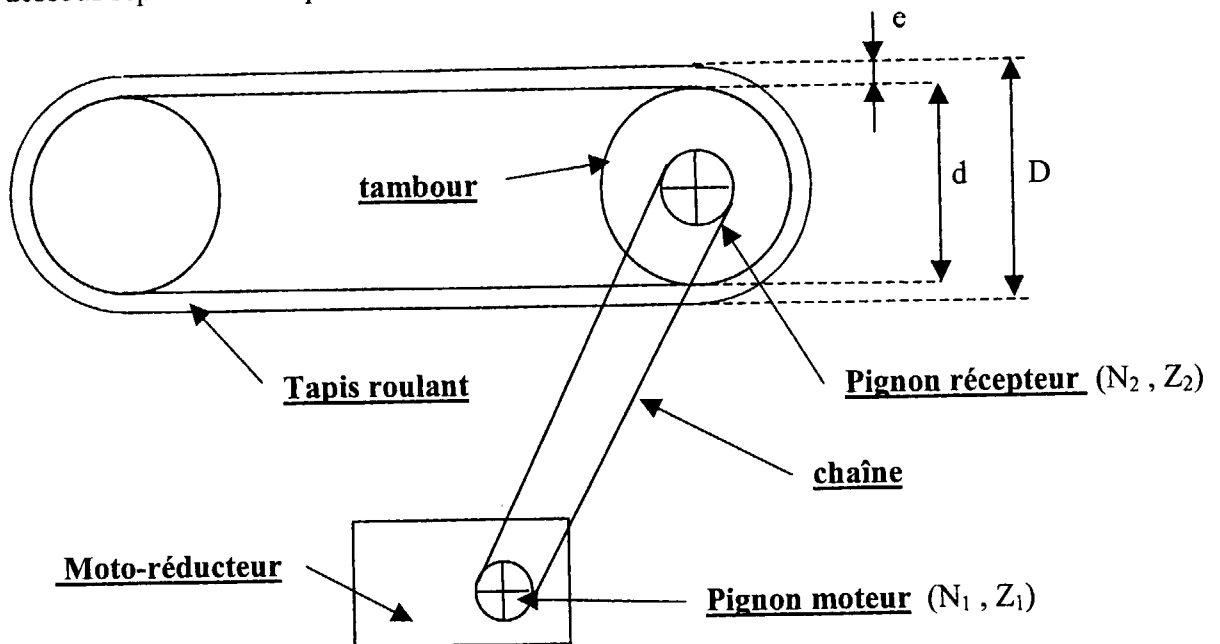
$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0$  si et seulement si  $\vec{v} \perp \vec{v}'$

## MATHEMATIQUES (15 points)

### EXERCICE 1 : Etude de fonction (9 points)

Dans une usine, une machine automatique coupe des bandes d'acier utilisées pour la fabrication des pneus d'automobile.

Le schéma ci-dessous représente le tapis d'évacuation des bandes d'acier à la sortie de cette machine :



Le tapis d'évacuation d'épaisseur  $e = 5,5$  mm est entraîné par un tambour de diamètre  $d = 180$  mm. Lui même est mis en rotation par un moto-réducteur grâce à un système de transmission par chaîne reliant le pignon moteur au pignon récepteur.

#### Partie A - Calcul algébrique.

L'objectif de cette partie est d'exprimer la vitesse linéaire  $v$  du tapis roulant en fonction du nombre de dents  $Z_2$  du pignon récepteur.

1. Calculer la longueur  $D$  en m. (Voir la figure ci-dessus).

2. A partir de la formule  $\frac{N_1}{N_2} = \frac{Z_2}{Z_1}$ ,

avec  $N_1$  : fréquence de rotation du pignon moteur à la sortie du moto-réducteur en tr/min  
 $N_2$  : fréquence de rotation du pignon récepteur solidaire du tambour en tr/min  
 $Z_1$  : nombre de dents du pignon moteur  
 $Z_2$  : nombre de dents du pignon récepteur.

et sachant que  $N_1 = 600$  tr/min et  $Z_1 = 25$ , montrer que  $N_2 = \frac{15\,000}{Z_2}$

3. A partir de la formule  $v = 2 \pi N_2 \times \frac{D}{2}$  et des réponses aux questions précédentes, exprimer la vitesse linéaire  $v$  du tapis en fonction de  $Z_2$ .

Dans la suite du problème, on admet que :  $v = \frac{9\,000}{Z_2}$

Pilotage de système de production automatisée - SUJET		
Mathématiques - Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve: 0406- PSP ST B	Page 3 sur 7	

## Partie B - Etude de la fonction.

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[10 ; 30]$  par :  $f(x) = \frac{9\,000}{x}$ .

1. Déterminer  $f'(x)$  où  $f'$  est la dérivée de la fonction  $f$ .
2. Donner le signe de  $f'(x)$ .
3. En déduire le sens de variation de la fonction  $f$ .
4. Compléter le tableau de valeurs sur l'**annexe 1** à rendre avec la copie.
5. Tracer la courbe  $C$  représentative de la fonction  $f$  dans le plan rapporté au repère de l'**annexe 1** (à rendre avec la copie).

## Partie C - Exploitation.

1. Détermination de la vitesse linéaire du tapis.
  - 1.1. Déterminer graphiquement la vitesse linéaire, en m/min, du tapis si le pignon récepteur possède 24 dents.  
**Laisser apparents les traits permettant de répondre à cette question.**
  - 1.2. Retrouver ce résultat par le calcul.
2. Une augmentation de la vitesse linéaire du tapis roulant est obtenue par le remplacement du pignon récepteur.
  - 2.1. Déterminer graphiquement le nombre de dents du nouveau pignon récepteur permettant d'obtenir une vitesse linéaire du tapis égale à 500 m/min.  
**Laisser apparents les traits permettant de répondre à cette question.**
  - 2.2. Retrouver ce résultat par le calcul.

Pilotage de système de production automatisée - SUJET		
Mathématiques – Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve: 0406- PSP ST B	Page 4 sur 7	

## EXERCICE 2 : Suite arithmétique (6 points)

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

L'usine dispose d'un stock de 12 tonnes de fil d'acier pour la fabrication de bandes d'acier.  
Le tableau ci-dessous indique l'évolution de la masse du stock de fil d'acier pendant les 4 premiers jours de la période d'utilisation du stock.

Jour de la période : $n$	1	2	3	4
Masse, en kg, du stock de fil d'acier : $M_n$	$M_1 = 120\ 000$	$M_2 = 117\ 600$	$M_3 = 115\ 200$	$M_4 = 112\ 800$

### Partie A

1. Montrer que  $M_1, M_2, M_3, M_4$  sont les premiers termes d'une suite arithmétique et donner la raison de cette suite.
2. On suppose que les nombres  $M_1, M_2, \dots, M_n, \dots$  forment une suite arithmétique de premier terme  $M_1 = 120\ 000$  et de raison  $r = -2\ 400$ .  
Montrer que  $M_n$  peut s'écrire sous la forme :  $M_n = 122\ 400 - 2\ 400 n$  ; on pourra utiliser le formulaire.
3. Calculer la masse du stock de fil d'acier restant au 25<sup>ème</sup> jour de cette période.
4. L'entreprise décide de renouveler son stock lorsque celui-ci atteint 36 000 kg.  
De combien de jours dispose l'usine avant de renouveler son stock ?

### Partie B

1. Quelle est la masse de fil d'acier consommée en un jour ?
2. L'usine fonctionne 24 heures par jour.  
Sachant que la fabrication d'un pneu nécessite 2,5 kg de fil d'acier, calculer la cadence de fabrication de l'usine, c'est à dire le nombre de pneus fabriqués par heure.

Pilotage de système de production automatisée - SUJET		
Mathématiques – Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve: 0406- PSP ST B	Page 5 sur 7	

## SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

### EXERCICE 3 : Etude d'un moteur à courant continu (2 points)

Le moteur d'entraînement du tapis d'évacuation des bandes d'acier est un moteur à courant continu dont les caractéristiques sont :

Tension nominale :  $U = 230 \text{ V}$

Intensité nominale :  $I = 15 \text{ A}$

Résistance de l'induit :  $R = 3 \Omega$

Fréquence de rotation :  $3000 \text{ tr/min}$

Puissance mécanique utile :  $P_u = 2,8 \text{ kW}$

Calculer:

1. la force contre électromotrice  $E'$ .
2. la puissance absorbée  $P_a$ .
- 3a. la fréquence de rotation  $n$ , en tour par seconde.
- 3b. le moment  $M$  du couple utile. (Arrondi à  $10^{-1}$ )
4. le rendement  $\eta$ . (Arrondi à  $10^{-2}$ )

$$\text{On donne : } U = E' + RI \quad \text{et} \quad P_u = 2\pi nM$$

### EXERCICE 4 : Thermodynamique (3 points)

Les questions 2. et 3. sont indépendantes de la question 1.

Pour donner sa forme définitive au pneu, on procède à l'opération de vulcanisation. Le pneu est chauffé à l'intérieur d'un moule dans lequel une vessie gonflée à la vapeur d'eau le presse contre la paroi du moule.

La vessie contient un volume  $V = 35 \text{ L}$  de vapeur d'eau à la température  $\theta = 207^\circ\text{C}$  et à la pression  $p = 17 \text{ bars}$ .

1. En admettant que la vapeur d'eau puisse être considérée comme un gaz parfait, calculer la quantité de matière, exprimée en moles, de vapeur d'eau contenue dans une vessie (arrondi à  $10^{-1}$ ).

On donne :  $pV = nRT$  où

- $p$  est la pression en Pascal (**Pa**)
- $V$  est le volume en mètre cube ( $\text{m}^3$ )
- $n$  est la quantité de matière de gaz (**mol**)
- $R$  est la constante de gaz parfait (**J/K.mol**)
- $T$  est la température absolue en kelvin (**K**)

avec  $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273$  ,  $R = 8,31 \text{ J/K.mol}$  et  $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$

2. Calculer la masse molaire  $M(\text{H}_2\text{O})$  de la molécule d'eau  $\text{H}_2\text{O}$ .

On donne :  $M(\text{H}) = 1 \text{ g/mol}$  ,  $M(\text{O}) = 16 \text{ g/mol}$

3. Sachant que la quantité de matière de vapeur d'eau nécessaire pour gonfler une vessie pendant l'opération de vulcanisation est de  $14,9 \text{ mol}$  , calculer la masse de vapeur d'eau correspondante.

On donne  $n = \frac{m}{M}$

Pilotage de système de production automatisée - SUJET		
Mathématiques – Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve: 0406- PSP ST B	Page 6 sur 7	

**ANNEXE 1**  
(à rendre avec la copie)

**Tableau de valeurs.**

$x$	10	15	20	25	30
$f(x)$	900				

