BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
INDUSTRIES DE PROCEDES
Session 2004

E1.B1 MATHEMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES - U 12

Durée : 2 heures ***Coefficient : 1,5***

SOMMAIRE

Ce sujet comporte : - une partie Sciences Physiques (1 page d'énoncé + 1 annexe)
- une partie Mathématiques (3 pages d'énoncé + 3 annexes)
- 1 formulaire

Précisez sur la copie d'examen le numéro des questions traitées

SCIENCES PHYSIQUES

Exercice 1 (4 points)

On considère la réaction d'estérification suivante entre un acide et un alcool:

$$CH_3COOH \quad + \quad CH_3OH \quad \rightleftarrows \quad CH_3COOCH_3 \quad + \quad H_2O$$

1) Donner le nom des réactifs et des produits formés.
2) Ecrire la formule semi-développée de l'ester.
3) Ecrire la constante d'équilibre K_C de la réaction, relative aux concentrations molaires.
4) A l'équilibre la composition du mélange est la suivante:

   0,65 mole d'acide
   0,65 mole d'alcool
   0,35 mole d'ester
   0,35 mole d'eau.

   Calculer la constante d'équilibre K_C . Arrondir au centième.

5) On considère la composition initiale du mélange indiquée par le tableau de **l'annexe I**.
   Compléter la deuxième ligne relative à la composition du mélange à l'équilibre dans laquelle α représente le nombre de moles d'acide ayant réagi.
6) Exprimer K_C en fonction de α .
7) On considère que la constante K_C a pour valeur 0,29. En déduire la valeur de α.
8) En déduire la composition du mélange à l'équilibre.

Exercice 2 (3 points)

Arrondir les résultats au dix millième .

Le mendelévium $^{255}_{101}\text{Md}$ a une masse atomique de $4{,}2345 \, .10^{-25}$ kg.

1) Calculer le nombre de protons et le nombre de neutrons dans le noyau.
2) Calculer la masse des nucléons constituant le noyau.
3) En déduire le défaut de masse, Δm, obtenu lors de la formation du noyau à partir des nucléons.
4) En utilisant la relation d' Einstein $E = \Delta m \, c^2$, calculer l'énergie de cohésion du noyau de mendélévium 255.
5) Le mendélévium 255 n'est pas stable. Il se désintègre par radioactivité α, par émission de noyaux d'hélium et d'einstenium Es.
   Recopier et compléter l'écriture de l'équation de la réaction de désintégration.

$$^{255}_{101}\text{Md} \longrightarrow \; ^{\cdots\cdots}_{\cdots\cdots}\text{Es} + \; ^{4}_{2}\text{He}$$

Données

$c = 3 \times 10^{8}$ m/s
masse du proton $m_p = 1{,}6721.10^{-27}$ kg
masse du neutron $m_n = 1{,}6744.10^{-27}$ kg

ANNEXE (à rendre avec la copie)

Exercice 1.
5)

	Nombre mole acide	Nombre mole alcool	Nombre mole ester	Nombre mole eau
Composition initiale	3	2	0	1
Composition équilibre	3-α	---	-----	----

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 (9 points)
On s'intéresse à l'évolution de la capacité thermique molaire du gaz ammoniac en fonction de la température absolue T en Kelvin, à pression constante.
On calculera la capacité thermique molaire moyenne entre deux températures de deux façons différentes.

Les parties A, B et D peuvent être traitées de façon indépendante.

A - Capacité thermique molaire à pression constante

L'expression de la capacité thermique molaire à pression constante $C_p(T)$ d'un gaz en fonction de la température est :

$C_p(T)=a+bT+cT^2$ où $C_p(T)$ est exprimée en J/(mol.K)
T est exprimée en K
a,b,c sont des coefficients propres au gaz considéré.

Pour l'ammoniac : $a = 25,5$ SI
$b = 37 \times 10^{-3}$ SI
$c = -6 \times 10^{-6}$ SI

1. Calculer la capacité thermique molaire à pression constante de l'ammoniac (arrondir au centième) :
   a) à la température $T_1 = 400$ K.
   b) à la température $T_2 = 600$ K.
2. Calculer $\dfrac{C_p(400)+C_p(600)}{2}$ qui est la moyenne des deux résultats obtenus précédement.

B - Etude d'une fonction.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [300 ; 3500] par :

$$f(x) = -6\times10^{-6}x^2 + 37\times10^{-3}\ x + 25,5.$$

1. Déterminer $f\ '(x)$ où $f\ '$ est la fonction dérivée de la fonction f.
2. Déterminer la valeur de x pour laquelle $f\ '(x) = 0$. Arrondir la valeur approchée à la dizaine.
3. Compléter le tableau de variation figurant sur **l'annexe 1.**
4. Compléter le tableau de valeurs figurant sur **l'annexe 1**. Arrondir les valeurs approchées au dixième.
5. Quatre points de la courbe C, représentative de la fonction f, sont placés dans le repère orthogonal de **l'annexe 2.** Tracer la courbe C.

C - Calcul d'aire

1. Hachurer sur le graphique de **l'annexe 2**, la partie du plan délimitée par :
   - la courbe C
   - l'axe des abscisses
   - les droites d'équation $x = 400$ et $x = 600$

Par simple lecture graphique, donner une valeur approchée en cm^2 de l'aire A de la partie du plan hachurée, en admettant que 1 cm^2 est l'aire de quatre petits carreaux.

2. Déterminer $F(x)$ où F est une primitive de la fonction f définie dans la partie B.

3. Calculer l'intégrale $J = \int_{400}^{600} f(x)\,dx$ à l'unité près.

4. Donner une interprétation géométrique de la valeur de l'intégrale J.
   Comparer J et A, sachant qu'avec les unités choisies pour le repère, 1 cm^2 représente 800 unités d'aire.

D - Calcul de la capacité thermique molaire moyenne entre deux températures

La capacité thermique molaire moyenne entre les deux températures T_1 et T_2 est égale à :

$$\overline{C} = \frac{\Delta H_s}{T_2 - T_1} \quad \text{où} \quad \Delta H_s = \int_{T_1}^{T_2} C_p(T)\,dT$$

1. Calculer la capacité thermique molaire moyenne $\overline{C}$ entre 400 K et 600 K en utilisant la formule ci-dessus, et sachant que $\Delta H_s = 8\,500$ J/(mol.K)

2. Comparer la valeur de $\overline{C}$ obtenue au 1. et la moyenne calculée à la question, A.2.

EXERCICE 2 (4 points):

La société Jeuronlin a enquêté auprès de 240 laboratoires intéressés par l'achat d'un compteur Geiger. Les résultats sont les suivants : x désigne le prix proposé en euros pour l'achat d'un compteur ; y désigne le nombre de laboratoires disposés à l'acheter à ce prix x.

Prix proposés en € x_i	Nombres de laboratoires y_i
350	196
400	160
650	100
750	82
850	34

Les 5 points M_i de coordonnées (x_i ; y_i) sont placés dans le repère de **l'annexe 3**.

Droite d'ajustement :

1. Calculer les coordonnées ($\bar{x}$; $\bar{y}$) du point moyen G des cinq points du nuage.

2. On donne le point A de coordonnées (1 000 ; 0). Placer A et G dans le repère de **l'annexe 3** et tracer la droite (AG) qui est prise comme droite d'ajustement du nuage.

3. L'équation de cette droite est du type $y = a\,x + b$. Calculer les valeurs exactes de a et b à partir des coordonnées de A et de G.

4. Calculer une estimation du nombre de laboratoires disposés à acheter le compteur Geiger au prix de 500 €.

5. Vérifier sur le graphique le résultat obtenu à la question 4. Laisser apparents les traits de construction nécessaires.

ANNEXE 1

Tableau de variations de f.

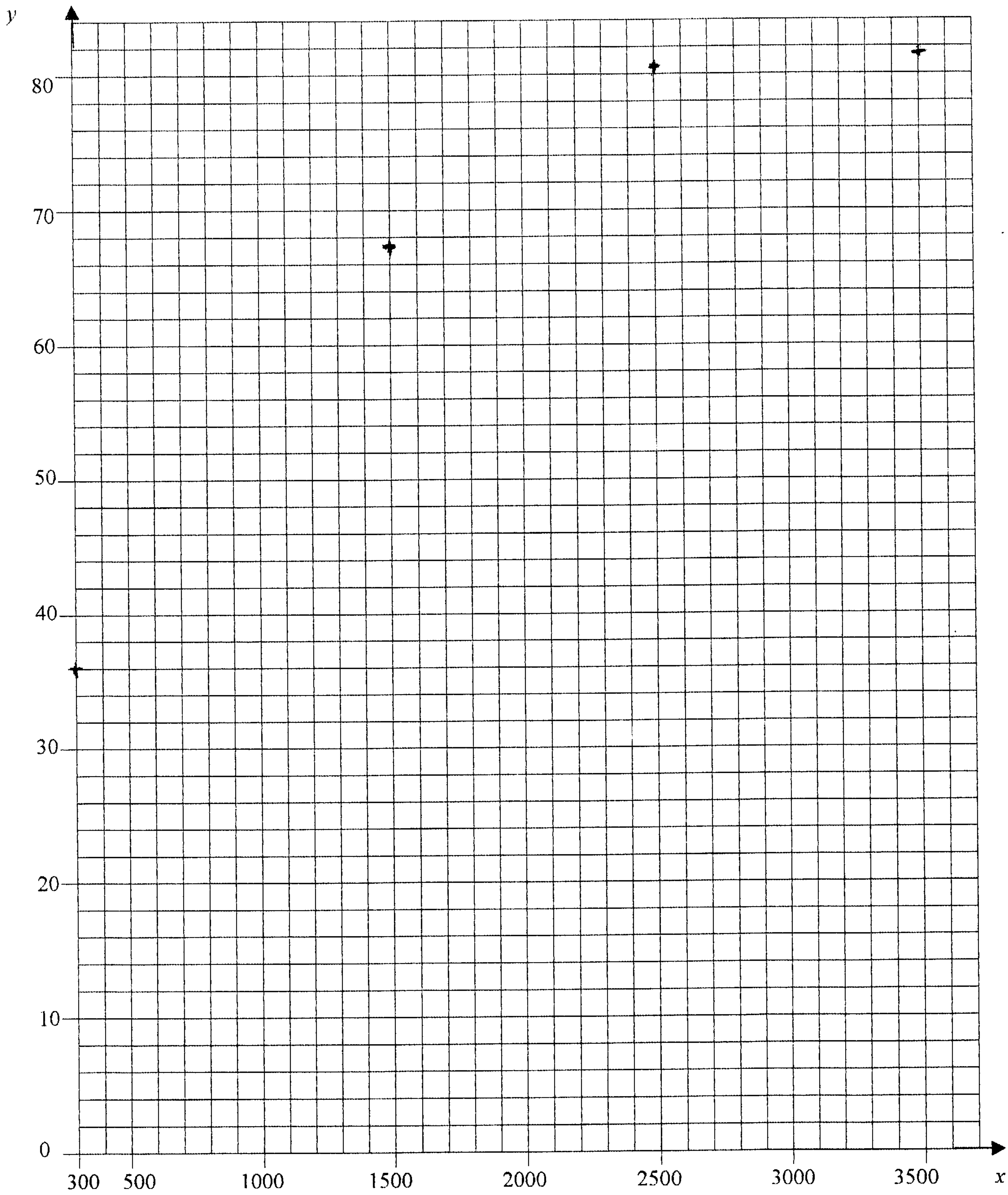
x	300	3500
Signe de $f'(x)$		
Variation de f		

Tableau de valeurs

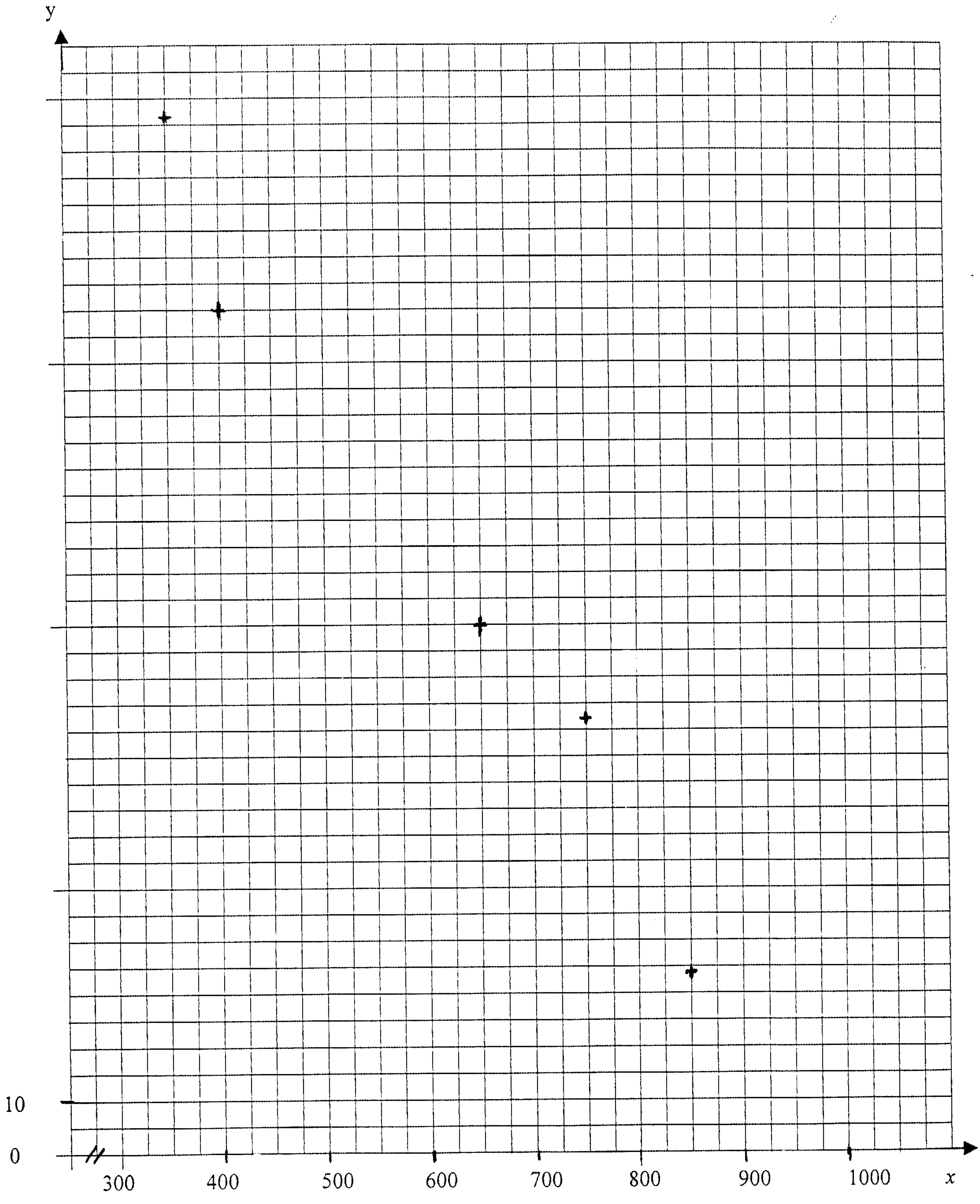
x	300	400	600	1500	2000	2500	3000	3500
$f(x)$	36,1			67,5		80,5		81,5

ANNEXE 2

Courbe représentative de f



ANNEXE 3



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Chimie – Energétique
(Arrêté du 9 mai 1995 – BO special n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$1/x$
e^x	e^x
e^{ax+b}	$a\,e^{ax+b}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i(x_i-\bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n\ln a$

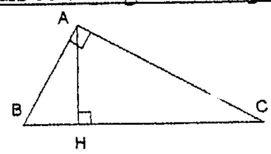
$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0 \qquad y = k\,e^{ax}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin \hat{A}$ $\quad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_b^c f(t)\,dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_a^b g(t)\,dt$

* $\int_a^b kf(t)\,dt = k\int_a^b f(t)\,dt$