MATHÉMATIQUES (13 points)

Un laboratoire de traitement des textiles décide d'acquérir une chaudière pour la préparation des bains de teinture.

EXERCICE I (3 points)

Le laboratoire achète la chaudière 12 200 € (hors taxes). Chaque année la chaudière perd 35% de sa valeur.
Soit U_1 la valeur initiale ($U_1 = 12\,200$).
Soit U_2 la valeur au bout d'une année.
Plus généralement, on appelle U_n la valeur au bout de (n–1) années.
Les termes U_1, U_2 … U_n forment une suite géométrique.

I.1. Calculer U_2 et U_3.

I.2. Calculer la valeur q de la raison de cette suite.

I.3. En prenant $q = 0{,}65$, calculer la valeur de U_8 arrondie à l'unité.

I.4. Au bout de combien d'années la valeur de cette chaudière sera-t-elle inférieure à 1500 € ?

EXERCICE II (4 points)

On dispose des coûts de 70 interventions de maintenance sur ce type de chaudière.

Coûts de maintenance (euro)	Nombre d'interventions
[40 ; 60[	7
[60 ; 80[	8
[80 ; 100[	15
[100 ; 120[	20
[120 ; 140[	12
[140 ; 160[	8

II.1. On suppose que l'effectif de chaque classe est affecté au centre de la classe.
  II.1.a. Calculer, en euro, le coût moyen $\bar{x}$ d'une intervention de maintenance. Arrondir le résultat à l'unité.
  II.1.b. Tracer l'histogramme des effectifs en utilisant le repère de l'annexe 1 (à rendre avec la copie).

II.2. En fait, les données réelles ont été traitées avec un logiciel. Ce logiciel nous a donné :
- la moyenne : $\bar{x} = 103{,}3$ €,
- l'écart-type : $\sigma = 29{,}8$ €,
- le diagramme des effectifs cumulés croissants (représenté sur l'annexe 1).

On appelle "coût normal" un coût d'intervention inférieur à $\bar{x} + \sigma$.
  II.2.a. Calculer le coût $\bar{x} + \sigma$.
  II.2.b. Déterminer, grâce au diagramme des effectifs cumulés croissants de l'annexe 1, le nombre d'interventions ayant un coût normal.
  II.2.c. Exprimer ce nombre en pourcentage du nombre total d'interventions.

EXERCICE III (6 points)

La température de l'eau à la sortie de la chaudière varie avec le débit volumique.
On note θ la température en degrés Celsius (°C) de l'eau à la sortie de la chaudière.
On note Q le débit volumique en litres par minute (L/min) du chauffe eau.
Ce débit varie entre 2 et 15 L/min.
La température θ et le débit volumique Q sont liés par la relation suivante :

$$\theta = 10 + \frac{150}{Q}$$

Partie A: calcul numérique.

III.1. Calculer la température θ_1 de l'eau correspondant à un débit Q_1 = 2 L/min.

III.2. Calculer le débit Q_2 correspondant à la température de l'eau θ_2 = 20°C.

Partie B: étude d'une fonction.

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [2 ; 15] par $f(x) = 10 + \frac{150}{x}$

III.3. Compléter le tableau de valeurs de l'annexe 2 (à rendre avec la copie).

III.4. Soit f' la fonction dérivée de la fonction f. Calculer $f'(x)$.

III.5. Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [2 ; 15].

III.6. Compléter le tableau de variations de la fonction f de l'annexe 2 (à rendre avec la copie).

III.7. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f sur l'intervalle [2 ; 15] en utilisant le repère de l'annexe 2 (à rendre avec la copie).

Partie C. Exploitation de l'étude de la fonction.

III.8. Sachant que le débit de l'eau à la sortie de la chaudière varie de 2 L/min à 15 L/min déterminer l'intervalle de variation de la température de l'eau.

III.9. Pour la préparation d'un bain de teinture on a besoin d'eau à 50°C. Déterminer graphiquement la valeur du débit (en L/min) correspondant à cette température . Laisser apparents les traits utiles à la lecture.

SCIENCES PHYSIQUES (7 points)

L'acide picrique fut le premier colorant synthétique. Dès 1847, Guinon, chimiste coloriste de Lyon, fabriqua industriellement cet acide dans une usine de Saint Fons (Rhône). L'acide picrique fut utilisé pour colorer en jaune la soie et la laine puis, plus tard, le nylon.

EXERCICE IV (4 points)

La formule brute de l'acide picrique cristallisé est $C_6H_7O_7N_3$.

IV.1. Calculer la masse molaire moléculaire de l'acide picrique.

IV.2. Calculer la masse d'acide picrique cristallisé à dissoudre pour obtenir 50 litres d'un bain de teinture de concentration massique 5 g/L.

IV.3. Calculer, en moles, le nombre de mole contenu dans 250 g d'acide picrique cristallisé. Arrondir le résultat au centième.

IV.4. Calculer, en mol/L, la concentration molaire en acide picrique du bain de teinture ainsi préparé. Arrondir le résultat au millième.

Données: M(C)= 12 g/mol ; M(H) = 1 g/mol ; M(O) = 16 g/mol ; M(N) = 14 g/mol.

EXERCICE V (3 points)

Ce bain de teinture, auquel on ajoute de l'acide sulfurique concentré, permet de teinter en jaune un tissu de nylon. La couleur du tissu doit être testée par un ennoblisseur.

V.1. Dans un premier temps, l'ennoblisseur éclaire ce tissu en lumière blanche. Il le voit de couleur jaune parce que le tissu réfléchit le rouge et le vert.
Parmi les trois couleurs primaires (R, V, B), quelle est celle qui est absorbée par ce tissu ? Justifier la réponse.

V.2. Dans un deuxième temps, il éclaire le tissu en lumière indigo (synthèse additive du rouge et du bleu). De quelle couleur l'ennoblisseur le voit-il ? Justifier la réponse.

Toutes académies Session 2004	Code(s) examens(s)
Sujet BACCALAUREAT PROFESSIONNEL **MISE EN ŒUVRE DES MATERIAUX - Option : Industries Textiles**	0406 MOM IT ST
Epreuve : Mathématiques et sciences physiques - E1 - U1	
Coefficient : 3 · Durée : 2 heures · Feuillet : 4/5	

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie).

Histogramme des effectifs (question II.1.b.)

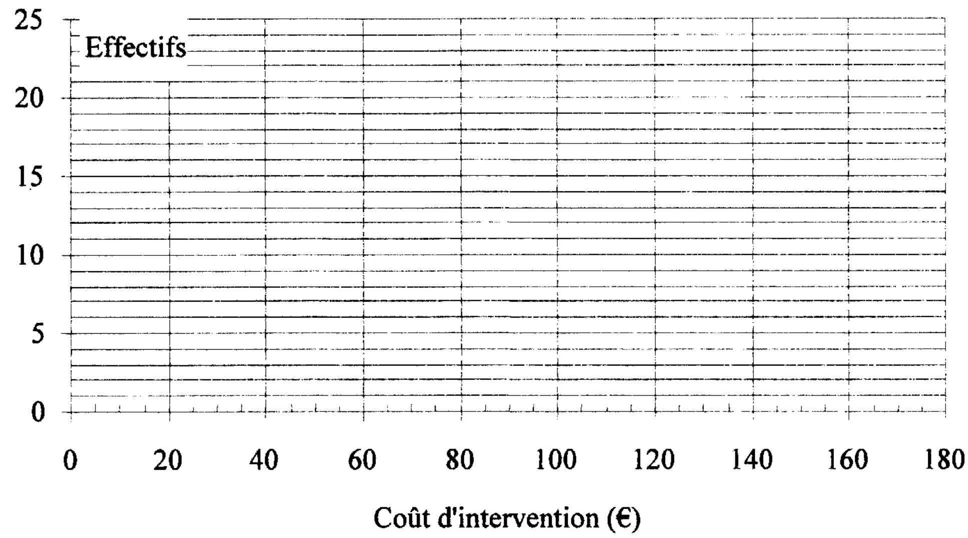
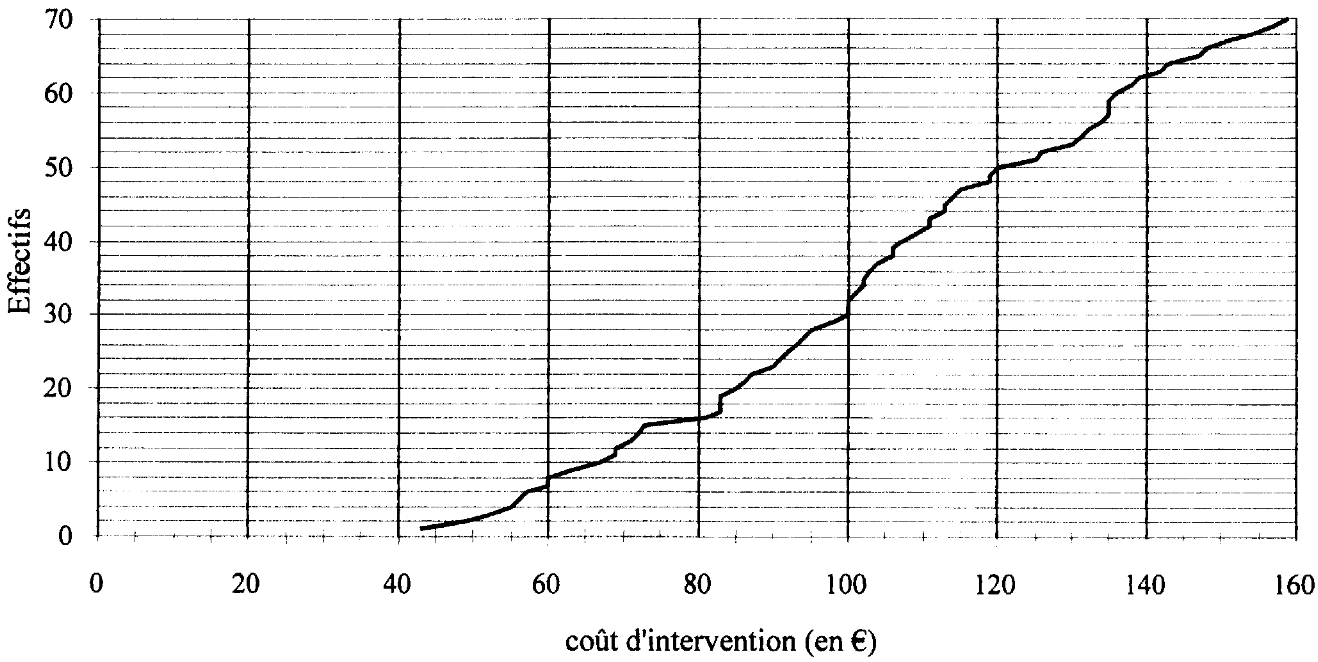


Diagramme des effectifs cumulés croissants (question II.2.b.)



ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

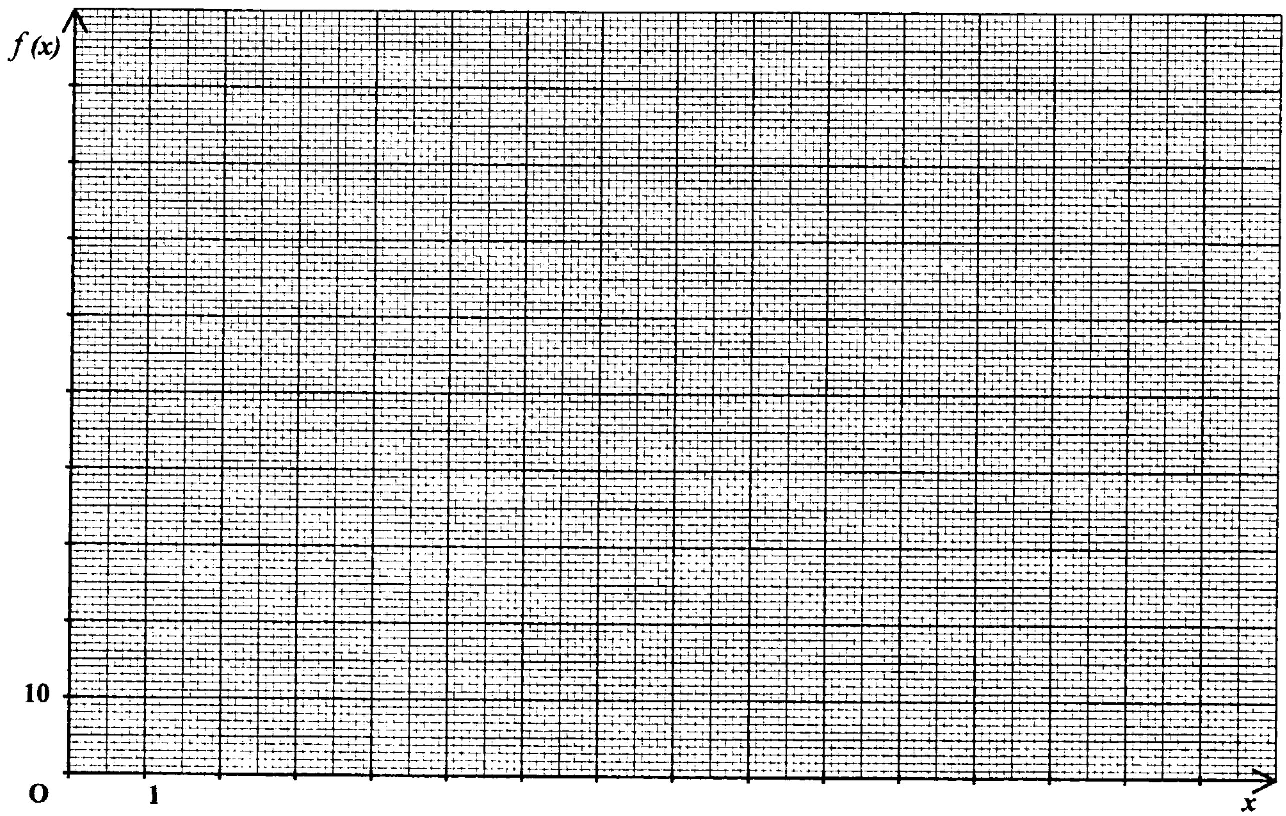
Tableau de valeurs de la fonction f (question III-3).

x	2	4	6	10	12	15
$f(x)$				**25**		

Tableau de variation de la fonction f (question III-6).

x	2 15
Signe de f'	
Sens de variation de f	

Repère pour la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f (question III-7).



0406
MOM IT ST

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

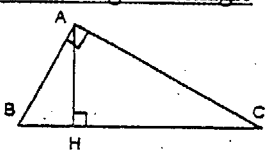
Moyenne $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \overline{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\dfrac{a}{\sin \widehat{A}} = \dfrac{b}{\sin \widehat{B}} = \dfrac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\dfrac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\dfrac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\dfrac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\dfrac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v'} = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v'}\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v}.\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$