0409-AMA E STB	0409-AMA T STB

SESSION 2004

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Artisanat et métiers d'art

Options : tapissier d'ameublement et ébéniste

EPREUVE E1 :

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE B1 : MATHÉMATIQUES

Unité 12

Durée: 2 heures

Coefficient : 2,5

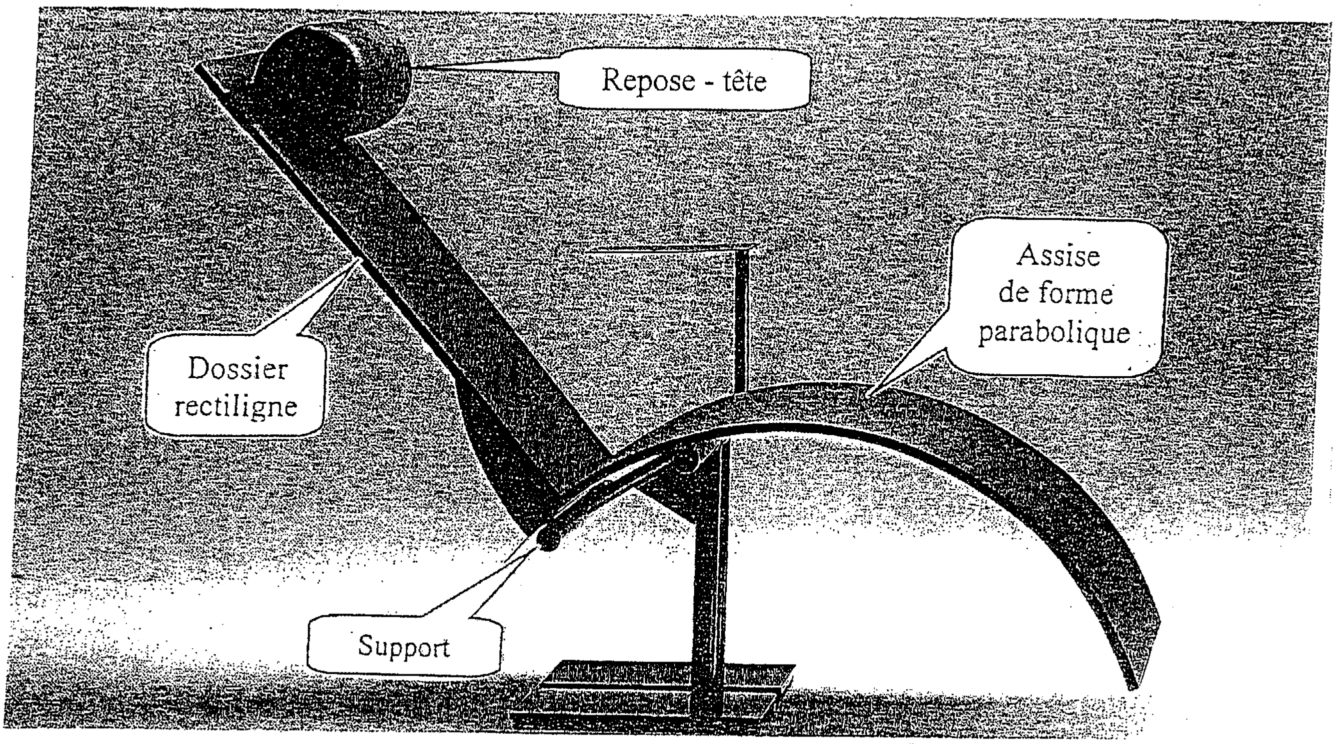
Le dossier est composé de **8** pages:

- le sujet numéroté de la **page 1/8** à la **page 6/8** ;
- une annexe **à joindre à la copie** donnée **page 7/8** ;
- un formulaire de mathématiques donné **page 8/8**.

EXERCICE 1 : ÉTUDE D'UN SIÈGE (11 POINTS)

Une entreprise envisage de fabriquer des sièges inspirés de la " **Chaise longue Pi** " de Martin Szekely.

Figure 1 : photographie



La fabrication étant prévue sur une machine à commande numérique, il est nécessaire de connaître le modèle mathématique de chacun des trois éléments essentiels : assise, dossier et support.

Le siège est constitué de trois parties principales :

- un dossier rectiligne représenté par le segment de droite [**AB**] ;
- une assise de forme parabolique représentée par l'arc de courbe $\overset{\frown}{\mathbf{CBD}}$, notée $\mathcal{C}$;
- un support représenté par le segment de droite [$\mathbf{P_1P_2}$] sur lequel est fixée l'assise.

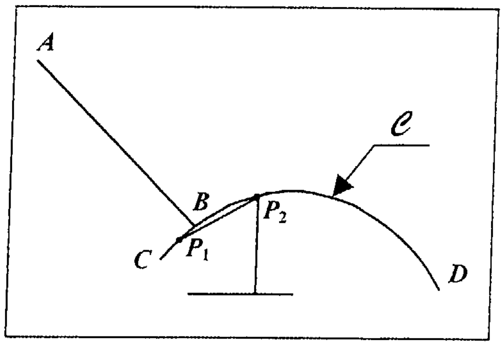


Figure 2 : vue de profil

L'exercice est constitué de **trois parties qui peuvent être traitées indépendamment :**

Partie A : étude de l'assise

Partie B : étude du dossier

Partie C : étude du support

Le plan est rapporté à un repère orthonormal d'origine **O** et **d'unité graphique 1 cm pour 10 unités** (voir **annexe, page 7/8**).

Partie A : étude de l'assise

L'assise peut être modélisée par la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f, de la variable réelle x, définie par :

$$f(x) = -\frac{1}{100}x^2 + \frac{3}{10}x + 30 \qquad \text{pour } x \text{ appartenant à l'intervalle } [-20\ ;\ 70].$$

1 . Étude d'une tangente à la courbe $\mathscr{C}$

Soit f' la fonction dérivée de la fonction f.

1.1. Déterminer $f'(x)$.

1.2. **a** - Vérifier que le nombre dérivé pour $x = -10$ est égal à $\frac{1}{2}$.

b - Ce nombre $\frac{1}{2}$ est la valeur du coefficient directeur de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}$ au point **B** (**−10 ; 26**).

En déduire l'équation de la tangente (T).

1.3. Tracer la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}$, au point **B**, dans le plan rapporté au repère de **l'annexe page 7/8**.

2 . Tracé de la courbe $\mathscr{C}$

2.1. Compléter le tableau de valeurs sur **l'annexe page 7/8**.

2.2. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ sachant que $f(x)$ présente une valeur maximale au point d'abscisse **15**.

Partie B : étude du dossier

Le dossier est représenté par le segment de droite [AB].

Ce segment est porté par la droite (AB) d'équation : $y = a\,x + b$ avec a, b et x nombres réels.

La droite (AB) est perpendiculaire en B à la tangente (T) d'équation $y = \frac{1}{2}\,x + 31$.

On cherche à déterminer a et b.

Rappel : Dans un repère orthonormal, deux droites d'équation : $y = a\,x + b$ et $y = a'\,x + b'$, sont perpendiculaires si et seulement si $a \,.\, a' = -1$.

1. La droite (AB), d'équation : $y = a\,x + b$, étant perpendiculaire à la tangente (T), déterminer son coefficient directeur a.

2. Déterminer b en utilisant les coordonnées du point **B (– 10 ; 26)**.

3. En déduire l'équation de la droite (AB).

4. Dans le plan rapporté au repère de **l'annexe page 7/8**, tracer le segment de droite [AB], pour x nombre réel appartenant à l'intervalle [**– 40 ; – 10**] sachant que l'abscisse du point **A** est **– 40** et celle du point **B** est **– 10**.

Partie C : étude du support

On considère que le support sur lequel est fixée l'assise, voir **figure 2 page 2/8**, est représenté par le segment de droite [$P_1 P_2$] porté par la droite ($P_1 P_2$) d'équation : $y = \frac{11}{25}x + \frac{732}{25}$.

Les points de fixation P_1 et P_2, situés à la fois sur l'assise et sur le support, ont des abscisses qui vérifient l'équation :

$$-\frac{1}{100}x^2 + \frac{3}{10}x + 30 \;=\; \frac{11}{25}x + \frac{732}{25} \qquad \text{avec } x \text{ variable réelle.}$$

Cette équation est équivalente à l'équation (**e**) : $-x^2 - 14\,x + 72 = 0$.

1. Résoudre cette équation (**e**) dans l'ensemble des nombres réels.

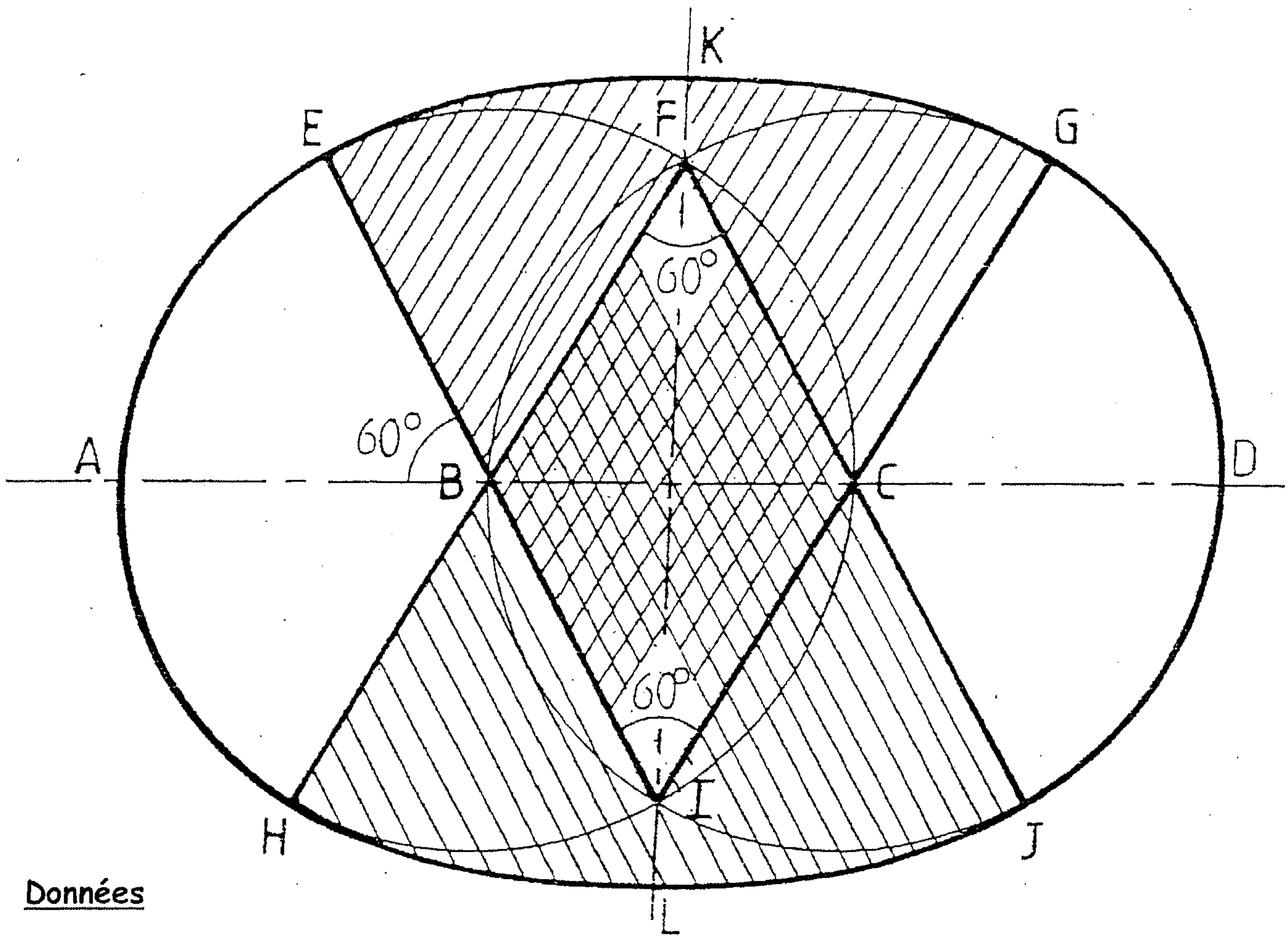
2. En déduire les abscisses des points P_1 et P_2, sachant que P_1 a une abscisse négative.

3. Les points P_1 et P_2 sont les points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ et de la droite ($P_1 P_2$).
   Tracer, dans le plan rapporté au repère de **l'annexe page 7/8**, le segment de droite [$P_1 P_2$].

EXERCICE 2 : ÉTUDE GÉOMÉTRIQUE DU REPOSE-TÊTE (9 POINTS)

La **figure 3** ci-dessous représente la section du repose-tête, visualisé **figure 1 page 2/8**.

Figure 3 : vue en coupe



Données

- $\mathcal{R}$ = **EB = BH = CG = CJ**.
- Le cercle de centre ***B*** et de rayon $\mathcal{R}$ et le cercle de centre ***C*** et de rayon $\mathcal{R}$ se coupent en ***F*** et ***I***.
- $\overset{\frown}{EG}$ est un arc de cercle de centre ***I***, de rayon **2**$\mathcal{R}$ et dont l'angle au centre a pour mesure **60°**.
- $\overset{\frown}{HJ}$ est un arc de cercle de centre ***F***, de rayon **2**$\mathcal{R}$ et dont l'angle au centre a pour mesure **60°**.
- Le segment de droite [***AD***] est partagé en trois segments tels que : ***AB*** = ***BC*** = ***CD*** = $\mathcal{R}$.
- La mesure de l'angle $\widehat{\mathbf{ABE}}$ est égale à **60°**.
- (***AD***) et (***KL***) sont deux axes de symétrie.

L'exercice est constitué de **deux parties qui peuvent être traitées indépendamment** :

Partie A : étude d'un cas particulier

Partie B : étude du cas général

On donne les formules :

- de la longueur d'un arc de cercle :

$$\mathcal{L} = \frac{2\pi\ \mathbf{r}\ \alpha}{360}$$

- de l'aire d'une portion de disque :

$$\mathcal{A} = \frac{\pi\ \mathbf{r}^2\ \alpha}{360}$$

avec **r** : rayon du disque et α : **mesure en degré** de l'angle au centre.

> ***Pour les calculs demandés ci-dessous :***
> - ***les longueurs seront exprimées en cm et arrondies au centième.***
> - ***les aires seront exprimées en cm² et arrondies au centième.***

Partie A : étude d'un cas particulier avec AB = BC = CD = 6 cm

1. Calculer :

a - la longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{AE}$, de centre **B** et d'angle au centre **60°** ;

b - la longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{EK}$, de centre **I** et d'angle au centre **30°** ;

c - le périmètre $\mathcal{P}$ du contour de la section du repose-tête en utilisant les symétries.

2. Calculer :

a - l'aire $\mathcal{A}_1$ du secteur circulaire délimité par l'arc de cercle $\overset{\frown}{HAE}$ et les rayons [*BH*] et [*BE*].

b - l'aire $\mathcal{A}_2$ du secteur circulaire délimité par l'arc de cercle $\overset{\frown}{EKG}$ et les rayons [*IE*] et [*IG*].

3. La valeur arrondie de l'aire $\mathcal{A}_3$ du losange ***BFCI*** est **31,18 cm²**.
L'aire $\mathcal{A}_1'$ du secteur circulaire délimité par l'arc de cercle $\overset{\frown}{GDJ}$ et les rayons [*CG*] et [*CJ*] est égale à $\mathcal{A}_1$.
L'aire $\mathcal{A}_2'$ du secteur circulaire délimité par l'arc de cercle $\overset{\frown}{HLJ}$ et les rayons [*FH*] et [*FJ*] est égale à $\mathcal{A}_2$.

Calculer l'aire totale $\mathcal{A}$ de la section du repose-tête en utilisant les valeurs arrondies trouvées à la **question 2.**

Partie B : étude du cas général avec AB = BC = CD = $\mathcal{R}$

1. Exprimer en fonction de $\mathcal{R}$:

a - la longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{AE}$.

b - la longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{EK}$.

2. **a -** Justifier que l'expression du périmètre $\mathcal{P}$,du contour de la section du repose-tête, en fonction de $\mathcal{R}$ est : $\mathcal{P} = \dfrac{8\pi\ \mathcal{R}}{3}$.

b - Calculer $\mathcal{P}$ pour $\mathcal{R}$ = **6 cm.**

3. L'expression de l'aire de la section du repose-tête en fonction de $\mathcal{R}$ est donnée par la relation :

$$\mathcal{A} = \mathcal{R}^2\left(2\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

Calculer l'aire $\mathcal{A}$ pour $\mathcal{R}$ = **6 cm.**

Annexe à joindre à la copie

Fonction f définie sur l'intervalle $[-20\ ;\ 70]$ par : $f(x) = -\frac{1}{100}x^2 + \frac{3}{10}x + 30$.

Tableau de valeurs :

valeurs de x	-20	-10	0	15	30	50	70
valeurs de $f(x)$		26			30		2

Représentation graphique :