BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

"MAINTENANCE AUTOMOBILE"

SESSION 2004

EPREUVE : E1
Sous épreuve : E12
Unité : U12

****

MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

****

Durée : 2 heures

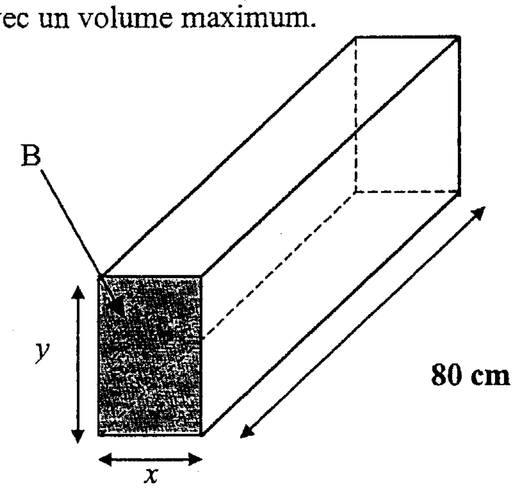
Coefficient: 2

Le présent sujet comporte 8 pages numérotées de 1/8 à 8 /8 auquel est inclus le formulaire.

L'usage de la calculatrice est autorisé

MATHEMATIQUES : (15 points)

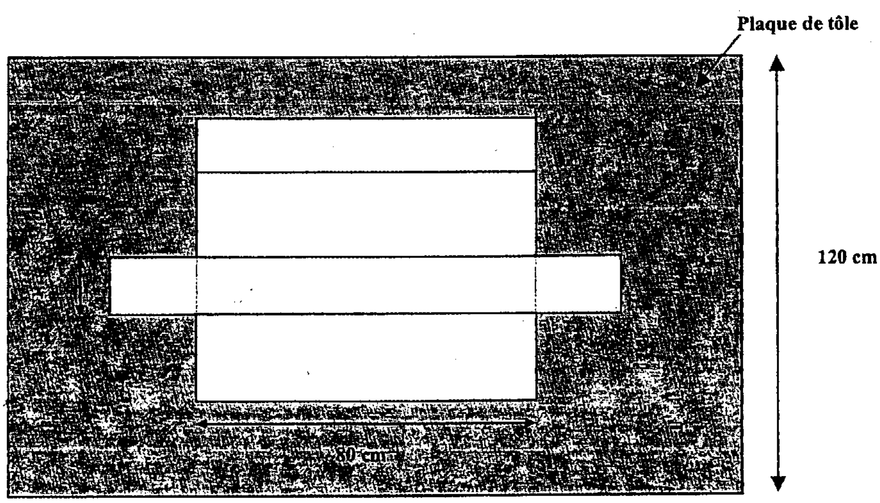
L'objectif est de fabriquer à partir d'une plaque de tôle un réservoir de gasoil ayant la forme d'un parallélépipède rectangle avec un volume maximum.



La base B de ce volume, est grisée sur le dessin ci-dessus.
Les dimensions de ce réservoir sont :

- x : largeur en cm.
- y : hauteur en cm.
- Profondeur : 80 cm.

Le patron de ce parallélépipède a la forme suivante :



PREMIERE PARTIE (5 points).

Pour pouvoir positionner le réservoir dans son emplacement, ses dimensions doivent respecter les deux conditions suivantes :

- la largeur x du réservoir est inférieure ou égale à 60 cm.
- la hauteur y du réservoir est inférieure ou égale à 60 cm.

1. Compléter la légende du patron sur l'Annexe 1 par les lettres x ou y.

2. La tôle dans laquelle le réservoir est découpé est de forme rectangulaire de largeur 120 cm.
   Le périmètre de la base B doit donc être inférieur ou égal à 120 cm.
   Traduire cette condition par une inégalité.

3. Représenter sur l'annexe 1 la droite D d'équation :

$$x + y = 60$$

4. Sur l'annexe 1, hachurer l'ensemble des points vérifiant les inéquations suivantes :

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 60 \\ 0 \leq y \leq 60 \\ x + y \leq 60 \end{cases}$$

5. Est-il possible de fabriquer les réservoirs R_1, R_2 et R_3 avec les dimensions de base ci-dessous ?

   a) R_1 : largeur de 50 cm et hauteur de 40 cm.
   b) R_2 : largeur de 30 cm et hauteur de 30 cm.
   c) R_3 : largeur de 20 cm et hauteur de 35 cm.

DEUXIEME PARTIE (10 points).

L'objectif principal est de connaître la contenance maximum du réservoir. Pour avoir le moins de pertes possibles dans la découpe, il est décidé d'utiliser 1,20 m de largeur de tôle. Pour cela le périmètre de la base B du réservoir doit être égal à 120 cm.

1. Déterminer la hauteur y du réservoir en fonction de la largeur x.
2. Déterminer le volume V du réservoir en fonction de x.
3. Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 60] par :

$$f(x) = -80x^2 + 4800x$$

a) Calculer la dérivée f'
b) Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 60].
c) Dresser le tableau de variation de la fonction f.
d) En déduire la valeur pour laquelle la fonction f admet un maximum.
e) Calculer ce maximum.
f) Compléter le tableau de valeurs de la fonction f sur l'Annexe 2.
g) Représenter graphiquement la fonction f sur l'Annexe 2.

4. Quelle est donc la largeur x du réservoir pour avoir un volume maximum ?

5. Quel est le volume maximum en cm^3 ?

6. En déduire la contenance maximum de ce réservoir en litres.

7. Il est maintenant décidé de fabriquer un réservoir pouvant contenir 70 litres de gasoil.

   a) Etablir une équation permettant de traduire cette contrainte.

   b) Résoudre l'équation du second degré suivante :

   $$80x^2 - 4800x + 70\ 000 = 0.$$

   c) Quelles sont les deux largeurs possibles du réservoir pour avoir une capacité de 70 litres ?

   d) En déduire les hauteurs correspondantes.

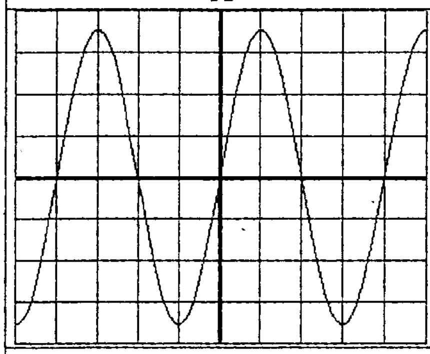
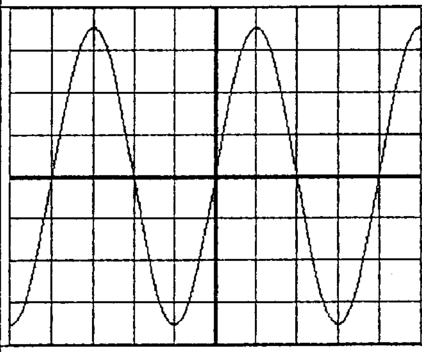
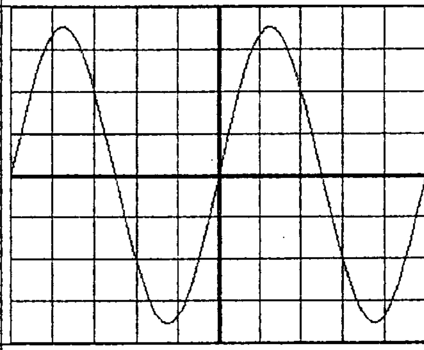
SCIENCES PHYSIQUES : (5 points)

Un générateur délivre une tension sinusoïdale alternative de la forme :

$$u_1(t) = U_{1max}\sin(\omega t) \quad \text{avec} \quad U_{1max} = 5\sqrt{2}\ \text{V}$$

Ce signal a une période : T = 20 ms.

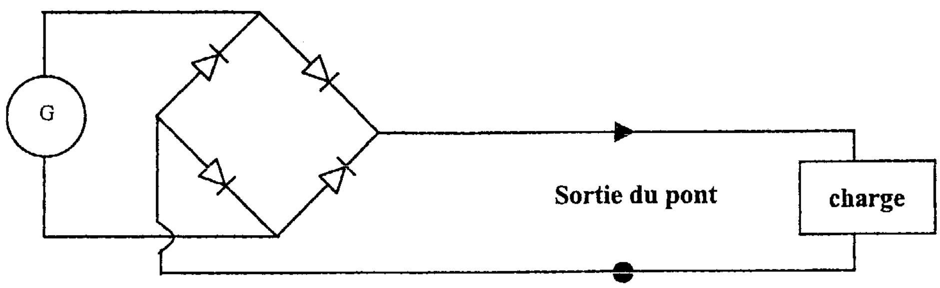
1. Parmi les oscillogrammes des tensions suivants, indiquer celui ou ceux qui correspondent à l'oscillogramme de la tension $u_1(t)$.

A	B	C
		
Unités : 10 ms /div 2 V/div	Unités : 5 ms/div 2V/div	Unités : 1 ms/div 2V/div

2. a) Déterminer la fréquence f de cette tension.

   b) Déterminer sa valeur efficace.

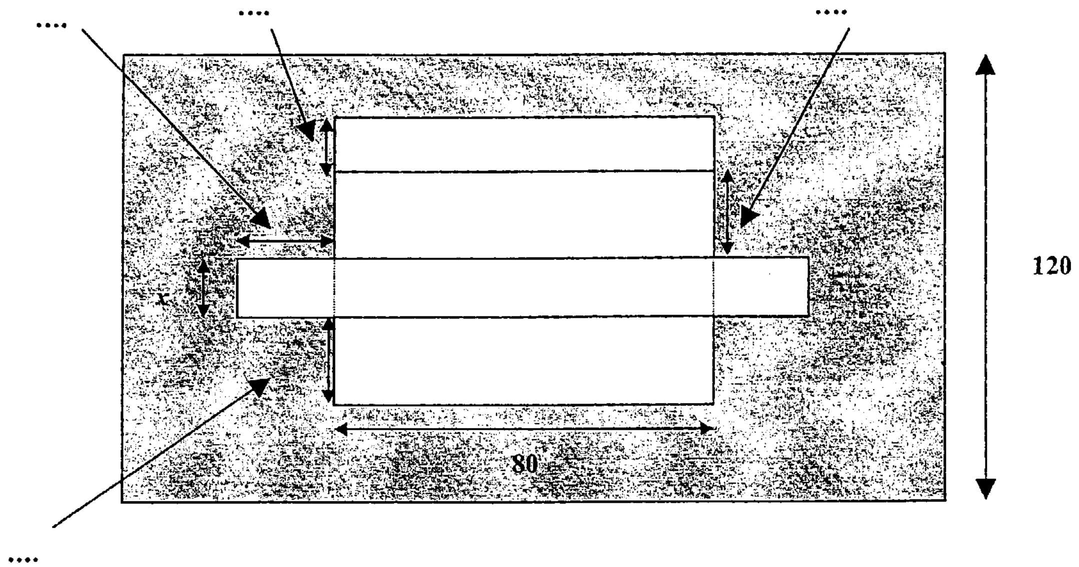
3. On relie le générateur présenté ci-dessus à un pont de diodes représenté ci-dessous :

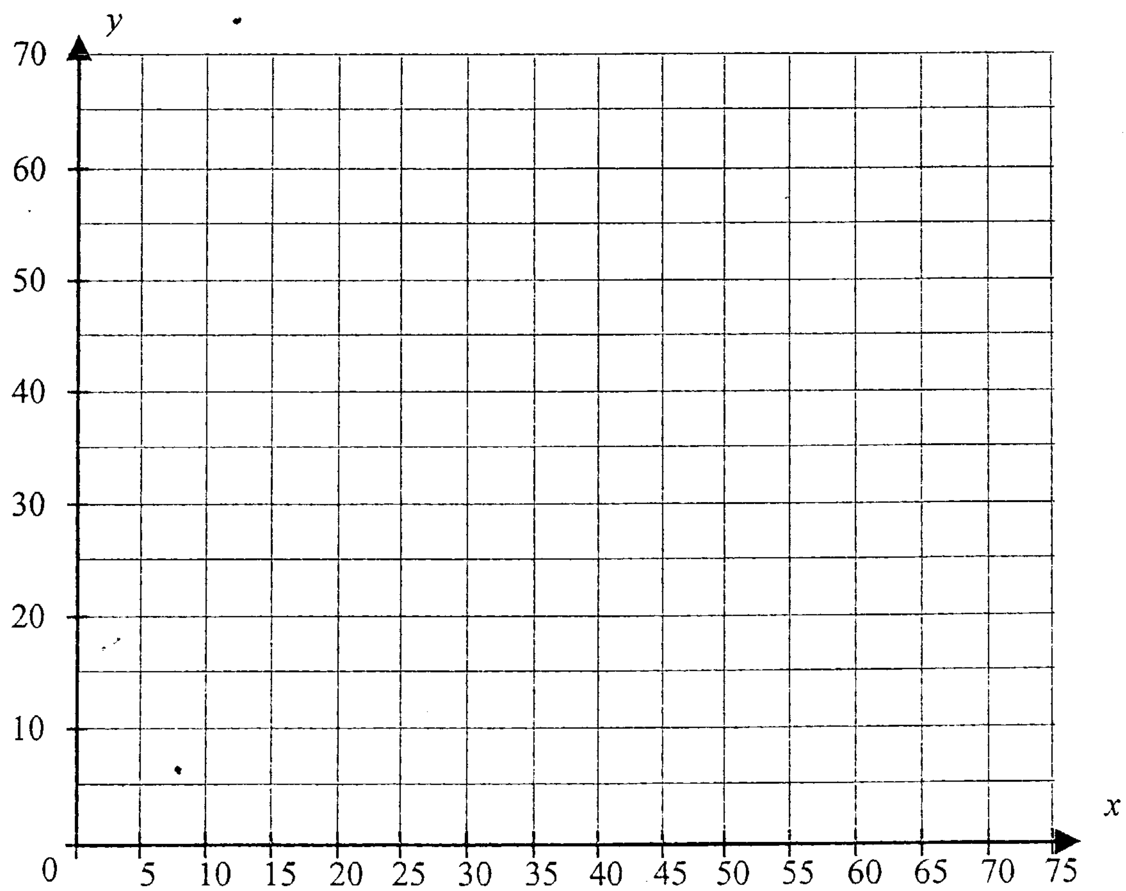


   a) Dessiner le pont en indiquant le sens du courant durant la première alternance.
   b) Dessiner le pont en indiquant le sens du courant durant la deuxième alternance.

4. a) Représenter la tension obtenue à la sortie du pont.
   b) Quelle est sa période ?

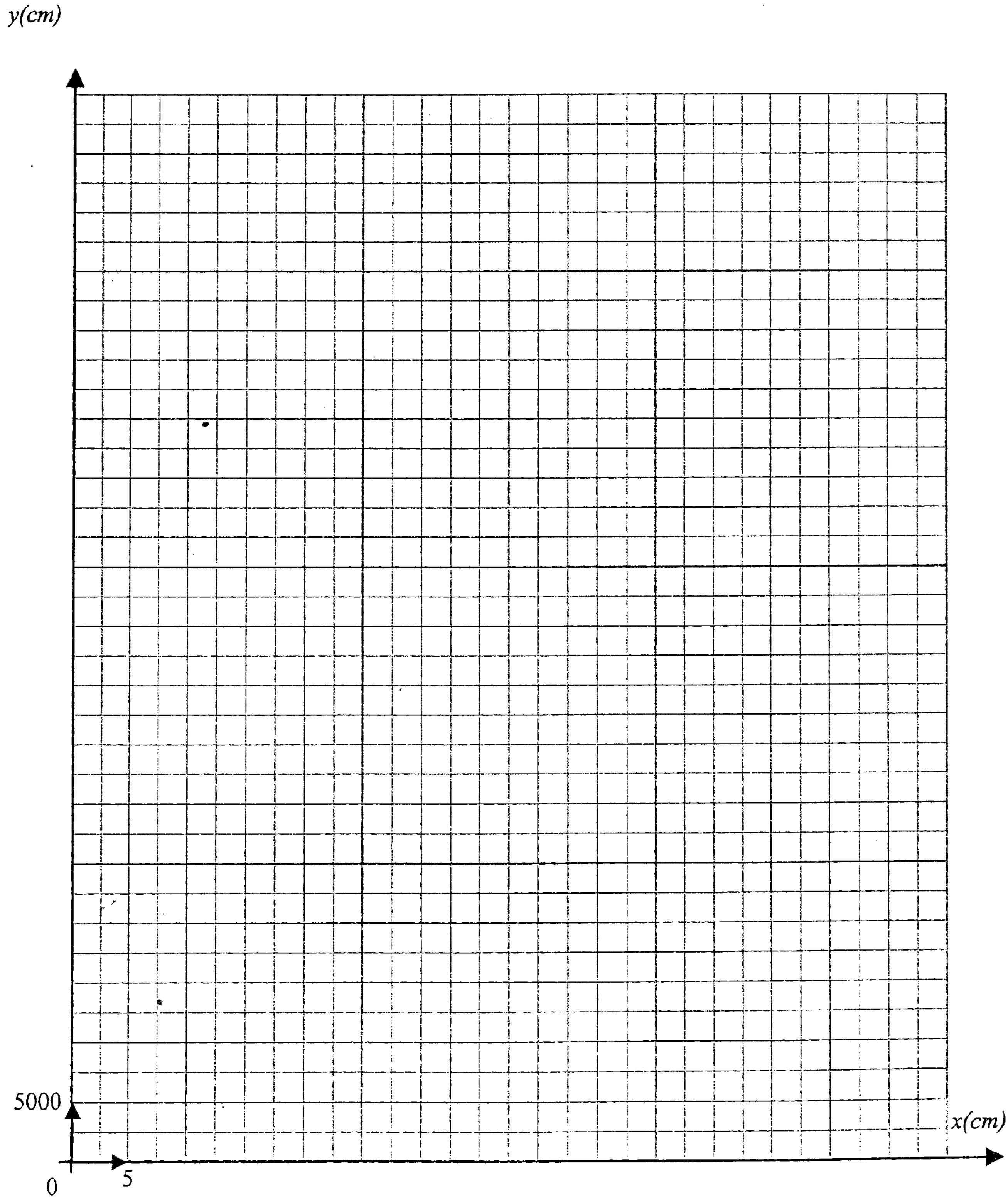
ANNEXE 1 (A rendre avec la copie)





ANNEXE 2 : (A rendre avec la copie)

x	0	10	20	40	50	60
$f(x)$						



Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(\frac{a}{b}) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

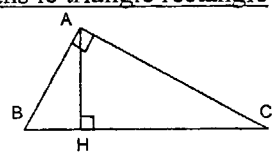
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$