BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

« MAINTENANCE des MATERIELS : AGRICOLES, TRAVAUX PUBLICS et de MANUTENTION, PARCS et JARDINS »

SESSION 2004

EPREUVE E1B1 - U12

SOUS-EPREUVE ECRITE

SUJET

MATHEMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures
Coefficient : 2

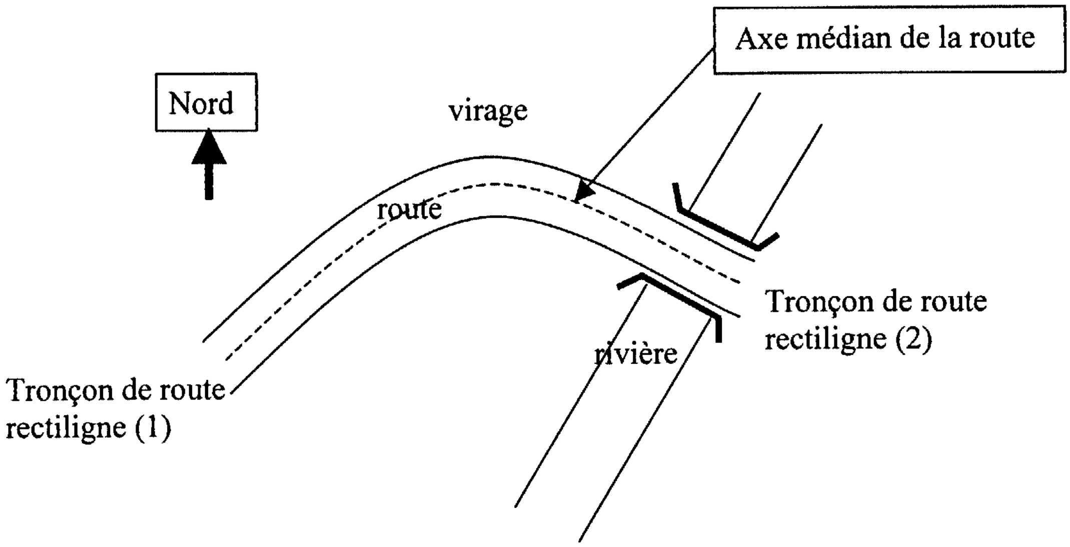
Le sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6 auquel s'ajoute le formulaire numéroté 1/1.

Les feuilles Annexe 1 (page 5/6) et Annexe 2 (page 6/6) sont à rendre avec la copie. Elles seront agrafées à celle-ci par le centre d'examen.

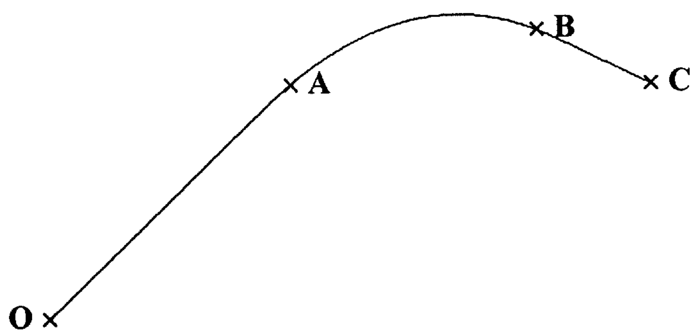
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Partie A : Mathématiques (sur 15 points)

Une entreprise de Travaux Publics a en charge la construction d'une route avec franchissement d'un pont en raccordant deux tronçons rectilignes.



Pour cela, on modélise le tracé du virage par l'axe médian de la route (ligne blanche) de la façon suivante :



[OA] et [BC] sont des segments de droite et $\overset{\frown}{AB}$ est un arc de courbe.

L'objet de ce travail est de déterminer des éléments pour le tracé et de vérifier le respect des contraintes de raccordement.

Étude mathématique

Dans un plan rapporté à un repère orthonormal d'axes (Ox,Oy) et d'unité graphique 1 cm, on définit les points suivants par leurs coordonnées :

Point	O	A	B	C
abscisse x	0	9	21	25
ordonnée y	0	9	12	10

A) Etude de droites

1. Placer les points A, B et C dans le plan rapporté au repère de l'annexe 1 page 5/6.

2. Tracer les droites (OA) et (BC). On note I le point d'intersection de ces droites. Donner une évaluation des coordonnées du point I par lecture graphique.

3. On se propose de déterminer les valeurs exactes des coordonnées du point I.
   a) Déterminer une équation de la droite (OA) et une équation de la droite (BC).

   b) Résoudre par le calcul le système de deux équations d'inconnues x et y :
   $$\begin{cases} y = x \\ y = -0{,}5\,x + 22{,}5. \end{cases}$$

   c) En déduire les coordonnées exactes du point I.

B) Recherche de l'angle formé par deux vecteurs

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AO}$ et $\overrightarrow{BC}$.
2. En déduire la valeur du produit scalaire $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{BC}$ en détaillant les calculs.
3. Calculer la valeurs exactes des normes $\|\overrightarrow{AO}\|$ et $\|\overrightarrow{BC}\|$ des vecteurs $\overrightarrow{AO}$ et $\overrightarrow{BC}$.
4. Pour la suite du problème, afin de simplifier les calculs et compte tenu de la précision attendue, on prendra :
   $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{BC} = -18$, $\|\overrightarrow{AO}\| = 12{,}7$ et $\|\overrightarrow{BC}\| = 4{,}5$.

   Déterminer la valeur de $\cos(\overrightarrow{AO},\overrightarrow{BC})$ et déterminer ensuite une valeur de la mesure de l'angle $(\overrightarrow{AO},\overrightarrow{BC})$ arrondie au degré.

C) Construction et propriétés de l'arc de courbe $\overset{\frown}{AB}$

Indication :
Soit les points M_1 (x_1 ; y_1) et M_2 (x_2 ; y_2), le milieu du segment [M_1M_2] a pour coordonnées :
$$\left[\frac{x_1 + x_2}{2}\,;\,\frac{y_1 + y_2}{2}\right]$$

1. a) On prend I (15 ; 15).
   Calculer les coordonnées du milieu M du segment [AI].
   Soit N le point de coordonnées (18 ; 13,5) milieu du segment [BI].
   Placer les points M et N dans le plan rapporté au repère de l'annexe 1.
   b) Montrer que le point J de coordonnées (15 ; 12,75) est le milieu du segment [MN].

2. Vérifier qu'une équation de la droite (MN) peut s'écrire $y = 0{,}25x + 9$.
   Tracer le segment [MN] dans le plan rapporté au repère de l'annexe 1.

3. Soit la fonction f définie pour tout x de l'intervalle [9 ; 21] par : $f(x) = -\frac{1}{16}x^2 + \frac{17}{8}x - \frac{81}{16}$

   ou par : $f(x) = -0,0625\,x^2 + 2,125\,x - 5,0625$.

   Elle est représentée par un arc de courbe.

   a) Montrer que les points A, J et B appartiennent à cet arc de courbe.

   b) Compléter le tableau de valeurs de l'annexe 1 page 5/6 et tracer l'arc de courbe $\widehat{AB}$, représentation graphique de la fonction f.

4. Soit f' la fonction dérivée de f.

   a) Calculer $f'(x)$.

   b) Calculer les valeurs des nombres dérivés : $f'(9)$, $f'(15)$, $f'(21)$.

   c) En déduire :

   - la propriété de la droite (OA) pour l'arc de courbe $\widehat{AB}$ au point A ;
   - la propriété de la droite (MN) pour l'arc de courbe $\widehat{AB}$ au point J ;
   - la propriété de la droite (BC) pour l'arc de courbe $\widehat{AB}$ au point B.

D) Retour au problème posé

On considère que la représentation graphique (annexe 1 page 5/6) composée des parties [OA], $\widehat{AB}$ et [BC] correspond, à l'échelle $\frac{1}{10\,000}$, à l'axe médian de la route à construire.

A l'aide de l'étude mathématique précédente :

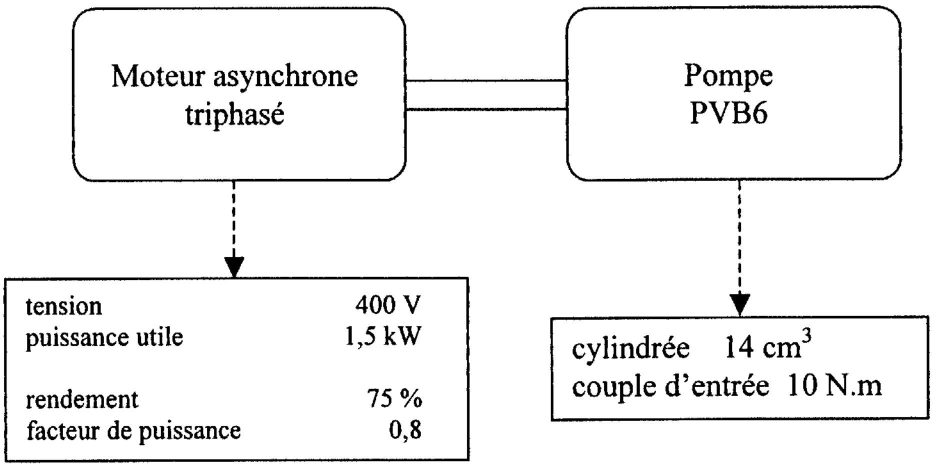
1. indiquer la mesure de l'angle formé par les deux tronçons de route rectiligne ;

2. indiquer à l'aide d'une phrase et en utilisant les résultats de la question **C-4-c**, la propriété géométrique qui caractérise chacun des deux raccordements des trois parties de la route (tronçon rectiligne 1, virage, tronçon rectiligne 2).

Partie B : Sciences (sur 5 points)

Un système hydraulique fonctionnant sous une pression de 35 bar avec un débit de 20 L/min est alimenté par une pompe PVB6.

Cette pompe est entraînée par un moteur asynchrone triphasé alimenté par un réseau triphasé 400V, 50Hz.



1. Calculer la puissance hydraulique fournie par cette pompe.
2. Le moteur fournit à la pompe une puissance mécanique de 1,5 kW. Calculer le rendement de cette pompe.
3. Calculer la fréquence de rotation de cette pompe en tours par minute.
4. a) Justifier le type de couplage triangle du moteur.

   b) Dessiner les fils de connexion avec le réseau sur l'annexe 2 page 6/6.
5. Calculer l'intensité du courant dans un fil de ligne alimentant ce moteur.

On donne :

$$P_{hydraulique} = p \times Q$$

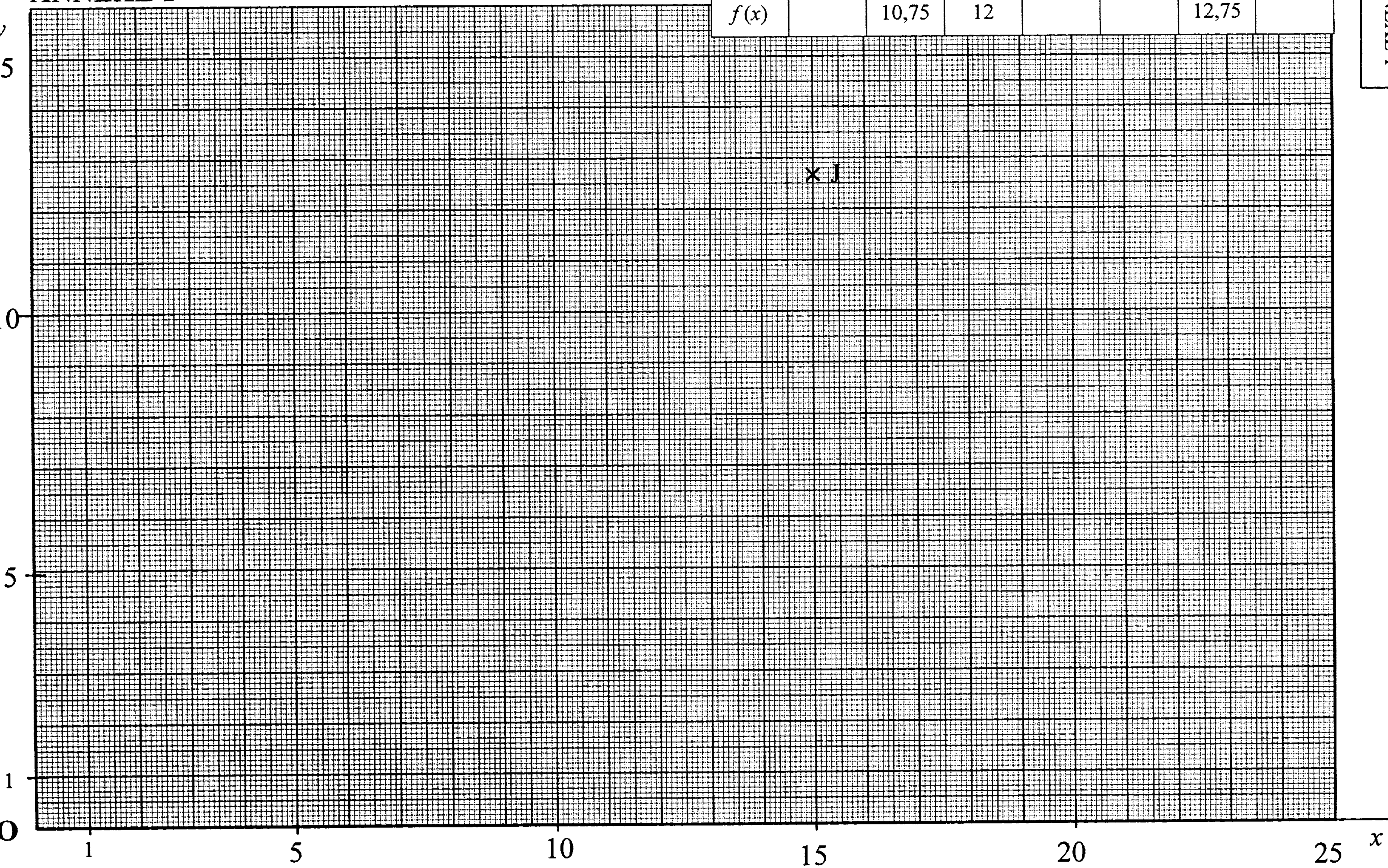
$$P_{électrique} = U\,I\sqrt{3}\cos\varphi$$

$$Q = cyl \times n$$

ANNEXE 1

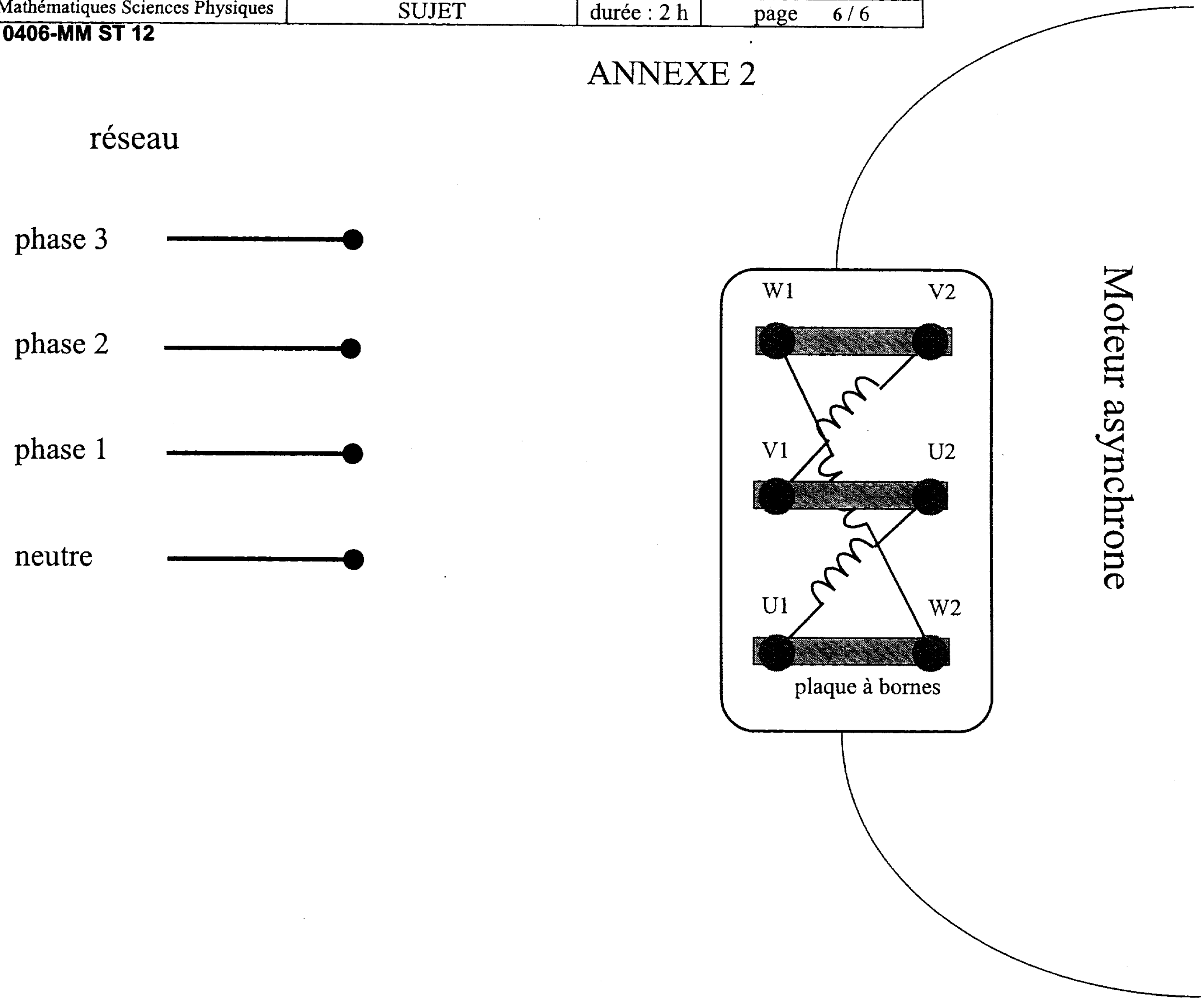
Tableau de valeurs :

x	9	11	13	15	17	19	21
$f(x)$		10,75	12			12,75	



ANNEXE 1

ANNEXE 2



ANNEXE 2

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\quad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

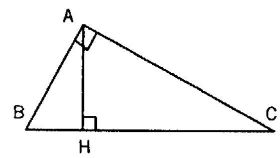
Variance

$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\quad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\Vert\vec{v}\Vert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\Vert\vec{v}\Vert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \Vert\vec{v}\Vert \times \Vert\vec{v}'\Vert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$