EPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

Mathématiques et Sciences Physiques

DUREE : 2 heures **COEFFICIENT : 2**

Pour cette épreuve, l'usage des calculatrices est autorisé dans les conditions définies par la circulaire 99-186 du 16/11/99.

MATHEMATIQUES (15 points)

EXERCICE 1 : (10 points)

La poussée d'un réacteur, en négligeant la poussée produite par le carburant est donnée par la formule :

$$T_u = \rho \,.\, S.\, V_e.\, (V_s - V_e)$$

avec :
- T_u : poussée (N)
- S : section du réacteur (m^2)
- V_e : vitesse de l'air à l'entrée (m/s)
- V_s : vitesse de l'air à la sortie (m/s)
- ρ : masse volumique de l'air (kg/m^3)

On donne $\rho = 1{,}225$ kg/ m^3, $S = 1$ m^2 et $V_s = 500$ m/s.

1. Exprimer T_u en fonction de V_e.

2. Calculer V_e pour une poussée $T_u = 72 \times 10^3$ N.

3. On étudie la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 500] par :

$$f(x) = 1{,}225\, x(500 - x)$$

   a) Développer l'expression $f(x)$.

   b) Déterminer la dérivée f' de la fonction f.

   c) Etablir le tableau de variation de la fonction f.

   d) Pour quelle valeur de V_e la poussée est-elle maximale et quelle est la valeur de cette poussée maximale ?

e) Compléter le tableau de valeurs situé en annexe 1 et représenter graphiquement la fonction f sur le repère situé en annexe 1.

f) Retrouver graphiquement les valeurs de V_e qui correspondent à la poussée de 72×10^3 N (Les traits de construction devront figurer sur le schéma).

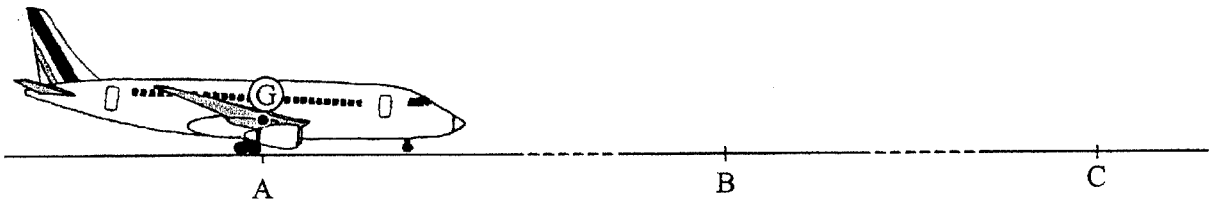
<u>EXERCICE 2</u> : (5 points)

Dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$, on donne les points suivants :

$$A(3 ; 2 ; 1) \quad B(0 ; 4 ; 4) \quad C(5 ; 0 ; 5)$$

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Calculer les normes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ (arrondies à 10^{-2})
3. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ arrondie au degré.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)



On étudie le mouvement du centre de gravité **G** d'un avion dans la phase de décollage.

Le point **G** a une trajectoire rectiligne, parallèle à la piste AC qui est horizontale.

- La masse de l'avion est de 70 tonnes.
- La portion de piste AB mesure 1 300 mètres.

1. Au départ, la vitesse est nulle et le point **G** est à la verticale du point **A**. Il passe à la verticale du point **B** avec une vitesse v_B = 300 km/h. et en ayant parcouru le trajet **AB** avec un mouvement uniformément accéléré.
Le mouvement de G est caractérisé par les équations suivantes :

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 \\ v = at \\ v^2 = 2ax \end{cases}$$

a) Quelle grandeur physique représente chaque lettre ?
En quelle unité chaque grandeur est-elle mesurée dans les équations ?

b) À partir des équations précédentes, montrer que $x = \frac{1}{2}vt$.
En déduire le temps mis pour parcourir la distance AB.

c) Calculer la valeur de l'accélération.

2. À partir d'une certaine vitesse, l'avion ne peut plus annuler le décollage. Cette vitesse est appelée « vitesse critique ». Dans le cas étudié, elle est de 220 km/h.
À quelle distance du point A cette vitesse est-elle atteinte ?

3. Nous admettrons qu'entre A et B, l'accélération est de 2,67 m/s². Un incident est détecté 15 secondes après le départ. Le pilote décide de ne pas décoller. Il freine donc, 15 secondes après le départ et l'avion s'arrête au point C.
On se propose de calculer la force de freinage en appliquant le théorème de l'énergie cinétique.

a) Énoncer le théorème de l'énergie cinétique.

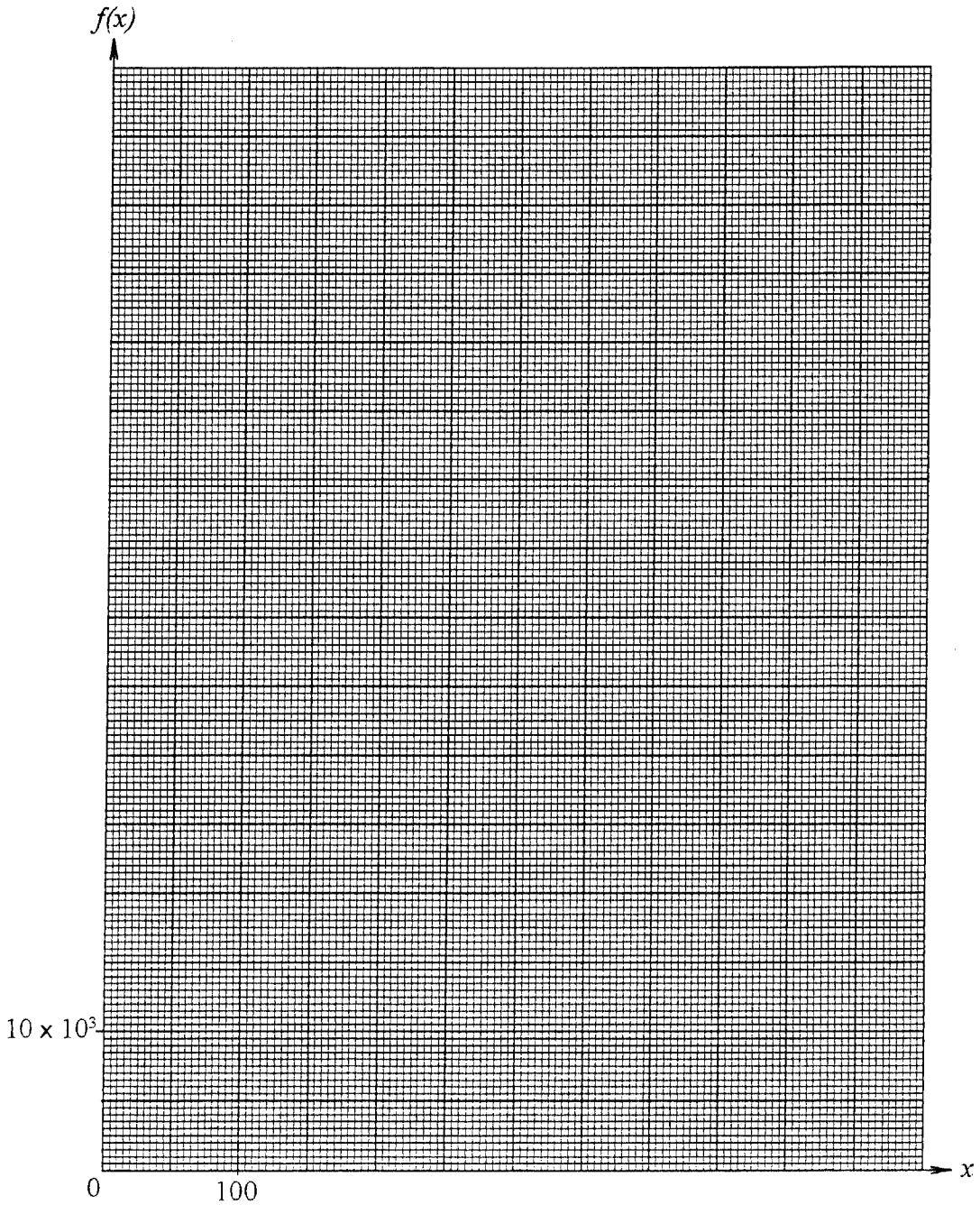
b) Calculer la vitesse au début du freinage. En déduire à cet instant l'énergie cinétique de l'avion.

c) On suppose que le ralentissement est dû uniquement à la résultante $\vec{F}$ des forces de freinage s'exerçant sur les roues. Calculer la valeur de cette force supposée constante sachant que la distance parcourue par l'avion durant le freinage est de 3 000 mètres.

Annexe I

(à rendre avec la copie)

x	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$f(x)$											



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUE DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance-Productique (Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$a\,x + b$	a
x^2	$2\,x$
x^3	$3\,x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(a\,b) = \ln a + \ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Équation du second degré $a\,x^2 + b\,x + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4\,a\,c$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $a\,x^2 + b\,x + c = a\,(x - x_1)\,(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison : r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)\,r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison : q

Terme de rang n : $u_n = u_1\,q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1\,\frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

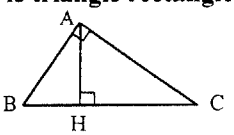
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Écart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{\hat{a}}{\sin A} = \frac{\hat{b}}{\sin B} = \frac{\hat{c}}{\sin C} = 2\,R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c \cos \hat{A}$

Aires et plan

Triangle : $\frac{1}{2}\,b\,c \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}\,(B + b)\,h$

Disque : $\pi\,R^2$

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume $B\,h$

Sphère de rayon R :

Aire : $4\,\pi\,R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\,\pi\,R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}\,B\,h$

Calcul vectoriel dans le plan – dans l'espace

$\vec{v}\,.\,\vec{v'} = x\,x' + y\,y'$ $\qquad$ $\vec{v}\,.\,\vec{v'} = x\,x' + y\,y' + z\,z'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\qquad$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v}\,.\,\vec{v'} = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v'}\| \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v}\,.\,\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$