BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
AÉRONAUTIQUE
MATHÉMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES

Coefficient : 2 **Durée : 2 heures**

Dans cette épreuve, l'usage des calculatrices est autorisé dans les conditions définies par la circulaire 99-186 du 16/11/99.

MATHÉMATIQUES (15 points)

I. Présentation de la situation :

Un groupe moto-propulseur (GMP) nécessite pour son fonctionnement un dosage approprié de carburant et d'air. Le dosage s'exprime par le rapport $\frac{\text{masse de carburant}}{\text{masse d'air}}$: par exemple, un dosage $\frac{1}{15}$ signifie que pour brûler 1 g de carburant, on utilise 15 g d'air. La combustion est possible pour un dosage compris entre $\frac{1}{20}$ et $\frac{1}{5}$ selon le schéma ci-dessous :

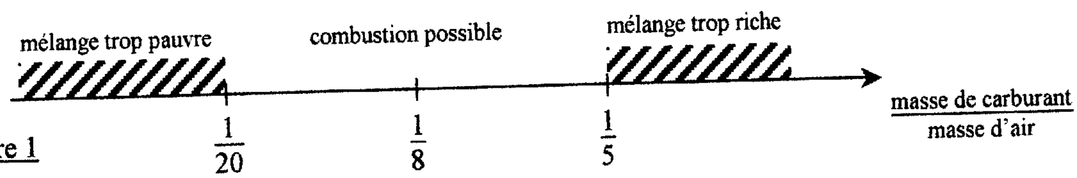
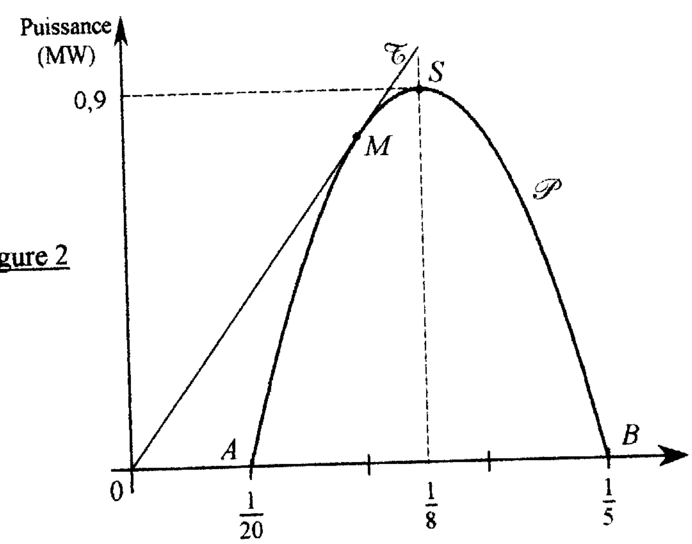


Figure 1

Au banc d'essai, on relève l'évolution de la puissance en fonction du dosage pour obtenir la parabole $\mathscr{P}$ ci-dessous :

Figure 2



On remarque que la puissance maximum P_m est obtenue au point S pour un dosage de $\frac{1}{8}$. Sa valeur est 0,9 MW.

On admet que le meilleur rendement du GMP est atteint pour un dosage correspondant au point M de la courbe pour lequel la tangente passe par l'origine.

L'objectif du problème est de rechercher la valeur de ce dosage.

II. Recherche mathématique

On note x le dosage et y la puissance du GMP.

1. Sur la courbe, figure 2, relever les coordonnées des points A, B et S en exprimant ces coordonnées sous forme décimale.

2. L'équation d'une parabole passant par les points A et B est de la forme :

$$y = a\,(x - 0{,}05)\,(x - 0{,}2).$$

Sachant que la parabole $\mathscr{P}$ passe aussi par le point S, déterminer la valeur du coefficient a.
Écrire alors l'équation de cette parabole sous la forme $y = ax^2 + bx + c$.

3. On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0,05 ; 0,2] par :

$$f(x) = -160\,x^2 + 40\,x - 1{,}6$$

   a) Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

   b) Donner le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [0,05 ; 0,2].

   c) Compléter le tableau de valeurs de l'annexe 1. Les résultats seront arrondis au centième.

   d) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère de l'annexe 1.

4. Tracer la tangente $\mathscr{T}$ à la courbe passant par l'origine. En déduire graphiquement l'abscisse x_M du point M de tangence.

5. La méthode graphique étant peu précise, on se propose de déterminer par le calcul la valeur de x_M.
On montre que cette valeur est solution de l'équation : $f(x_M) = f'(x_M) \times x_M$.

   a) Écrire cette équation en remplaçant $f(x_M)$ et $f'(x_M)$ par leur expression respective.

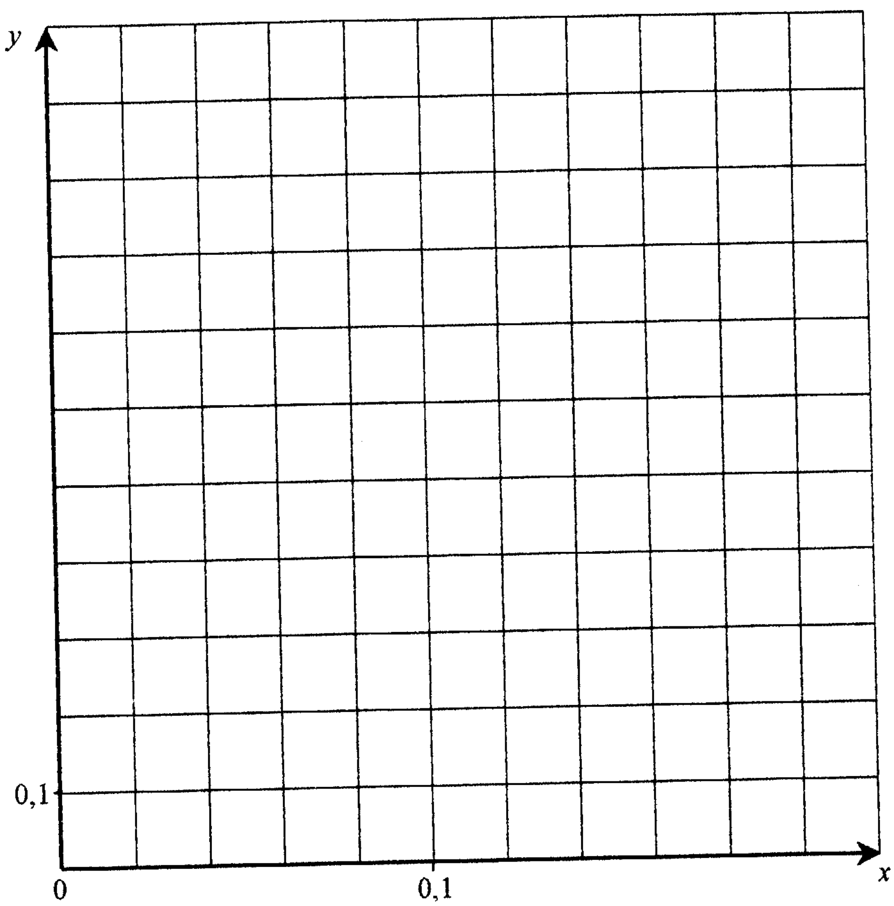
   b) Montrer que cette équation conduit, en la simplifiant, à l'équation : $160\,x_M^2 - 1{,}6 = 0$.

   c) Résoudre alors cette équation dans l'intervalle [0,05 ; 0,2].

6. *Conclusion* : quel est le rapport $\dfrac{\text{masse de carburant}}{\text{masse d'air}}$ qui donne au GMP le meilleur rendement ?

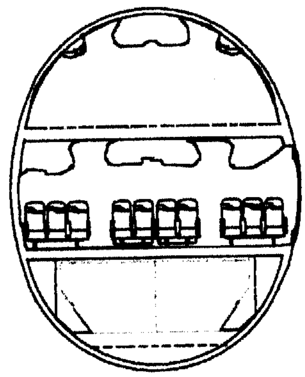
ANNEXE 1
à rendre avec la copie

x	0,05	0,06	0,08	0,10	0,125	0,16	0,18	0,20
$f(x)$								



SCIENCES (5 points)

En vol stabilisé à haute altitude, la cabine d'un avion A380 est pressurisée. La pression à l'intérieur est alors supérieure à la pression à l'extérieur.
Afin de simuler les conditions réelles de différence de pression Δp entre l'intérieur et l'extérieur de l'avion, on réalise, en laboratoire d'essai, une mise en pression de la cabine.



Les conditions du test sont les suivantes :

- pression atmosphérique extérieure p_e = 1 013 hPa,
- différence de pression Δp = 700 hPa

1. Déterminer la pression p_i à l'intérieur de l'avion.

2. La porte de l'avion est assimilée à un rectangle de 126 cm de largeur et de 210 cm de hauteur.

a) Calculer, en tenant compte des conditions de simulation, la valeur de la force pressante $\vec{F}$ qui s'exerce sur la porte.

b) On admet que cette force pressante $\vec{F}$ peut être assimilée à une force ponctuelle appliquée au point A (voir annexe).
Représenter cette force en utilisant comme échelle : 1 cm pour 4 000 daN.

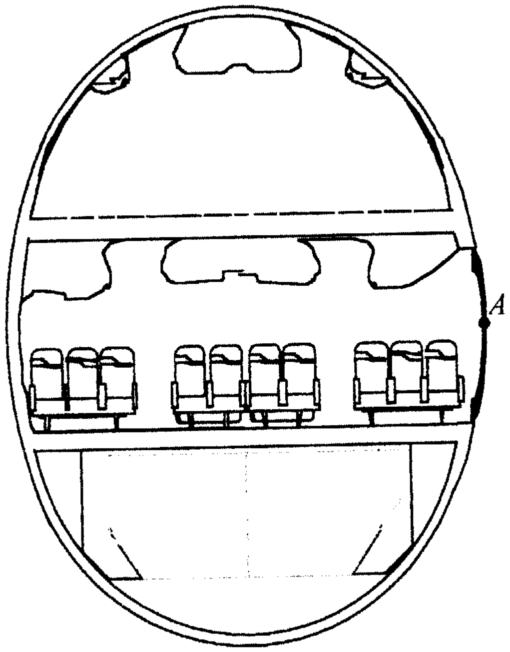
3. On veut évaluer les risques physiologiques encourus par une personne qui resterait dans la cabine pendant le test. Pour cela, on compare la différence de pression Δp subie par cette personne à celle subie par un plongeur en mer se trouvant à 10 mètres de profondeur.

a) L'augmentation de pression subie par un plongeur en mer se trouvant à une hauteur h sous la surface est donnée par $\Delta p = \rho g h$ *avec* ρ = 1 035 kg/m^3 et g = 9,8 N/kg.
Calculer l'augmentation de pression à 10 mètres sous la surface.

b) Les risques physiologiques dus à l'augmentation de pression de la personne qui resterait dans la cabine sont-ils importants ? Justifier la réponse.

ANNEXE

(à rendre avec la copie)



FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance-Productique

(Arrêté du 9 mai 1995 – BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$a\,x+b$	a
x^2	$2\,x$
x^3	$3\,x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u\,(x)+v\,(x)$	$u'\,(x)+v'\,(x)$
$a\,u\,(x)$	$a\,u'\,(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln\,(a\,b)=\ln a+\ln b$ $\quad\ln\,(a^n)=n\ln a$

$\ln\left(\dfrac{a}{b}\right)=\ln a-\ln b$

Equation du second degré $a\,x^2+b\,x+c=0$

$\Delta=b^2-4\,a\,c$

- Si $\Delta>0$, deux solutions réelles :

$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta=0$, une solution réelle double :

$x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta<0$, aucune solution réelle

Si $\Delta\geq 0$, $a\,x^2+b\,x+c=a\,(x-x_1)\,(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison : r

Terme de rang n : $u_n=u_1+(n-1)\,r$

Somme des k premiers termes :

$u_1+u_2+\ldots+u_k=\dfrac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison : q

Terme de rang n : $u_n=u_1\,q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1+u_2+\ldots+u_k=u_1\,\dfrac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin\,(a+b)=\sin a\cos b+\sin b\cos a$

$\cos\,(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$

$\cos 2a=2\cos^2 a-1$

$\quad\quad\;=1-2\sin^2 a$

$\sin 2a=2\sin a\cos a$

Statistiques

Effectif total $N=\displaystyle\sum_{i=1}^{p}n_i$

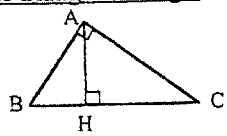
Moyenne $\bar{x}=\dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{p}n_i x_i}{N}$

Variance $V=\dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{p}n_i(x_i-\bar{x})^2}{N}=\dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{p}n_i x_i^2}{N}-\bar{x}^2$

Ecart type $\sigma=\sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2+AC^2=BC^2$



$\sin\hat{B}=\dfrac{AB}{BC}$; $\cos\hat{B}=\dfrac{AB}{BC}$; $\tan\hat{B}=\dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\dfrac{a}{\sin\hat{A}}=\dfrac{b}{\sin\hat{B}}=\dfrac{c}{\sin\hat{C}}=2\,R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2=b^2+c^2-2\,b\,c\cos\hat{A}$

Aires et plan

Triangle : $\dfrac{1}{2}b\,c\sin\hat{A}$

Trapèze : $\dfrac{1}{2}(B+b)\,h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume $B\,h$

Sphère de rayon R :

Aire : $4\,\pi R^2$ Volume : $\dfrac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\dfrac{1}{3}B\,h$

Calcul vectoriel dans le plan – dans l'espace

$\vec{v}\,.\,\vec{v'}=x\,x'+y\,y'$ $\quad\vec{v}\,.\,\vec{v'}=x\,x'+y\,y'+z\,z'$

$\|\vec{v}\|=\sqrt{x^2+y^2}$ $\quad\|\vec{v}\|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v}\neq\vec{0}$ et $\vec{v'}\neq\vec{0}$:

$\vec{v}\,.\,\vec{v'}=\|\vec{v}\|\times\|\vec{v'}\|\cos(\vec{v},\vec{v'})$

$\vec{v}\,.\,\vec{v'}=0$ si et seulement si $\vec{v}\perp\vec{v'}$