La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul est autorisé. Tout échange de matériel est interdit.

MATHÉMATIQUES (15 points)

EXERCICE : (5 points)

En traversant une plaque de verre légèrement teinté, un rayon lumineux perd 10 % de son intensité lumineuse. On superpose n plaques de verre identiques et on note I_n l'intensité du rayon qui arrive sur la ***n-ième*** plaque.

1. On donne $I_1 = 30$ cd (Candela).

a) Calculer I_2 et I_3.

b) Exprimer I_n en fonction de I_{n-1}.

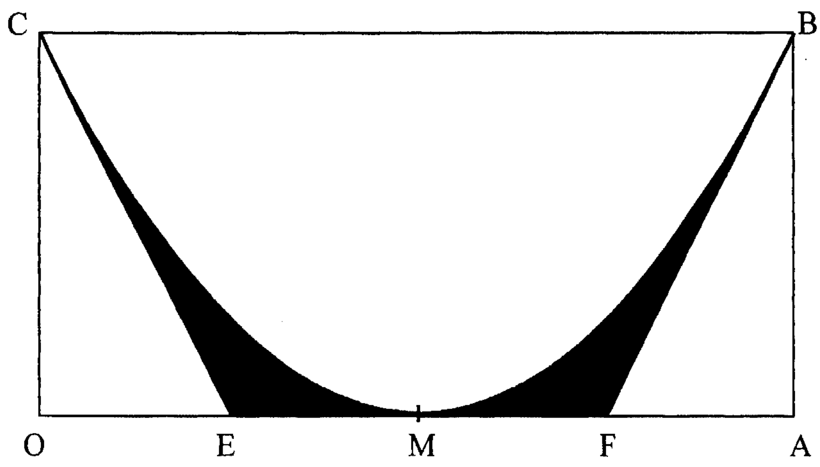
c) Donner la nature de la suite de terme général I_n, puis déterminer sa raison.

d) En déduire l'expression de I_n en fonction de I_1 et de n.

2. On veut qu'un rayon lumineux arrive sur la quatrième plaque avec une intensité de 16 cd. Calculer l'intensité initiale I_1. Le résultat sera arrondi à l'unité.

PROBLÈME : (10 points)

Un logo publicitaire à imprimer, est représenté ci-dessous :



OA = 10 cm et OC = 5 cm. OM = MA = 5 cm.

CODE EPREUVE : 0406-IGP ST A / 0406-IGI ST A		EXAMEN : BCP	SPECIALITE : Industries Graphiques	
SESSION 2004	SUJET	EPREUVE :Mathématiques/Sciences Physiques		Calculatrice autorisée :
Durée :2 heures		Coefficient :2	N° sujet :07ING04	Page : 1/5

L'objectif du problème est de déterminer l'aire de la partie ombrée.

Partie I : (5 points) *Modélisation du problème.*

La courbe passant par les points C, M et B est assimilée à un arc de parabole $\mathscr{P}$, représenté dans le plan rapporté au repère de **l'annexe 1.**
L'équation de la parabole est de la forme $y = a(x - 5)^2$, a étant un nombre réel.

1. Déterminer graphiquement les coordonnées du point B.

2. En écrivant que le point B appartient à l'arc de parabole $\mathscr{P}$, calculer la valeur de a.

3. En déduire l'équation de l'arc de parabole $\mathscr{P}$.

Les droites (CE) et (BF) sont tangentes à la parabole $\mathscr{P}$ aux points C et B. On admet que l'arc de parabole est la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 10] par :

$$f(x) = 0{,}2\,x^2 - 2x + 5.$$

4. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.

5. Calculer les nombres dérivés $f'(0)$ et $f'(10)$. Que représentent ces nombres pour les droites (CE) et (BF) ?

6. Déterminer une équation de la droite (CE), puis calculer l'abscisse x_E du point E.

Partie II : (4 points) *Calculs d'aires.*

On admet l'égalité OE = FA = 2,5 cm.

1. Calculer la somme des aires des triangles OCE et ABF.

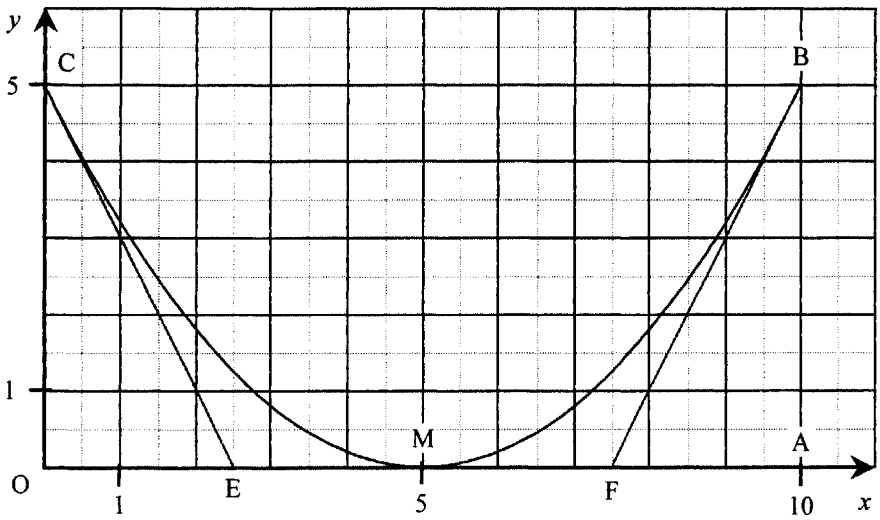
2. **a)** Calculer la valeur exacte de l'intégrale $I = \int_0^{10} (0{,}2\,x^2 - 2x + 5)\,dx$.

   b) Que représente cette valeur ?

Partie III : (1 point) *Aire de la partie ombrée.*

Calculer l'aire de la partie ombrée du logo. Le résultat sera arrondi au mm^2.

ANNEXE 1



Parabole $\mathscr{P}$

L'unité graphique est le centimètre

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

EXERCICE 1 : (3 points) *dosage de l'acide benzoïque par l'hydroxyde de sodium*

On réalise le dosage d'une solution d'acide benzoïque (acide faible, **pKa = 4,2**) par une solution d'hydroxyde de sodium NaOH (base forte).
On prélève un volume $Va = 20$ mL de solution d'acide de concentration inconnue Ca .

Dans la burette , on place une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $Cb = 0{,}020$ mol / L .

La courbe de dosage est fournie en **annexe 2** et l'équivalence est atteinte au point **E**.

1. Par lecture sur la courbe de dosage, déterminer le volume de base versé à l'équivalence noté $Vb_{éq}$.

2. A l'équivalence ,
- **a)** Indiquer la valeur du pH.
- **b)** Préciser si la solution est acide, basique ou neutre.
- **c)** A partir du tableau ci-dessous, choisir l'indicateur coloré qui serait le plus approprié lors d'un dosage rapide pour déterminer le volume $Vb_{éq}$.

Indicateur coloré	Hélianthine	Rouge de méthyle	Rouge de crésol	Thymolphtaléine
Zone de virage (intervalle de pH)	de 3,7 à 5,2	de 4,2 à 6,2	de 7,2 à 8,8	de 9,3 à 10,5

3. Calculer la concentration initiale de la solution d'acide benzoïque notée Ca.
On rappelle que lors d'un dosage d'un acide par une base, on a l'équivalence : $Ca \times Va = Cb \times Vb_{éq}$

4. Déterminer graphiquement la valeur du pH à la demi-équivalence ($Vb = \frac{Vb_{éq}}{2}$).

La comparer à la valeur du pKa.

EXERCICE 2 : : **(2 points)** *effet photoélectrique*

1. La lumière émise par une source lumineuse est analysée par un spectroscope de haute résolution. Le spectre d'émission obtenu présente une seule raie. Les photons émis sont de fréquence $f = 6{,}67 \times 10^{14}$ Hz.
Calculer, en Joules, l'énergie E transportée par un photon.

2 Convertir, en électron-volt (eV), l'énergie calculée à la question précédente.

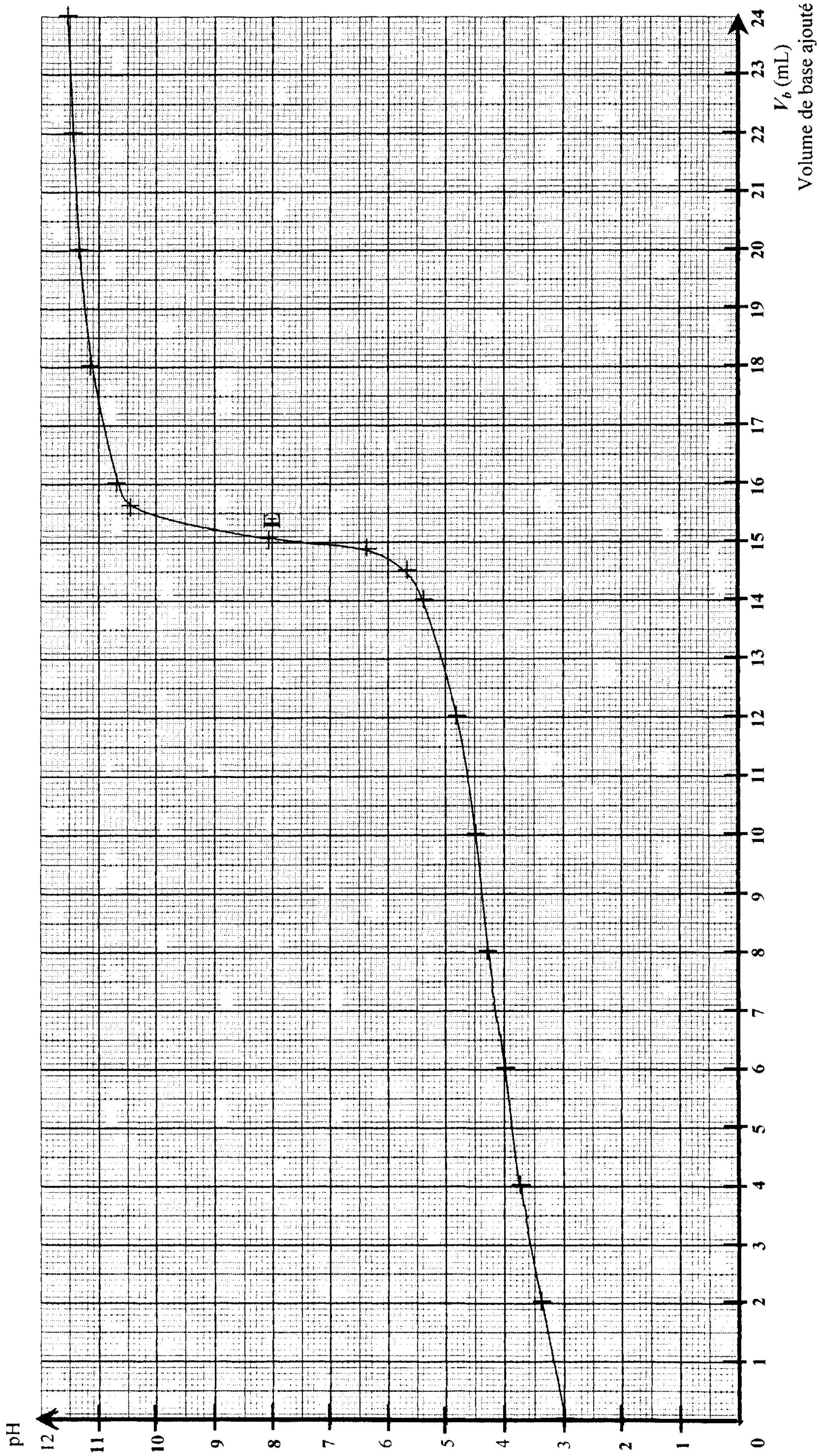
3. Une cathode en césium est éclairée par cette lumière. Un photon de fréquence $f = 6{,}67 \times 10^{14}$ Hz peut-il arracher un électron à cette cathode (effet photoélectrique) ? Justifier la réponse.

On donne : $E = h \times f$; $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J.s ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m.s^{-1} ; 1eV = $1{,}60 \times 10^{-19}$ J

L'énergie d'extraction d'un électron du césium est $E_0 = 1{,}90$ eV

ANNEXE 2

Courbe du dosage de l'acide Benzoïque par l'hydroxyde de sodium



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Chimie-Energétique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta>0$, deux solutions réelles :

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta=0$, une solution réelle double :

$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta<0$, aucune solution réelle

Si $\Delta\geq 0$, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Statistiques

Effectif total $N=\sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V=\frac{\sum_{i=1}^{p} n_i(x_i-\bar{x})^2}{N}=\frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N}-\bar{x}^2$

Ecart type $\sigma=\sqrt{V}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n=u_1+(n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1+u_2+\cdots+u_k=\frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n=u_1q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1+u_2+\cdots+u_k=u_1\frac{1-q^k}{1-q}$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab)=\ln a+\ln b$ $\qquad \ln(a^n)=n\ln a$

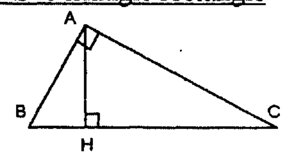
$\ln(a/b)=\ln a-\ln b$

Equations différentielles

$y'-ay=0 \qquad y=ke^{ax}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2+AC^2=BC^2$



$\sin\widehat{B}=\frac{AC}{BC}$; $\cos\widehat{B}=\frac{AB}{BC}$; $\tan\widehat{B}=\frac{AC}{AB}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\widehat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\,dt=\int_a^b f(t)\,dt+\int_b^c f(t)\,dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)\,dt=\int_a^b f(t)\,dt+\int_a^b g(t)\,dt$
* $\int_a^b kf(t)\,dt=k\int_a^b f(t)\,dt$