CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

BREVET PROFESSIONNEL

Installations Equipements Electriques

Mathématiques

> Tous les calculs doivent être justifiés.
> Les calculatrices sont autorisées.

SESSION AUTOMNE 2004

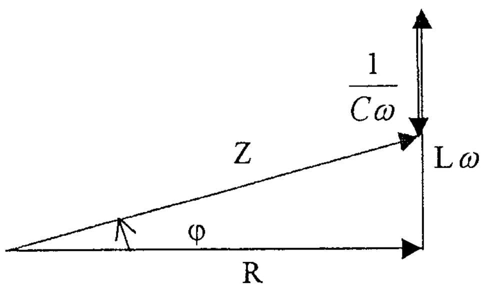
LE CANDIDAT DOIT REPONDRE SUR LE SUJET.

CORRIGE

ACADEMIE DE GRENOBLE	SESSION AUTOMNE 2004		CORRIGE
Examen : B.P. Installations en Equipements Electriques Epreuve : Mathématiques	Durée : 2 h	Coef : 3	Page : 2/6

EXERCICE 1 : (7 points)
Un dipôle R, L, C est composé d'une résistance R, d'une bobine d'auto-inductance L et d'un condensateur de capacité C groupés en série .

1.1. Tracer le diagramme de Fresnel correspondant à ce dipôle (on considère le cas $\varphi \geq 0$)



1 point

1.2. On utilise un dipôle formé : - d'une résistance R = 40 Ω
- d'une bobine d'auto-inductance L = 0,2 H.
- d'un condensateur de capacité C = 100 μF

Ce dipôle est alimenté par un courant alternatif 230 V ; 50 Hz.

1.2.1. Calculer, en Ω, la valeur de l'indépendance Z de ce dipôle. Arrondir le résultat à l'unité.

$Z^2 = R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2$ $\quad Z^2 = 40^2 + (62,8 - 31,847)^2 = 2558,0882$

$Z = 50,5775\ldots$ soit $Z \approx 51\Omega$ 2 points

1.2.2. Calculer, en A, la valeur de l'intensité I du courant électrique qui traverse ce dipôle. Arrondir le résultat à 0,01

$I = \frac{U}{Z}$ $\quad I = \frac{230}{51}$ $\quad I = 4,5$ A 1 point

1.2.3. Calculer la valeur de tan φ correspondant à ce dipôle.

$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$ $\quad \tan\varphi = \frac{61,8 - \frac{1}{0,0314}}{40}$ $\quad \tan\varphi = 0,7738$ 2 points

1.2.3. Calculer la valeur du facteur de puissance de ce dipôle R, L, C.
Arrondir le résultat à 0,0001.

De $\tan\varphi = 0,7738$ on a: $\varphi = 36,1°$ d'où $\cos\varphi = 0,8075$ 1 point

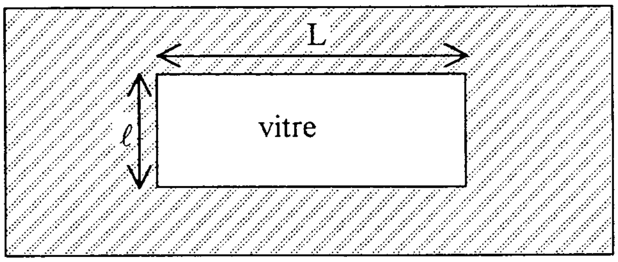
Données :

$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$ avec $\omega = 2.\pi.f$ $\quad Z^2 = R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2$ $\quad U = Z \times I$

R en Ω ; L en H ; C en F ; U en V ; I en A ; f en Hz.

EXERCICE 2 : (10 points)

Une vitre de largeur $\ell = x - 1$ et de longueur $L = 2x$ doit être installée à l'intérieur d'un panneau rectangulaire de dimensions 8 m sur 3 m.



2.1. On souhaite que l'aire A_V de la vitre représente 10 % de l'aire totale A_t du panneau rectangulaire.

2.1.1. Calculer, en m², l'aire totale At du panneau.

$A_t = 3 \times 8 = 24$ m² — 0,5 point

2.1.2. Calculer, en m², l'aire A_V de la vitre.

$A_V = \dfrac{24 \times 10}{100} = 2,4$ m² — 0,5 points

2.2. Les dimensions de la vitre peuvent varier en fonction de x appartenant à l'intervalle [1 ; 4].

2.2.1. Exprimer l'aire A_v de la vitre en fonction de x.

$A_v = 2x(x-1) = 2x^2 - 2x$ — 1 point

2.2.2 Exprimer l'aire A_h de la partie hachurée en fonction de x.

$A_h = A_t - A_v = 24 - 2x^2 + 2x$ — 1 point

2.3. L'aire de la partie hachurée est une fonction f définie par $f(x) = -2x^2 + 2x + 24$ pour x appartenant à l'intervalle [1 ; 4].

2.3.1. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f. — 1,5 points

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$	24	22,5	20	16,5	12	9,5	0

2.3.2. Compléter le tableau de variation de la fonction f. — 1 point

x	1	4
Variation de f	24 ↘	0

2.3.3. Faire la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle [1 ;4], en utilisant le repère de l'annexe 1.

1 point

2.3.4. Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle l'aire de la partie hachurée est égale à 18 m². Laisser apparents les traits de lecture.

Graphiquement, on a : $f(x) = 18$ pour $x \approx 2,5$ 1 point

2.4. Par le calcul, la valeur de x lue précédemment est une solution de l'équation du second degré à une inconnue: $\mathbf{2x^2 - 2x = 6}$

2.4.1. Résoudre cette équation du 2nd degré à 1 inconnue.

L'équation s'écrit : $2x^2 - 2x - 6 = 0$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 2 \times (-6) = 52$$

Solutions $x_1 = \dfrac{2+\sqrt{52}}{4} = 2,3$ et $x_2 = \dfrac{2-\sqrt{52}}{4} = -1,3$

1,5 points

2.4.2. Déterminer les valeurs de la largeur ℓ et de la longueur L de la fenêtre. Arrondir les résultats à 0,01.

La valeur de x à retenir est 2,3 d'où $L = 2x = 2 \times 2,3 = 4,60$ m

$\ell = (x - 1) = 2,3 - 1 = 1,30$ m

1 point

Rappel : équation du 2nd degré à une inconnue: $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta > 0$ deux solutions: $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$\Delta = 0$ une solution double $x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$

$\Delta < 0$ pas de solution réelle

EXERCICE 3 : (3 points)

Le mur d'une maison est réalisé en utilisant plusieurs constituants : plâtre ; polystyrène ; béton plein ; enduit. L'épaisseur de chaque constituant est donné par le tableau ci dessous:

Plâtre	polystyrène	Béton plein	enduit
e = 0,05 m	e = 0,05 m	e = 0,20 m	e = 0,015 m

La fonction nommée « gradient thermique de la paroi » représente la température, exprimée en °C, en chaque point du mur.

Cette fonction est une fonction affine par intervalle dont la valeur de chaque coefficient directeur « a » est donnée par la relation:

$$a = \frac{-\phi}{\lambda.S}$$

avec ϕ : flux thermique traversant la paroi, en watt

λ : conductivité du matériau, en W / m.°C

S : aire de la paroi, en m².

3.1. exprimer λ en fonction de "S", "ϕ" et "a"

$a = \dfrac{-\phi}{\lambda.S}$ d'où $\lambda = \dfrac{-\phi}{a \times S}$ 0,5 point

3.2. Compléter le tableau ci-dessous, en prenant ϕ = 279,85 W et S = 15 m²

Arrondir chaque résultat à 0,001.

Matériaux	Coefficient "a"	Conductivité thermique "λ"	Résistance thermique $R = \dfrac{e}{\lambda}$
Plâtre	– 28	0,666	0,075
Polystyrène	– 424	0,044	1,136
Béton plein	– 11	1,696	0,118
Enduit	$-\dfrac{100}{9}$	1,679	0,009
Résistance thermique de la paroi (= somme des résistances thermiques)			1,338

ANNEXE à rendre

Représentation graphique de la fonction f