BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR
GROUPEMENT E
MATHÉMATIQUES
SESSION 2005

SUJET

Durée : 1 heure 30

Le sujet est composé de 2 pages numérotées de 2/5 à 3/5.

<u>L'annexe 1, numérotée 4/5, est à rendre avec la copie.</u>

Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet, il comprend 1 page, numérotée 5/5.

SPÉCIALITÉS	COEFFICIENT
ART CERAMIQUE	1,5
EXPRESSION VISUELLE OPTION ESPACES DE COMMUNICATION	1,5

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies. L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

Exercice 1 (10 points)

Dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm, on considère la courbe (Ω) définie par le système d'équations paramétriques suivant :

$$\begin{cases} x(t) = 5t^2 \\ y(t) = -10t^2 + 10t + 1 \end{cases}$$

où t est un paramètre réel appartenant à l'intervalle [0; 1].

1. Quelles sont les coordonnées du point A de la courbe (Ω) correspondant à $t = 0$? Même question pour le point S de (Ω) obtenu pour $t = \frac{1}{2}$.

2. Montrer que le point B de coordonnées (5 ;1) est un point de la courbe (Ω).

3. Dresser le tableau de variation de la fonction x sur l'intervalle [0; 1].

4. On se propose d'étudier les variations de la fonction y sur l'intervalle [0; 1].

4a. Calculer y' où y' désigne la fonction dérivée de y.

4b. Etudier le signe de $y'(t)$.

4c. Dresser le tableau des variations de y.

5. Regrouper tous les résultats obtenus en un seul tableau donnant, en fonction de t, les signes de $x'(t)$ et de $y'(t)$ et les variations de x et de y.

6. Montrer que la tangente en A à la courbe (Ω) est parallèle à l'axe des ordonnées.

7. Montrer que la tangente en S à la courbe (Ω) est parallèle à l'axe des abscisses.

8. Soit le point $C(0; 6)$ Montrer que la tangente en B à la courbe (Ω) est la droite (BC).

9. Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ placer les points A, B et S, tracer les tangentes à (Ω) en ces points puis tracer la courbe (Ω).

10. Tracer l'image (Ω')de la courbe (Ω) par la symétrie orthogonale par rapport à la droite (BC).

Exercice 2 : (10 points)

Le plan (P) est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. L'unité est le centimètre. La figure de l'annexe 1 (qui n'est pas dessinée à l'échelle) a été réalisée de la manière suivante :
On a tracé le cercle (Γ) de centre O de rayon 6 et les points A(0 ; 6) et B(3 ; 0) et on a complété avec les points :

- C qui est l'un des points d'intersection du cercle de centre B et de rayon BA avec l'axe des abscisses ;
- et E qui est l'un des points d'intersection du cercle (Γ) et du cercle de centre A et de rayon AC.

1) Calculer les longueurs AB, OC et AC. On donnera les valeurs exactes puis arrondies au mm.

2) On utilisera les valeurs exactes trouvées au 1)

2a) Montrer que $\cos(\widehat{AOE}) = \dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$

2b) Calculer l'aire du triangle AOE, on donnera la valeur exacte puis arrondie au mm^2.

3) On admettra que l'angle $\widehat{AOE}$ mesure exactement 72°.

Soit r la rotation de centre O et d'angle 72° dans le sens trigonométrique c'est à dire inverse de celui des aiguilles d'une montre.

3a) Quelle est l'image de A par r ? Justifier.

3b) Placer sur l'annexe 1, **que vous remettrez avec votre copie**, l'image F de E par r, puis l'image G de F par r et enfin l'image H de G par r.

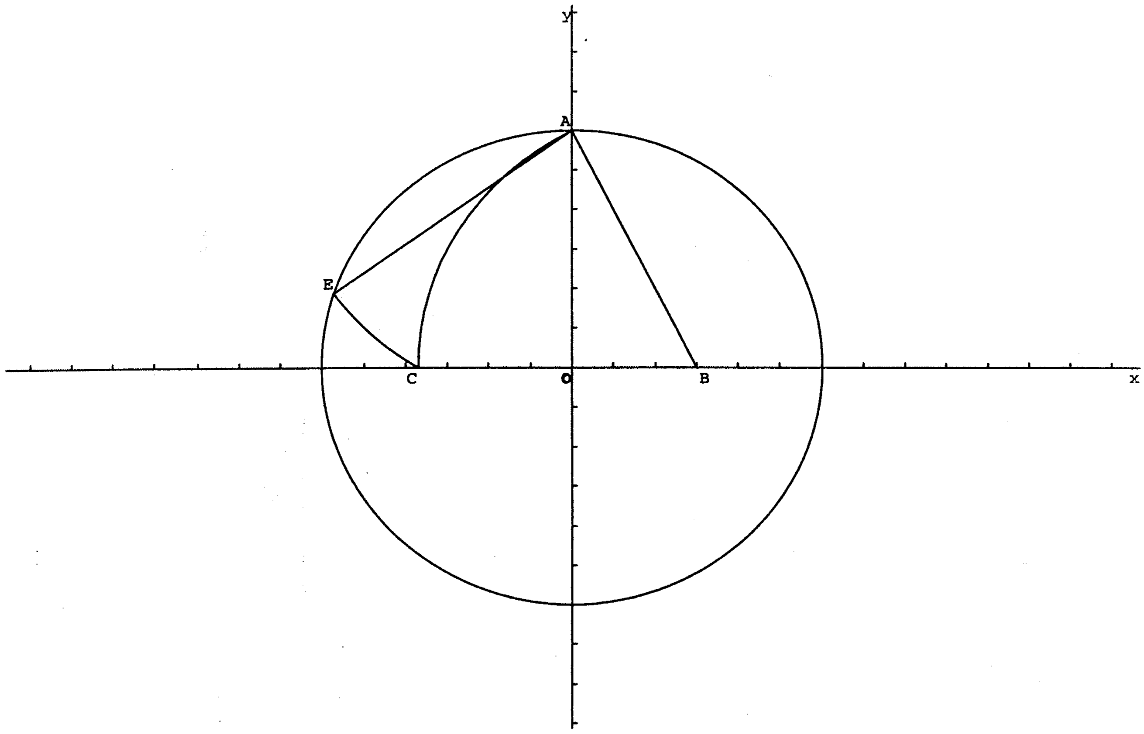
3c) Quelle est l'image de H par r ? Justifier. Quelle est la nature du polygone AEFGH ? Justifier.

4) Calculer l'aire du polygone AEFGH ; on donnera la valeur exacte puis arrondie au mm^2.

5) Calculer le périmètre du polygone AEFGH ; on donnera la valeur exacte puis arrondie au mm.

ANNEXE 1

A REMETTRE AVEC LA COPIE



ANNEXE : FORMULAIRE

A. Identités remarquables:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

B. Dérivées et primitives:

1. Dérivées et primitives de fonctions usuelles

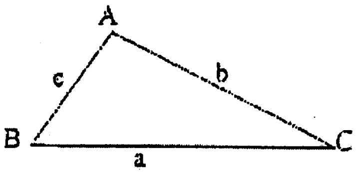
$f(x)$	$f'(x)$
x^n	nx^{n-1}
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$
e^x	e^x
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$

2. Opérations sur les dérivées

$$(u+v)' = u' + v'$$
$$(ku)' = ku'$$
$$(uv)' = u'v + uv'$$
$$\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}$$
$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

C. Formules dans un triangle quelconque:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$$
$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos \hat{A}$$



L'aire du triangle ABC est donnée par: $\mathcal{A} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

D. Distance de deux points:

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$, si A a pour coordonnées $(x_A\ ;\ y_A)$ et si B a pour coordonnées $(x_B\ ;\ y_B)$, alors $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$