

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

ÉTUDE ET DÉFINITION DE PRODUITS INDUSTRIELS

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE E 1

SOUS-ÉPREUVE B 1 – UNITÉ 12

MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 9 pages.

Les pages 8/9 et 9/9 sont à rendre avec la copie d'examen.

Un formulaire de mathématiques est fourni page 2/9.

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 x 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit.

Étude et Définition de Produit Industriel - SUJET		
Épreuve de Mathématiques et Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve: 05 06 – EDP ST 12	Page 1 sur 9	

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productive

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

<u>Fonction f</u>	<u>Dérivée f'</u>
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a u(x)$	$a u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b \quad \ln(a^n) = n \ln a$$

$$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

$$\text{Si } \Delta \geq 0, \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Trigonométrie

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2\sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

Statistiques

$$\text{Effectif total } N = \sum_{i=1}^p n_i$$

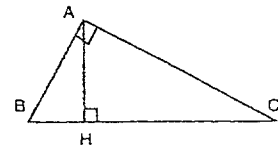
$$\text{Moyenne } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$$

$$\text{Variance } V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$\text{Ecart type } \sigma = \sqrt{V}$$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$



$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}; \quad \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}; \quad \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

Aires dans le plan

$$\text{Triangle : } \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

$$\text{Trapèze : } \frac{1}{2} (B+b)h$$

$$\text{Disque : } \pi R^2$$

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire

de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

$$\text{Aire : } 4\pi R^2 \quad \text{Volume : } \frac{4}{3} \pi R^3$$

Cône de révolution ou pyramide de base B et

de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$$\vec{v} \cdot \vec{v} = xx' + yy' \quad \left| \vec{v} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz' \right.$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \left| \|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right.$$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$$

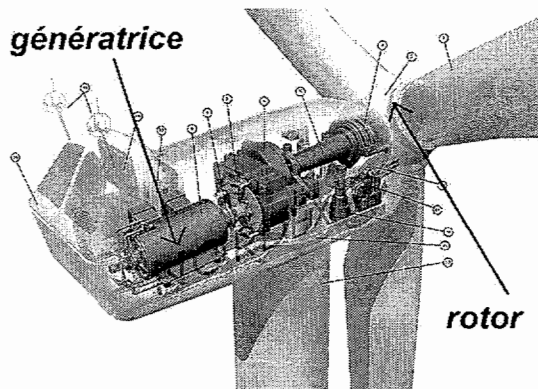
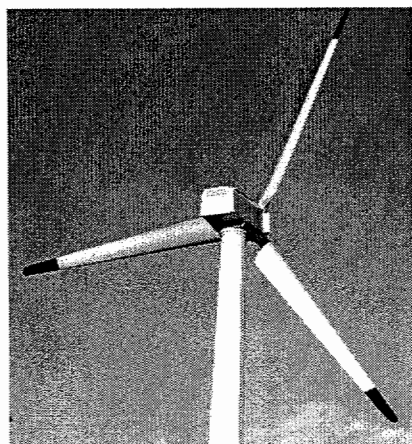
$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0 \text{ si et seulement si } \vec{v} \perp \vec{v}'$$

Étude et Définition de Produit Industriel - SUJET

Épreuve de Mathématiques et Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve: 05 06 - EDP ST 12	Page 2 sur 9	

MATHEMATIQUES (15 POINTS)

EXERCICE 1 - (11 points)



Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A - Calcul numérique et littéral.

Une éolienne est une machine qui transforme l'énergie cinétique du vent en énergie électrique. La puissance récupérable théorique P (en watts) est donnée par la relation suivante :

$$P = \frac{\rho \times A \times V^3 \times C_p}{2} \quad \text{avec :}$$

ρ : masse volumique de l'air (1,225 kg / m³ en moyenne),

A : aire de la surface balayée par le rotor (en m²),

V : vitesse du vent (en m/s),

C_p : coefficient de performance (sans unité).

1) On donne $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ et $A = 581 \text{ m}^2$.

a) Calculer $\frac{\rho \times A}{2}$. Arrondir le résultat au dixième.

b) En déduire une expression de P en fonction de C_p et de V^3 .

2) Dans toute la suite, on suppose que : $P = 356 \times C_p \times V^3$.

Calculer C_p dans le cas où $V = 15 \text{ m/s}$ et $P = 300\,000 \text{ W}$. Arrondir le résultat au centième.

3) On admet que, pour l'éolienne étudiée, le coefficient de performance varie en fonction de la vitesse du vent selon la relation :

$$C_p = \frac{11,236}{V} - 0,5.$$

a) En utilisant l'expression de P donnée à la question 2, montrer que l'expression de la puissance devient :

$$P = -178 V^3 + 4\,000,016 V^2.$$

b) Calculer la puissance fournie pour une vitesse de vent de 13 m/s. Arrondir à l'unité.

Étude et Définition de Produit Industriel - SUJET		
Épreuve de Mathématiques et Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve: 05 06 – EDP ST 12	Page 3 sur 9	

Partie B - Étude d'une fonction numérique.

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 18]$ par :

$$f(x) = -178x^3 + 4000x^2.$$

- 1) Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f .
- 2) Résoudre l'équation $f'(x) = 0$. Écrire les résultats arrondis à l'unité.
- 3) Compléter le tableau de variation de la fonction f figurant sur **l'annexe 1 (à rendre avec la copie)**.
- 4) Compléter le tableau de valeurs de la fonction f figurant sur **l'annexe 1**.
- 5) Tracer la courbe C représentative de la fonction f dans le plan rapporté au repère orthogonal figurant sur **l'annexe 1**.

Partie C - Exploitation

Résoudre graphiquement l'équation :

$$f(x) = 200\,000.$$

Laisser apparents les traits permettant la lecture graphique.

En déduire la vitesse du vent qui permet d'obtenir une puissance de 200 kW.

Étude et Définition de Produit Industriel - SUJET		
Épreuve de Mathématiques et Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve: 05 06 – EDP ST 12	Page 4 sur 9	

EXERCICE 2 - Activités statistiques (4 points)

En vue de l'implantation d'une éolienne, une étude est menée sur cent jours pour décrire les variations de la vitesse du vent sur le site pendant une année.

Les résultats obtenus sont rassemblés dans le tableau de **l'annexe 2 (à rendre avec la copie)**.

- 1) Compléter le tableau de **l'annexe 2**.
- 2) Calculer, arrondie au m/s, la vitesse moyenne du vent.
- 3) Compléter le polygone des effectifs cumulés croissants.
- 4) a) Proposer à l'aide de ce graphique une valeur de la médiane de la série.

Laisser apparents les traits permettant de répondre à la question.

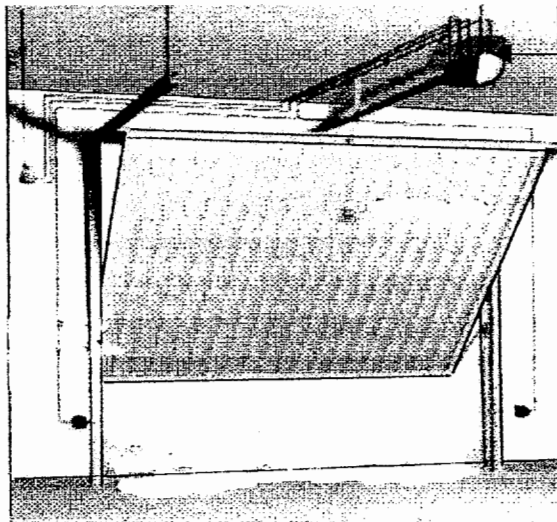
b) Recopier sur **l'annexe 2** celle des deux affirmations ci-dessous qui est vraie :

- Le vent souffle à plus de 6,6 m/s pendant la moitié du temps.
- Le vent souffle à plus de 7 m/s pendant la moitié du temps.

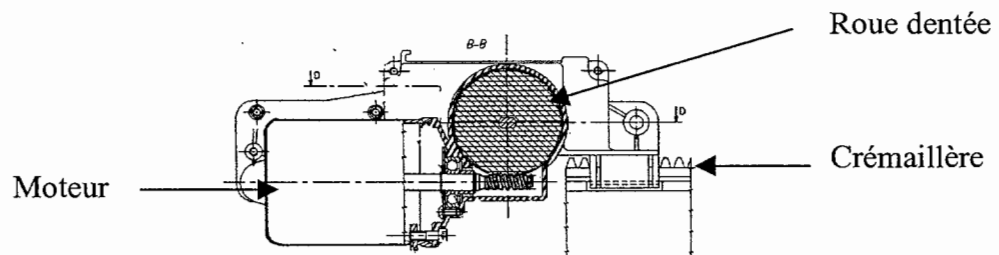
Étude et Définition de Produit Industriel - SUJET		
Épreuve de Mathématiques et Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve: 05 06 – EDP ST 12	Page 5 sur 9	

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

ÉTUDE D'UN PORTAIL À OUVERTURE AUTOMATIQUE



Objet d'étude :
moteur électrique



EXERCICE 3 – ÉLECTRICITÉ (3 points)

Sur la plaque signalétique du moteur, qui entraîne la porte basculante, sont indiquées les caractéristiques suivantes :

Moteur monophasé				
V	Hz	W	Cos φ	A
230	50	150	0,8	1,2

1) Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

Grandeur	nom	tension		puissance utile		
	valeur	230	50	150	1,2	
Unité	nom	volt				
	symbole	V	Hz	W	A	

Étude et Définition de Produit Industriel - SUJET		
Épreuve de Mathématiques et Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve: 05 06 – EDP ST 12		Page 6 sur 9

- 2) Calculer la puissance absorbée par le moteur.
- 3) Calculer, arrondi au centième, le rendement du moteur.
Exprimer le résultat en pourcentage, arrondi à l'unité.

EXERCICE 4 – ÉNERGIE MÉCANIQUE (2 points)

La puissance utile du moteur est de 150 W, la fréquence de rotation est de 60 tr/min.

- 1) Calculer, arrondi au centième, le moment du couple moteur.
- 2) Calculer, arrondi au centième, le moment d'inertie J (exprimé en kg.m²) de la roue dentée sachant que l'énergie cinétique acquise par celle-ci quand elle tourne à 60 tr/min est de 50 joules.

Indications :

$$P = 2\pi nM \quad E_c = \frac{1}{2} J\omega^2$$

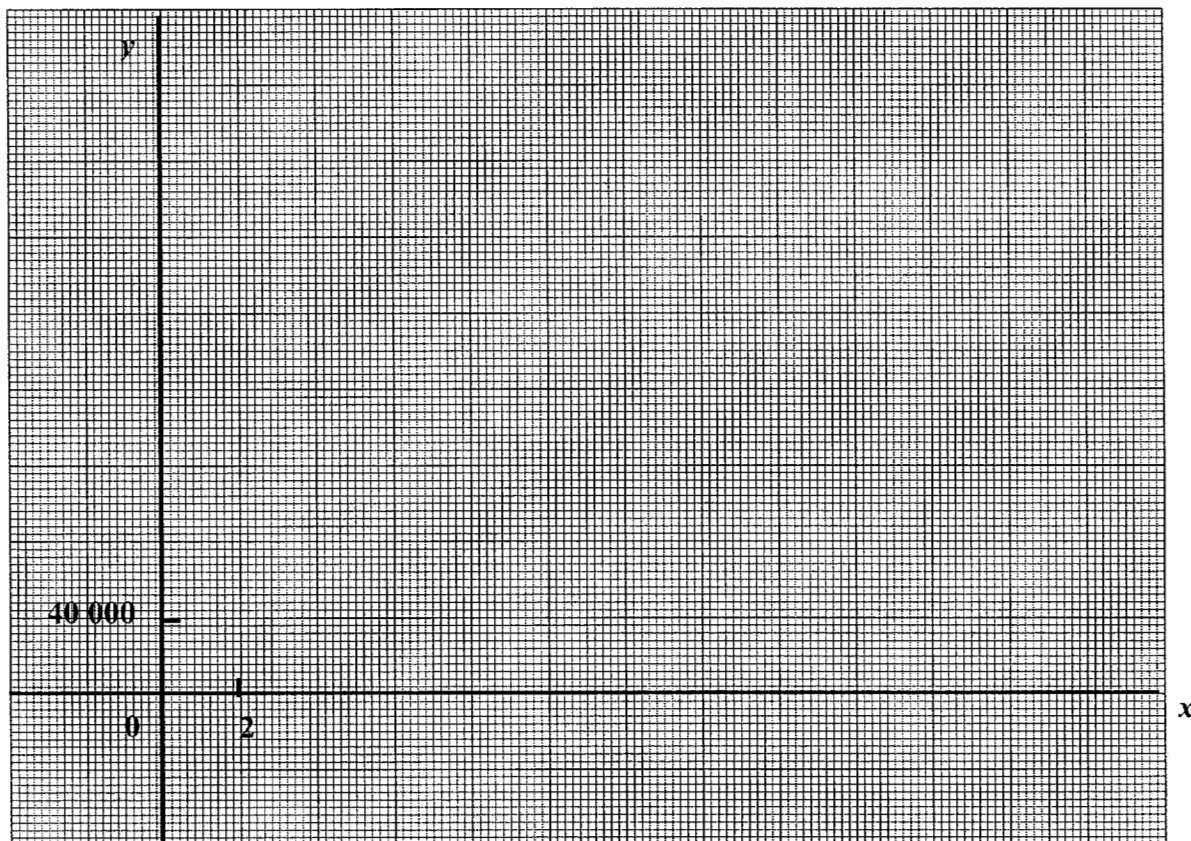
ANNEXE 1
(à rendre avec la copie)

EXERCICE 1 – Partie B3) Tableau de variation de la fonction f .

x	0	18
signe de $f'(x)$	0	0
variation de f		

4) Tableau de valeurs de la fonction f [valeurs $f(x)$ arrondies au plus proche à 1 000 près].

x	0	2	4	7	11	15	18
$f(x)$		15 000		135 000			258 000

5) Courbe représentative de la fonction f .

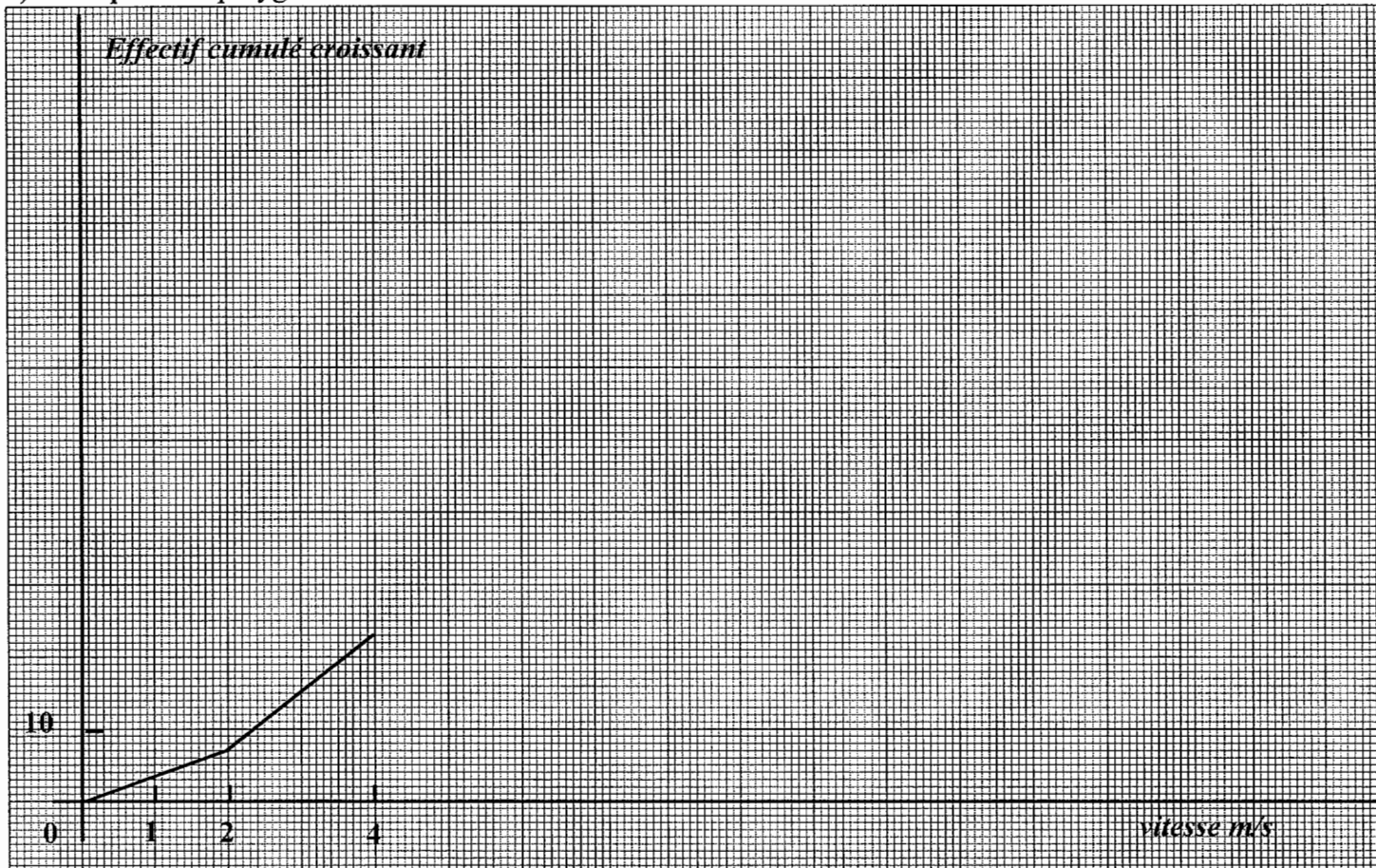
ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

EXERCICE 2

1) Compléter le tableau statistique:

vitesse en m/s	centre de classe	effectifs	effectifs cumulés croissants
[0 ; 2[1	7	7
[2 ; 4[3	16	23
[4 ; 6[21	
[6 ; 8[21	
[8 ; 10[15	
[10 ; 12[10	
[12 ; 14[5	
[14 ; 16[3	
[16 ; 18]		2	100

3) Compléter le polygone des effectifs cumulés croissants.



3) b) L'affirmation vraie est :