BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

BIO-INDUSTRIES DE TRANSFORMATION

ÉPREUVE de MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 7 pages.
Les pages 4 et 7 sont à rendre avec votre copie d'examen.

L'usage des instruments de calcul est autorisé conformément à la circulaire 99-186 du 16 novembre 1999

SUJET	
BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL BIO INDUSTRIES DE TRANSFORMATION	**E1 - SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE**
Session : **2005**	Sous épreuve : B1 Mathématiques et Sciences physiques – U12 Coef : 1,5 Durée : 2 h 00
Repère : 0506-BIOSTB	page 1/7

MATHÉMATIQUES (13 points)

EXERCICE 1 : (6 points)

Une entreprise fabrique des pots de confitures emballés en gros conditionnements que nous appellerons « unités ».
En 2001, l'entreprise « Fruit du Sud » a produit 50 000 unités. Cette production augmente régulièrement. Le nombre d'unités produites pour l'année (2000 + n)est donné par :

$$u_n = 50\,000 \times (1{,}07)^{n-1}$$

1. Calculer la production en 2002, puis en 2008.

2. Montrer que la suite de terme général u_n est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

3. Déterminer la plus petite valeur de l'entier n pour laquelle $u_n > 100\,000$.

4. En déduire l'année au cours de laquelle la production doublera .

EXERCICE 2 : (7 points)

Les confitures précédentes sont contenues dans des pots de verre de forme cylindrique et de volume 192 cm^3.
On estime que, pour ce volume, la quantité de verre Q nécessaire à la fabrication d'un pot varie en fonction de son rayon r selon la relation :

$$Q = 3r^2 + \frac{384}{r}$$

L'objet de l'exercice est de déterminer la valeur du rayon r pour laquelle la quantité Q de verre est minimale puis pour une quantité de verre $Q = 150$.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [2 ; 6] par :

$$f(x) = 3x^2 + \frac{384}{x}.$$

Avec les notations précédentes, on a : $Q = f(r)$.

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.

2. **a)** Développer l'expression $6(x-4)(x^2+4x+16)$.

b) Montrer que $f'(x)$ peut s'écrire sous la forme $f'(x) = \dfrac{6(x-4)(x^2+4x+16)}{x^2}$

3. Sur l'intervalle [2 ; 6], $f'(x)$ est du signe de $x-4$. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [2 ; 6].

4. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [2 ; 6].

5. Déduire de la question précédente la valeur de r pour laquelle la quantité de verre Q est minimale.
   Quelle est alors la valeur de Q correspondante ?

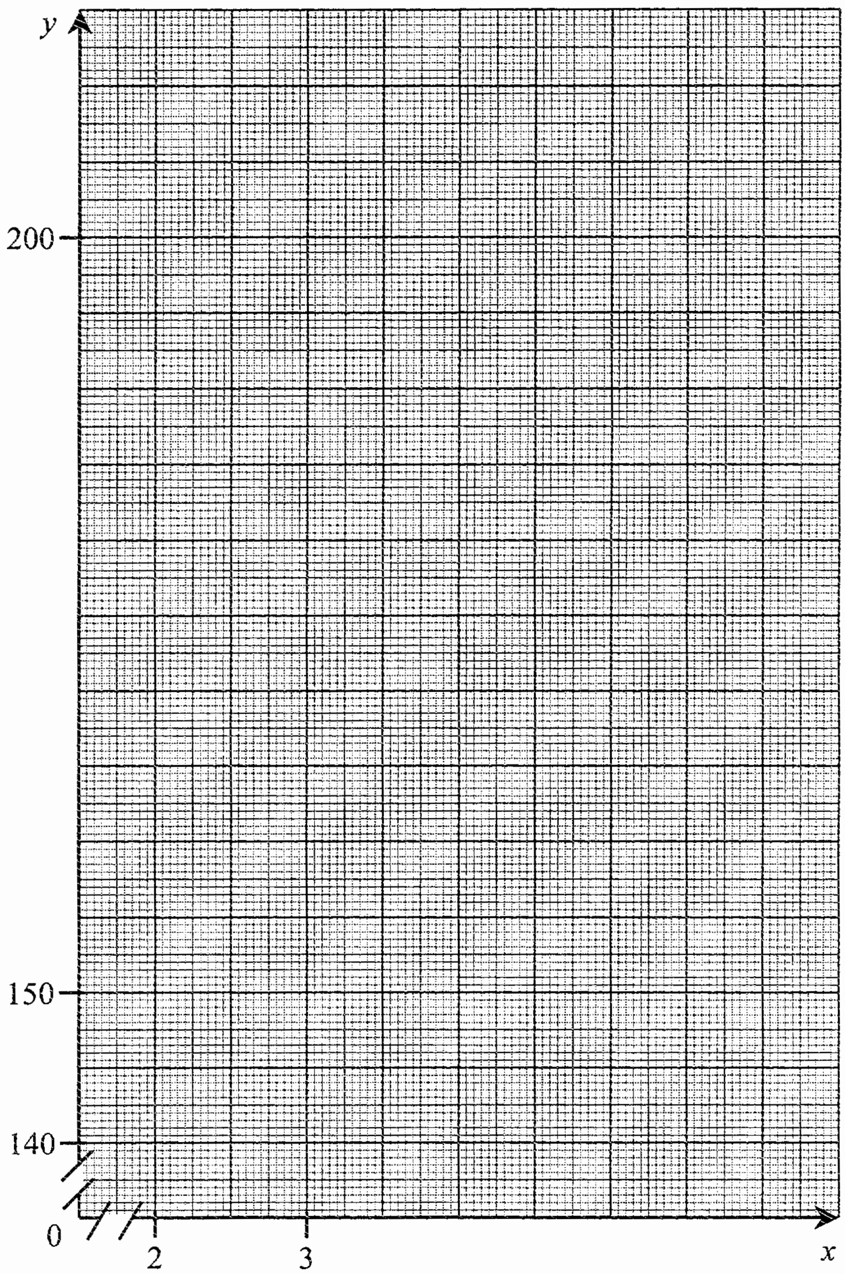
6. **a)** Compléter le tableau de valeurs situé sur la feuille annexe.
   b) Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère situé en annexe.

7. À l'aide de la représentation graphique précédente, déterminer les rayons possibles d'un pot lorsque la quantité de verre utilisée est égale à $Q = 150$.

ANNEXE
À remettre avec la copie

Tableau de valeurs à compléter.

x	2	3	4	5	6
$f(x)$	204	...	...	...	172



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Chimie-Énergétique

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)\,v(x)$	$u'(x)\,v(x)+u(x)\,v'(x)$
$\dfrac{1}{u(x)}$	$-\dfrac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\dfrac{u(x)}{v(x)}$	$\dfrac{u'(x)\,v(x)-u(x)\,v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geqslant 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i-\bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

I. ***Suites arithmétiques***

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \dfrac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \dfrac{1-q^k}{1-q}$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

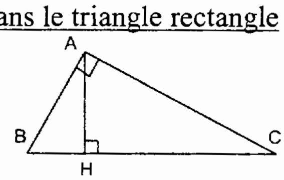
$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0 \qquad y = ke^{ax}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Aires dans le plan

Triangle : $\dfrac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\dfrac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\dfrac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\dfrac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_b^c f(t)\,dt$$

* $\displaystyle\int_a^b (f+g)(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_a^b g(t)\,dt$

* $\displaystyle\int_a^b kf(t)\,dt = k\int_a^b f(t)\,dt$

Sciences Physiques – 7 points

Physique : Photométrie (2,5 points)

Le soleil à midi ne peut être regardé qu'un très bref instant sous peine d'endommager irréversiblement la rétine de l'œil. Une feuille de papier de format A4 (29,7 cm sur 21 cm) placée au soleil à midi est éblouissante. Elle reçoit un éclairement $E = 3,5 \times 10^4$ lux.

1. a) Calculer l'aire S de la surface de la feuille en m².

   b) Calculer la valeur du flux lumineux Φ_ℓ reçu par la feuille.

2. L'efficacité lumineuse relative correspondant à la longueur d'onde moyenne du domaine visible est $V_\lambda = 0,75$. Calculer la valeur du flux énergétique Φ_e, en watt, reçu par S lorsque la valeur du flux lumineux est $\Phi_\ell = 2\,200$ lm. Arrondir à 0,1 près.

3. Le flux énergétique Φ_e reçu par S est de 4,3 W. Calculer la valeur de l'énergie W reçue par la feuille en 300 secondes.

On donne :

$$\Phi_\ell = E \times S \qquad \Phi_e = \frac{\Phi_\ell}{683 \times V_\lambda} \qquad W = \Phi_e \times t$$

Chimie : Dosage (4,5 points)

La vitamine C (ou acide ascorbique) de formule brute $C_6H_8O_6$ est considérée comme un monoacide.

On dissout un comprimé de vitamine C dans un volume de 100 mL d'eau distillée. La solution obtenue est dosée par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $c_b = 0,30$ mol.L^{-1}.

Sur l'annexe 1 est représenté la courbe d'évolution du pH en fonction du volume de soude versé.

1. Déterminer le volume équivalent du dosage par la « méthode des tangentes ».
2. Déterminer graphiquement la valeur du pKa de l'acide ascorbique.
3.
   a) Calculer la concentration molaire de la vitamine C dans la solution dosée. Arrondir à 10^{-3}.

   b) Calculer la masse molaire moléculaire de la vitamine C.

   c) En déduire la concentration massique de la solution. Arrondir le résultat à l'unité.
4. Calculer la masse de vitamine C contenue dans le comprimé dissout.

On donne :

M(H)= 1 g.mol^{-1} M(C)= 12 g.mol^{-1} M(O)= 16 g.mol^{-1}

Annexe 1

À rendre avec la copie

Dosage de la vitamine C par l'hydroxyde de sodium