BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

BIO-INDUSTRIES DE TRANSFORMATION

ÉPREUVE de MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 8 pages.
Les pages 5, 6 et 8 sont à rendre avec votre copie d'examen.

L'usage des instruments de calcul est autorisé conformément à la circulaire 99-186 du 16 novembre 1999

SUJET

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL BIO INDUSTRIES DE TRANSFORMATION	**E1 - SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE**
Session : **2005**	Sous épreuve : B1 Mathématiques et Sciences physiques – U12 Coef : 1,5 Durée : 2 h 00

MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1 : (6 points)

Le tableau suivant donne, dans une population féminine, la moyenne de la tension artérielle maximale en fonction de l'âge.

Âge en années x_i	36	42	48	54	60	66
Tension artérielle y_i	11,8	13,2	14	14,4	15	15,6

1. Dans le repère de l'annexe 1, représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ associé à cette série statistique.
   Unités graphiques :
   - 0,5 cm pour une année,
   - 2 cm pour une unité de tension.

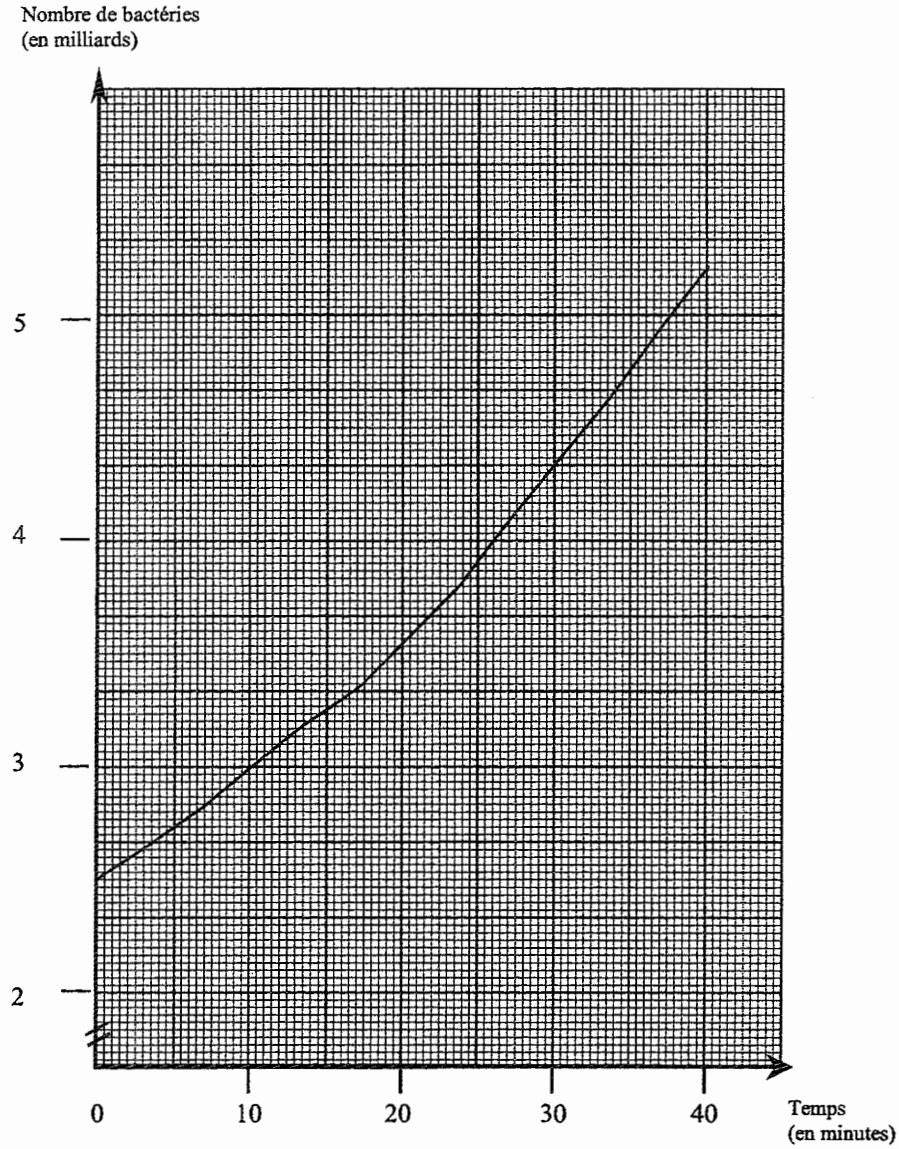
2. On désigne par G le point moyen de ce nuage.
   a) Déterminer les coordonnées du point G.
   b) Placer ce point dans le repère précédent.

3. On prend pour droite d'ajustement de ce nuage la droite (GA) où A est le point de coordonnées (60 ; 15).
   a) Tracer la droite (GA) sur l'annexe 1.
   b) Déterminer l'équation réduite de la droite (GA).

4. On suppose que la droite (GA) traduit la tendance d'évolution.
   Déterminer la tension artérielle maximale susceptible d'être atteinte par une personne de 70 ans, le résultat étant arrondi au dixième.

EXERCICE 2 : (7 points)

On s'intéresse à l'évolution d'une colonie bactérienne. Le document ci-dessous donne une représentation graphique de l'évolution de cette colonie sur une durée d'observation de 40 minutes.



L'allure du graphique incite à chercher une modélisation mathématique sous la forme d'une fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 40] par :

$$f(t) = \mathrm{A}\,\mathrm{e}^{at}$$

où t désigne le temps en minutes, $f(t)$ le nombre de bactéries en milliards, a et A des constantes numériques à déterminer.

1. En utilisant les résultats du tableau suivant :

t	0	40
$f(t)$	2,5	5,2

a) Déterminer la valeur exacte de A.

b) Déterminer la valeur de a arrondie à 10^{-4}.

2. On considère que $f(t) = 2{,}5\ e^{0{,}0183\,t}$.

a) Calculer $f'(t)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.

b) Justifier que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle [0 ; 40].

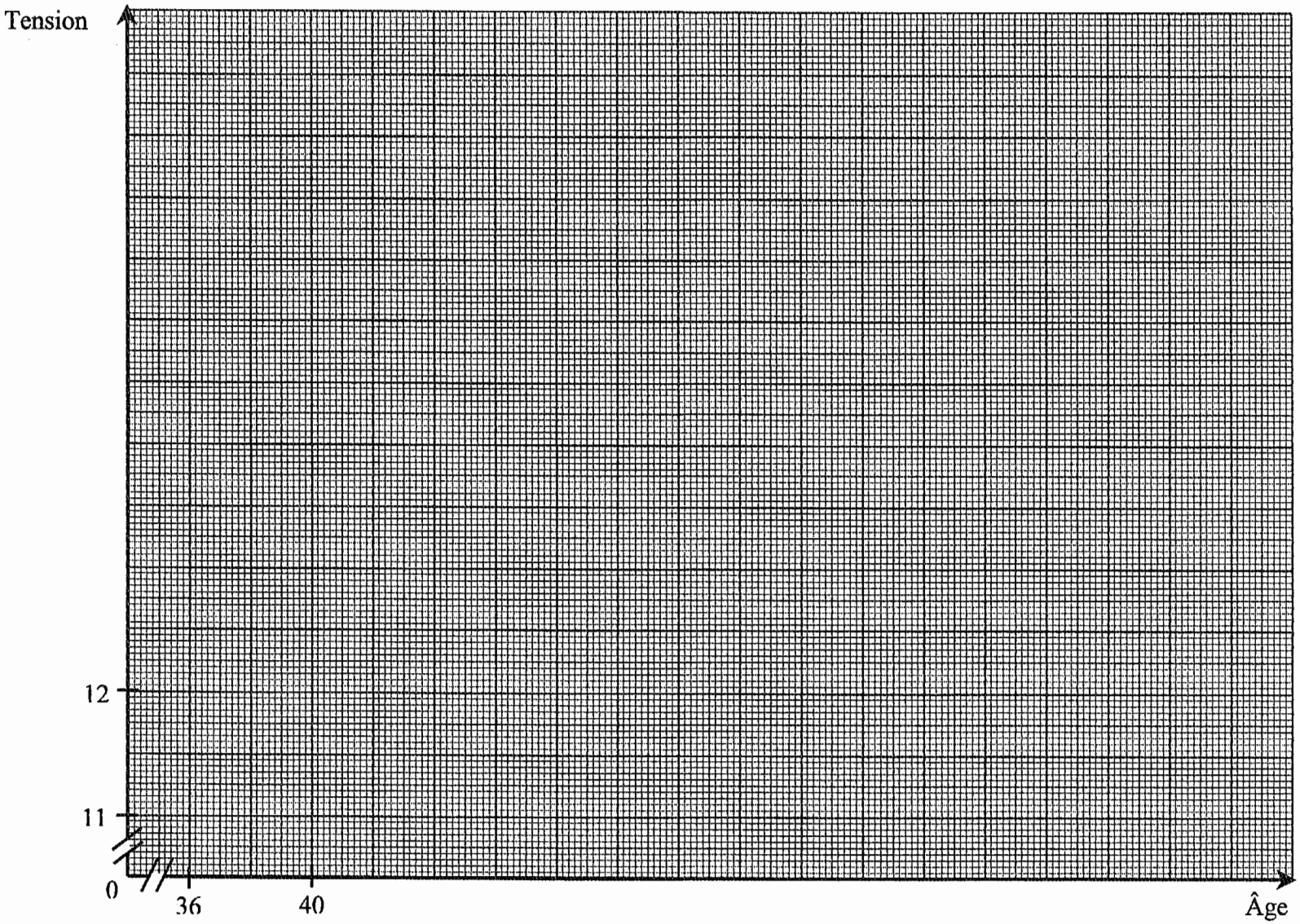
c) Compléter le tableau de valeurs situé sur l'annexe 2. Les résultats seront arrondis au dixième.

d) Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère de l'annexe 2.

3. **a)** Calculer le temps en minutes au bout duquel la colonie dépassera 4 milliards de bactéries.

b) Retrouver graphiquement ce résultat. Les traits de construction devront apparaître sur le schéma.

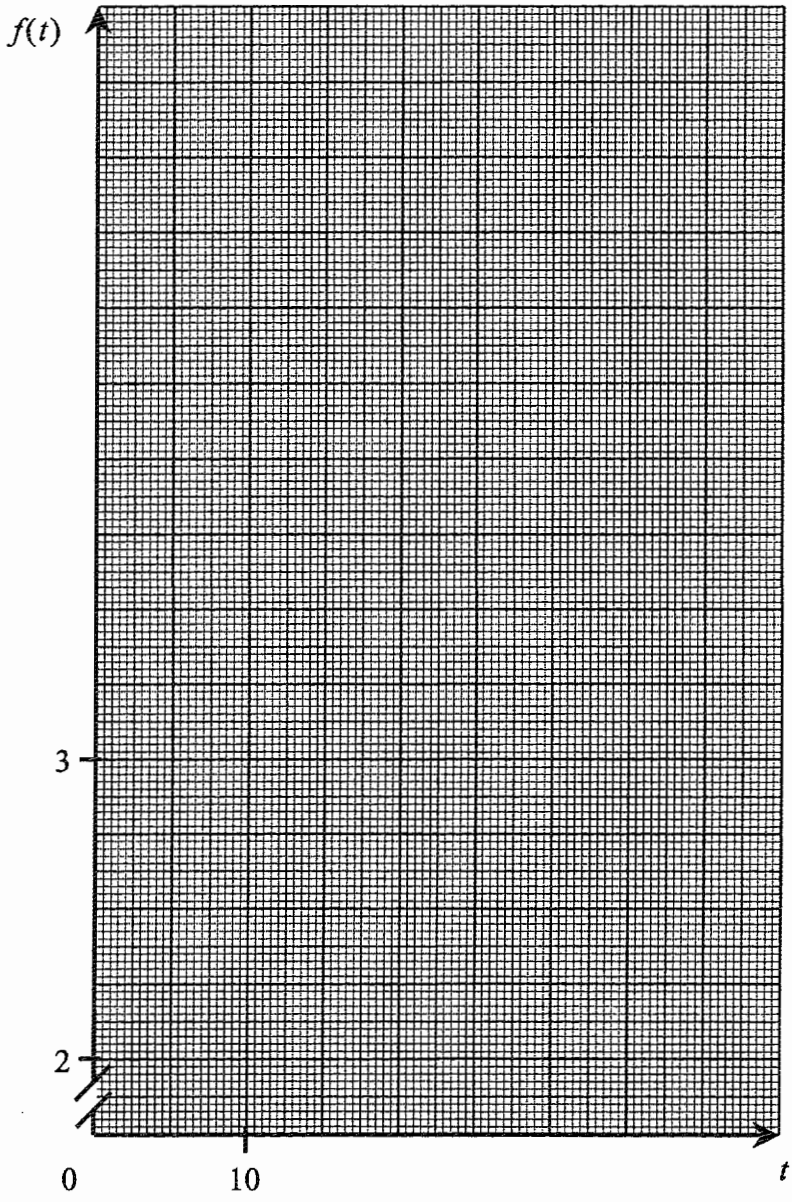
ANNEXE 1 à remettre avec la copie



ANNEXE 2 à remettre avec la copie

Tableau de valeurs :

t	0	10	20	30	40
$f(t)$	2,5				



SCIENCES PHYSIQUES

Exercice 1 **3 points**

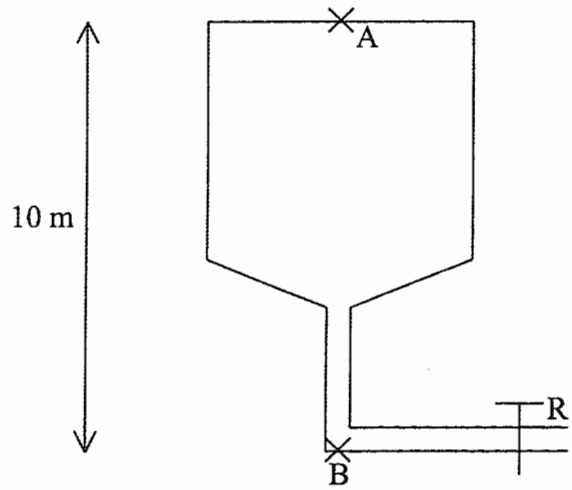
Une entreprise stocke une solution de nettoyage dans une cuve, ouverte à son sommet. La hauteur totale de la cuve est de 10 mètres. On souhaite contrôler la pression en bas de la cuve à l'aide d'un manomètre.

1) Calculer la variation de pression Δp entre les points A et B lorsque la cuve est pleine.
2) Sachant que la pression en A est égale à la pression atmosphérique, calculer la pression absolue en B.
3) En déduire la pression, en pascal, au niveau du robinet R. Convertir ce résultat en bar et arrondir à l'unité.
4) On dispose de trois manomètres :
   - manomètre M_1 : gradué de 0 à 0,5 bar,
   - manomètre M_2 : gradué de 0 à 1,5 bar,
   - manomètre M_3 : gradué de 0 à 10 bar.

   Justifier le choix du manomètre qu'il faut utiliser pour mesurer la pression à la sortie de la cuve.

Données :
Pression atmosphérique : p_{atm} = 1 013 hPa.
Masse volumique de la solution : ρ = 1 015 kg/m^3.
Valeur de la pesanteur : g = 9,81 N/kg

Rappel :
$p_A - p_B = \rho\, g\, (z_A - z_B)$ *ou*
$\Delta p = \rho g\, \Delta h$
$p_{abs} = p_{atm} + \Delta p$
1 mbar $\triangleq$ 1 hPa.



Exercice 2 **4 points**

La solution de nettoyage stockée dans la cuve a un pH mesuré de 13,3.

1) Calculer la concentration molaire en ion H_3O^+.
2) En déduire la concentration molaire en ion HO^-.
3) La concentration massique en hydroxyde de sodium devrait être de 10 g/L. Calculer la concentration molaire en hydroxyde de sodium correspondante.
4) La solution contenue dans la cuve est-elle correctement concentrée ? Que faut-il faire ?

Données :

$[H_3O^+]=10^{-pH}$

$n = \frac{m}{M}$

Masses molaires atomiques :

M(O) = 16 g/mol M(H) = 1 g/mol M(Na) = 23 g/mol

Produit ionique de l'eau :

Ke = 10^{-14} $mol^2.L^{-2}$ à 25°C.

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Chimie-Énergétique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)\,v(x)$	$u'(x)\,v(x)+u(x)\,v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)\,v(x)-u(x)\,v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geqslant 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i-\overline{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

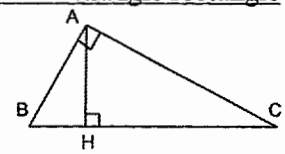
$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0 \qquad y = ke^{ax}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_b^c f(t)\,dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_a^b g(t)\,dt$

* $\int_a^b kf(t)\,dt = k\int_a^b f(t)\,dt$