# BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

## MISE EN ŒUVRE DES MATERIAUX

***Option* : Matériaux Métalliques Moulés**

Domaine E1 – Epreuve Scientifique et Technique

MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures Coefficient : 3

La calculatrice est autorisée.

| |
|---|
| Les documents à rendre avec la copie seront agrafés en bas de la copie par le surveillant sans indication d'identité du candidat. |

Le sujet comporte 9 pages dont :


- Page de garde page 1/9
- Formulaire de Mathématiques page 2/9
- Sujet de Mathématiques pages 3/9 ; 4/9 et 5/9
- Annexes de Mathématiques pages 6/9 et 7/9
- Sujet de Sciences Physiques pages 8/9 et 9/9

# FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
## Maintenance - Productique

| Fonction $f$ | Dérivée $f'$ |
|---|---|
| $f(x)$ | $f'(x)$ |
| $ax+b$ | $a$ |
| $x^2$ | $2x$ |
| $x^3$ | $3x^2$ |
| $\frac{1}{x}$ | $-\frac{1}{x^2}$ |
| $u(x)+v(x)$ | $u'(x)+v'(x)$ |
| $a\,u(x)$ | $a\,u'(x)$ |

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : $u_1$ et raison $r$

Terme de rang $n$ : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des $k$ premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : $u_1$ et raison $q$

Terme de rang $n$ : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des $k$ premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

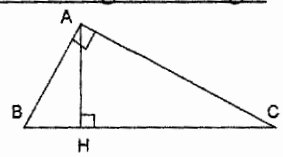
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$




$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$ ; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$ ; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

$R$ : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : $\pi R^2$

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base $B$ et de hauteur $h$ : Volume $Bh$

Sphère de rayon $R$ :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base $B$ et de hauteur $h$ : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

| | |
|---|---|
| $\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$ | $\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$ |
| $\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$ | $\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ |

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$ :

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

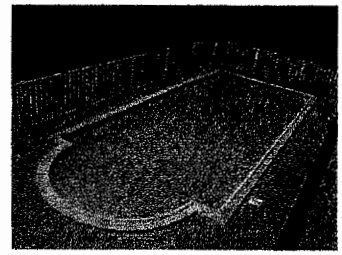
**MATHEMATIQUES (10 points)**

*Les deux exercices sont indépendants.*

## Exercice 1 : Construction d'une barrière (7,5 points)

On étudie un dispositif intervenant dans la sécurisation d'une piscine ; voir la ***photographie***.

Ce dispositif est constitué de **barrières** en aluminium ; voir la ***figure 1***.



***photographie***

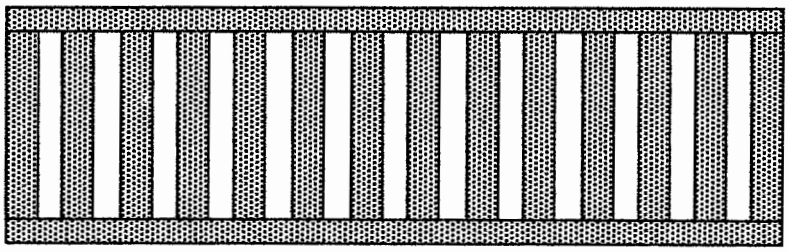


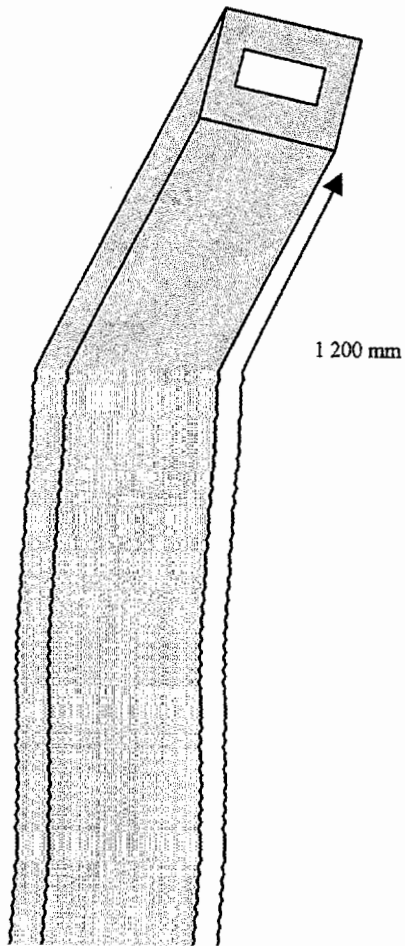
***Figure 1***

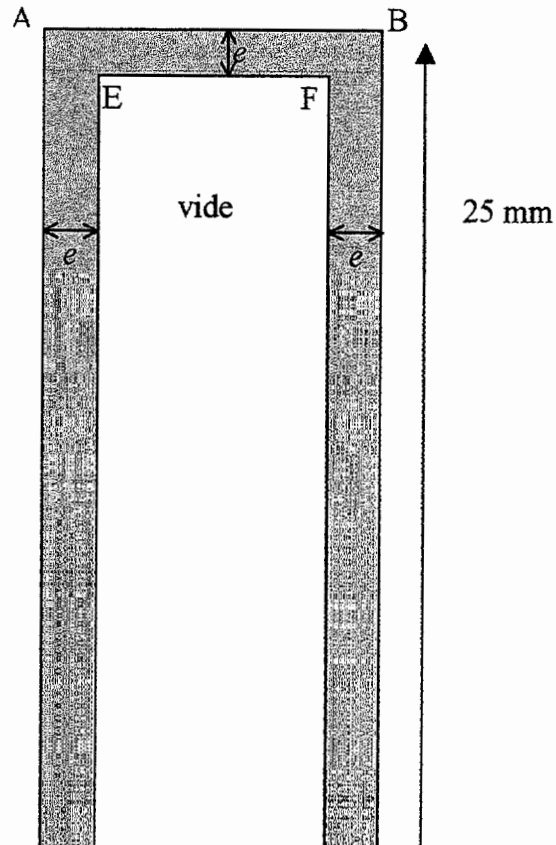
Composition de la barrière :

Nombre de barres verticales : 14
Nombre de barres horizontales : 2
Masse d'une barre horizontale : 600 g

Chaque **barre verticale** a la forme d'un parallélépipède rectangle creux ; voir la ***figure 2.***

On note $e$ l'épaisseur de la barre. La partie grise est constituée en aluminium.



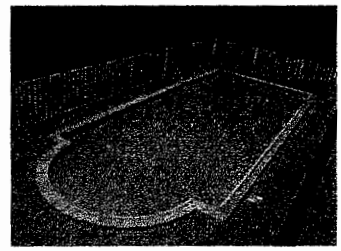
**MATHEMATIQUES (10 points)**

*Les deux exercices sont indépendants.*

## Exercice 1 : Construction d'une barrière (7,5 points)

On étudie un dispositif intervenant dans la sécurisation d'une piscine ; voir la ***photographie***.

Ce dispositif est constitué de **barrières** en aluminium ; voir la ***figure 1***.



***photographie***

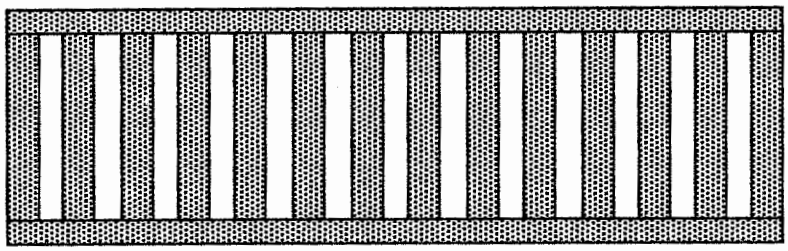


***Figure 1***

Composition de la barrière :

Nombre de barres verticales : 14
Nombre de barres horizontales : 2
Masse d'une barre horizontale : 600 g

Chaque **barre verticale** a la forme d'un parallélépipède rectangle creux ; voir la ***figure 2.***

On note $e$ l'épaisseur de la barre. La partie grise est constituée en aluminium.

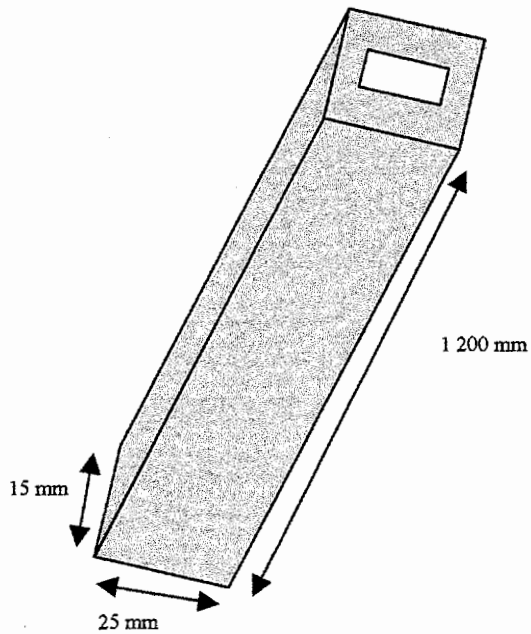



***Figure 2 :***
*Vue en perspective d'une barre verticale.*

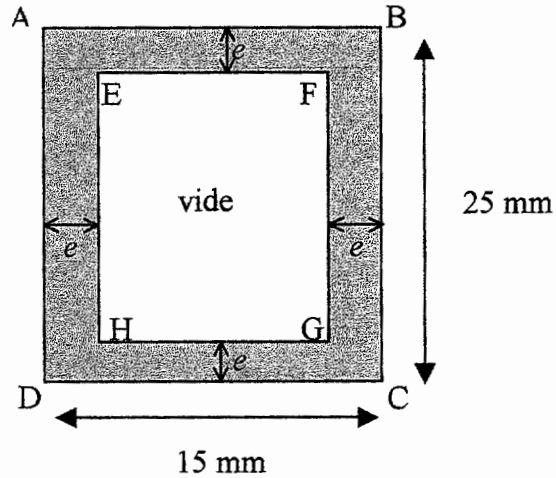



***Figure 3 :***
*Vue de face d'une barre verticale.*

## I. Etude d'une barrière particulière

On considère que les barres verticales ont une épaisseur $e = 2$ mm.

1) Calcul du volume d'une barre verticale.

1-1) Calculer, en mm², l'aire $\mathcal{A}_1$ du rectangle ABCD.

1-2) Calculer, en mm², l'aire $\mathcal{A}_2$ du rectangle EFGH.

1-3) En déduire l'aire $\mathcal{A}$, en mm², de la partie en aluminium de la ***figure 3***.

1-4) Calculer le volume $V$, en mm³, d'une barre. Convertir en dm³.

2) Calcul de la masse d'une barrière.

2-1) Sachant que la masse volumique de l'aluminium est 2,7 kg/dm³, calculer la masse $m$, en gramme, arrondie à l'unité, d'une barre verticale.

2-2) En utilisant les données associées à *la **figure 1***, calculer la masse $M$, en grammes, de la barrière.

## II. Recherche de l'épaisseur d'une barre

On considère une barre d'épaisseur $e$.
Une étude de la résistance de la structure montre que la masse d'une barre verticale doit être inférieure à 350 g. On va déterminer $e$.

1) Etude d'une fonction.

Soit $f$ la fonction définie sur [0 ; 5] par : $f(x) = -12{,}96\,x^2 + 259{,}2\,x$

1-1) Soit $f'$ la fonction dérivée de $f$. Calculer $f'(x)$.
1-2) Résoudre $f'(x) = 0$.
1-3) Dans l'**annexe 1 page 6/9**, compléter le tableau de variation de la fonction $f$.
1-4) Dans l'**annexe 1 page 6/9**, compléter le tableau de valeurs de $f(x)$. Arrondir à l'unité.
1-5) Dans le repère de l'**annexe 1 page 6/9**, tracer la courbe représentative C de $f$.
1-6) Résoudre graphiquement $f(x) = 350$ en laissant les traits de construction apparents.

2) Détermination de l'épaisseur des barres verticales.

En appliquant la même démarche que dans la partie I, on obtient que la masse, en grammes, de la barre est donnée par la formule : $m = -12{,}96\,e^2 + 259{,}2\,e$.
Les contraintes de construction imposent $1 \leq e < 3$.

2-1) Placer les points A et B délimitant l'arc de la courbe C utilisable compte tenu des contraintes.

2-2) Déterminer graphiquement dans quel intervalle l'épaisseur doit appartenir pour que la masse soit inférieure ou égale à 350 g.

## Exercice 2 : Etude statistique de la production (2,5 points)

L'entreprise qui fabrique ces barres métalliques a eu quelques difficultés lors de la mise en marche de cette production. L'objectif à atteindre est une production moyenne de 2 500 pièces par semaine. On s'intéresse aux 10 premières semaines de production. Chaque semaine on répertorie le nombre de pièces « bonnes ».
Ces données sont consignées dans le tableau semaine par semaine.

| **Semaines n°** | **Nombre de pièces déclarées « bonnes »** |
|---|---|
| **1** | 1 655 |
| **2** | 1 720 |
| **3** | 1 750 |
| **4** | 1 970 |
| **5** | 2 030 |
| **6** | 2 095 |
| **7** | 2 125 |
| **8** | 2 160 |
| **9** | 2 250 |
| **10** | 2 375 |

Le nuage de points est représenté sur l'**annexe 2 page 7/9**.

1) Soit G le point moyen de coordonnées ( $x_G$ ; $y_G$ ). On donne $x_G = 5{,}5$.
   Montrer que $y_G = 2\,013$. Dans l'**annexe 2 page 7/9**, placer le point G.

2) On prend pour droite d'ajustement de ce nuage la droite ( GA ) où A est le point de coordonnées A (10 ; 2 375). Placer le point A puis tracer la droite (GA) dans l'**annexe 2 page 7/9**.

3) On suppose que la tendance observée sur les dix premières semaines se poursuit.

   En utilisant la droite (GA) et en laissant apparents les traits de construction :

   3-1) déterminer quelle sera la production de la semaine 11 ;

   3-2) déterminer à partir de quel numéro de semaine l'objectif attendu d'une production hebdomadaire de 2 500 pièces sera atteint.

# ANNEXE 1

**(à rendre avec la copie)**

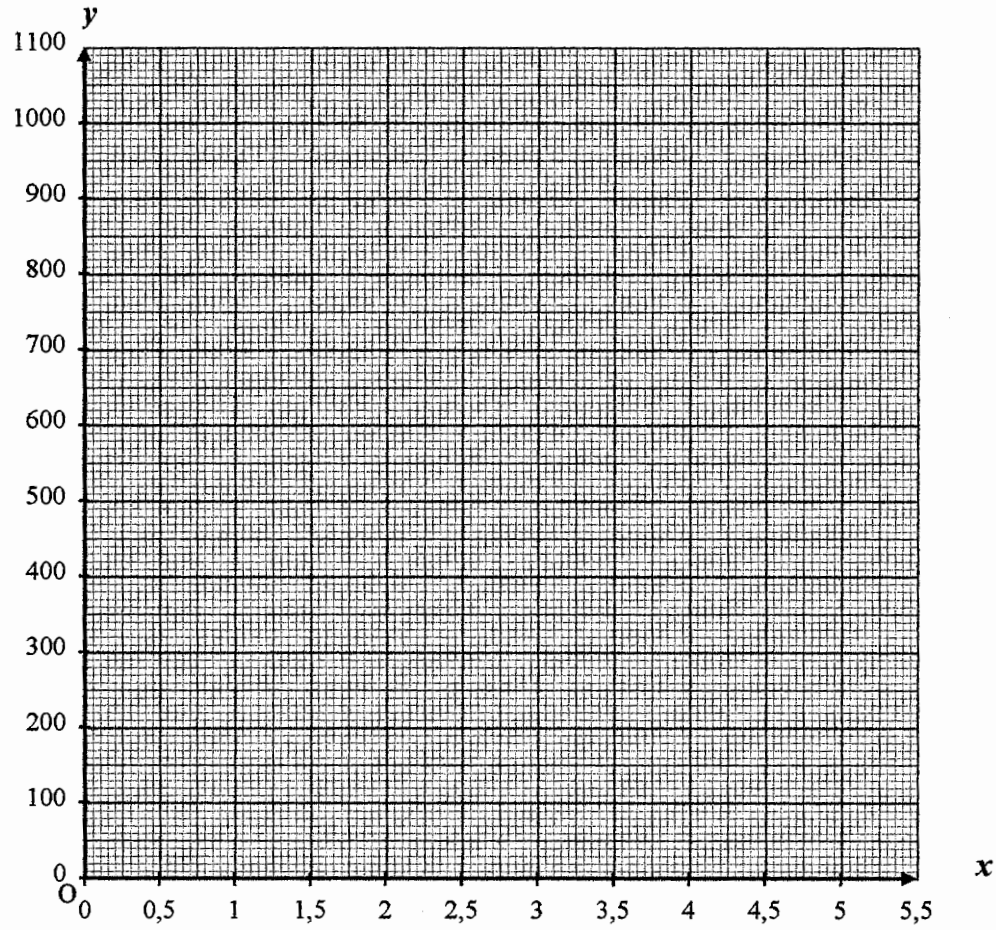
## Tableau de variation

| $x$ | 0 | 5 |
|---|---|---|
| *Signe de* $f'(x)$ | | |
| *Variation de* $f$ | | |

## Tableau de valeurs

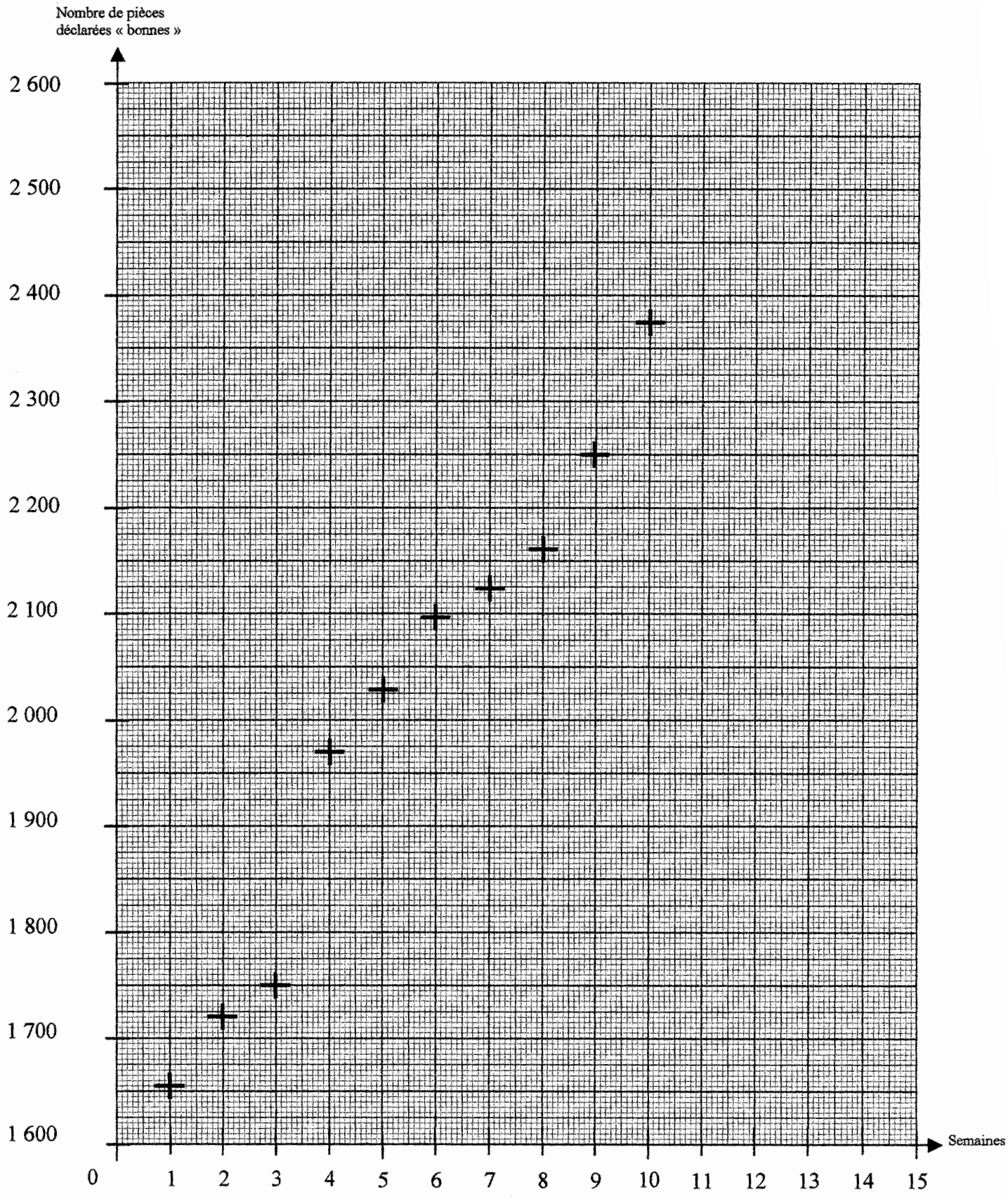
| $x$ | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 | 126 | | | 467 | | | 748 | | 904 | |

## Courbe représentative de la fonction $f$



# ANNEXE 2

**(à rendre avec la copie)**



**SCIENCES PHYSIQUES (10 points)**

*Les trois exercices sont indépendants*

# Exercice 1

Dans un atelier fabriquant les barres aluminium, on fait fondre une masse $m$ d'aluminium de 120 kg jusqu'à 760°C. Cette opération nécessite une quantité de chaleur notée $Q$.

*Données :*

*Capacité thermique massique $c_s$ de l'aluminium solide,*
*Capacité thermique massique $c_l$ de l'aluminium liquide : on prendra $c_s \simeq c_l \simeq 900$ J/kg.°C*
*Chaleur latente de fusion $L$ de l'aluminium : 404 000 J/kg*
*Température $\theta$ de fusion de l'aluminium : 660 °C*
*Température $\theta$ de l'atelier : 25 °C*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Formulaire :* | $Q = m\,c\,(\theta_f - \theta_i)$ | $Q = m\,L$ | $P = \frac{Q}{t}$ |

1.1) Calculer la quantité de chaleur $Q_1$ qu'il faut fournir pour porter l'aluminium à sa température de fusion sachant que sa température initiale est celle de l'atelier.
1.2) Calculer la quantité de chaleur $Q_2$ qu'il faut fournir pour passer l'aluminium de l'état solide à l'état liquide.
1.3) Calculer la quantité de chaleur $Q_3$ qu'il faut fournir pour amener la température de l'aluminium liquide à 760 °C.
1.4) En déduire la quantité de chaleur totale $Q$ qui a été nécessaire pour passer de l'aluminium solide à 25°C à l'aluminium liquide à 760 °C.
2) En admettant que $Q$ = 128 MJ et que la puissance du four est $P$ = 80 kW, calculer, en secondes, le temps $t$ nécessaire à la réalisation de l'opération complète.

# Exercice 2

Pour désinfecter la piscine, on utilise de l'hypochlorite de sodium de formule *NaClO*.
On dissout 372 g de ce composé dans la piscine contenant 50 m$^3$ d'eau.
Ce composé se dissout dans l'eau selon l'équation : $NaClO \longrightarrow Na^+ + ClO^-$

*Données :*

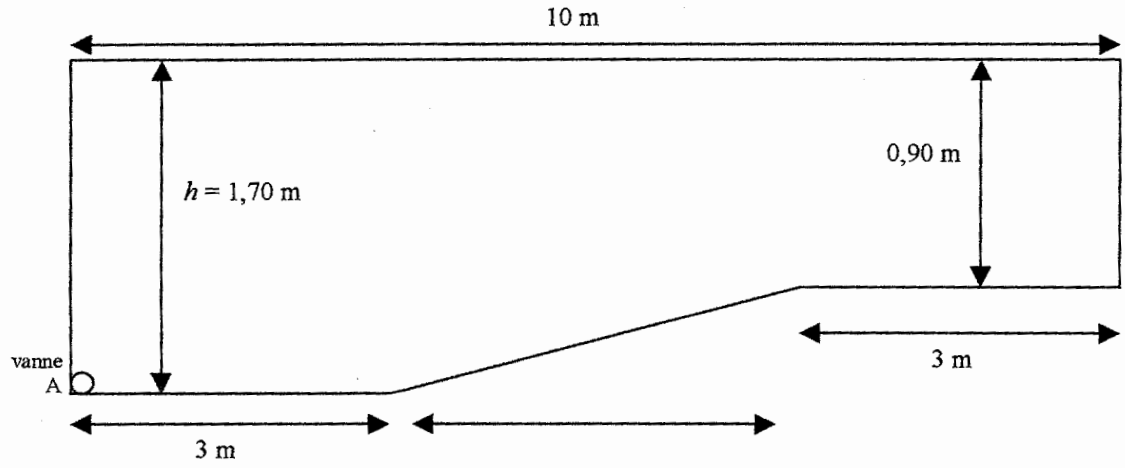
$M(Na) = 23$ g/mol ; $M(Cl) = 35{,}5$ g/mol ; $M(O) = 16$ g/mol.

| | | |
|---|---|---|
| *Formulaire :* | $n = \frac{m}{M}$ | $c = \frac{n}{V}$ |

2.1) Calculer, en g/mol, la masse molaire moléculaire $M$ de l'hypochlorite de sodium.
2.2) Calculer le nombre de moles $n$ contenu dans 372 g d'hypochlorite de sodium.
2.3) Calculer, en mol/L, la concentration molaire $c$ de l'hypochlorite de sodium dans l'eau de cette piscine.
2.4) En déduire la concentration, en mol/L, en ions hypochlorite [ $ClO^-$ ].

# Exercice 3

La piscine est rectangulaire de longueur 10 m et de largeur 3 m.
La profondeur varie comme sur le schéma ci-dessous.




*Données :*
*Pression atmosphérique :* $P_{atm} = 1{,}013 \times 10^5$ *Pa*
*Intensité de pesanteur :* $g = 10$ *N/kg*
*Masse volumique de l'eau :* $\rho = 1\,000$ *kg/m³*

| | | |
|---|---|---|
| *Formulaire :* | $P_A - P_{atm} = \rho\, g\, h$ | $F = P \times S$ |

1.1) Quelle est la pression $\boldsymbol{P_o}$ au niveau de la surface de contact entre l'eau et l'air ?

1.2) Calculer la pression $\boldsymbol{P_A}$ à la profondeur maximale 1,70 m.

2) A la profondeur 1,70 m, il y a une vanne qui permet de vider l'eau de cette piscine.

2.1) La section de cette vanne est circulaire de diamètre 3 cm. Calculer, en m², la surface $\boldsymbol{S}$ de la section de la vanne. Arrondir le résultat à 0,0001.

2.2) En tenant compte uniquement de la pression exercée par l'eau, calculer l'intensité $F$ de la force pressante exercée sur la surface $S$ de la vanne. On prendra S = 0,0007 m².
Arrondir le résultat à l'unité.