BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
AMENAGEMENT FINITION

DUREE : 2 heures **COEFFICIENT : 2**

E1 : EPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS EPREUVE B1 :
MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante (réf. Circulaire n°99-186 du 16/11/1999)

Ce sujet comporte 6 pages dont 1annexe et 1 formulaire de mathématiques

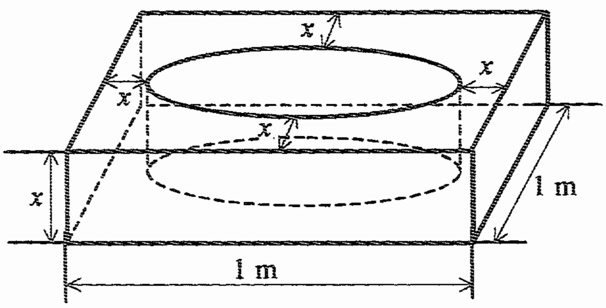
Seule l'annexe est à rendre avec la copie

MATHEMATIQUES (15 points)

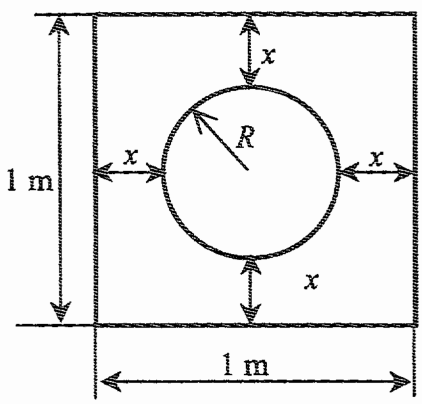
Exercice 1 : (11 points)

La municipalité d'une ville souhaite aménager une fontaine dans un jardin public. Cette fontaine est formée d'un réservoir centré dans un socle de section carrée d'un mètre de côté.
Le réservoir est un cylindre, son rayon R varie avec les dimensions du socle comme indiqué sur le schéma. Les cotes sont exprimées en mètres.

Vue en perspective



Vue de dessus



Les parties 1 et 2 peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie 1 : Expression du volume du réservoir

1.1.1. Exprimer le rayon R du cylindre en fonction de x.

1.1.2. Exprimer l'aire, notée $A(x)$ de la base du cylindre en fonction de x.

1.1.3. En déduire, en fonction de x, l'expression du volume du réservoir, noté $V(x)$.

Partie 2 : Étude de fonction

On considère la fonction f définie sur $[0,1 ; 0,5]$ par $f(x) = x^3 - x^2 + 0,25\,x$.
1.2.1. Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.
1.2.2. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$, donner les valeurs exactes des solutions x_1 et x_2.
1.2.3. Dans la suite, on considère que $x_1 = 0,17$ et $x_2 = 0,5$.
Compléter le tableau de signes de **l'annexe page 4/5.**

1.2.4. Déterminer les valeurs exactes de $f(0,1)$ et $f(0,5)$, puis la valeur approchée de $f(0,17)$ arrondie à 10^{-4}. Compléter le tableau de variation de la fonction f sur **l'annexe.**

Partie 3 : Exploitation des résultats

On considère que le volume, en litres, du réservoir est donné par la formule suivante :

$$V(x) = 1\,000\,\pi\, f(x) \qquad \text{pour tout } x \text{ appartenant à l'intervalle } [0,1 ; 0,4].$$

1.3.1. Calculer, en litres, la valeur maximale du volume du réservoir. Arrondir à l'unité.

1.3.2. Calculer, en mètres, les dimensions du réservoir cylindrique correspondant au volume maximal.

1.3.3. Déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles le volume du réservoir est supérieur à 55 L. Répondre sous forme d'intervalle et laisser apparents les traits utiles à la lecture.

Exercice 2 : (4 points)

Pour financer la construction de deux autres fontaines identiques, la mairie contracte un emprunt de 50 000 € sur 10 ans. Pour le remboursement, le montant de la première annuité est U_1 = 8 950 € et les montants U_1, U_2, ..., U_{10} des 10 annuités sont les termes consécutifs d'une suite géométrique de raison q = 0,96.

Calculer, en arrondissant au centime :

2.1. Le montant de la deuxième annuité.

2.2. Le montant de la dernière annuité.

2.3. Le montant total du remboursement de l'emprunt.

2.4. Le coût total du crédit, c'est à dire la différence entre le montant total du remboursement et la somme empruntée.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

Exercice 3 : (5 points)

Afin d'obtenir des jets d'eau, le réservoir de chaque fonction est vendu équipé d'une motopompe électrique immergée.
Par mesure de sécurité, cette motopompe est alimentée par un transformateur abaisseur de tension.
La plaque signalétique du transformateur est la suivante :

TRANSFORMATEUR MONOPHASE	
TYPE TS MONO	200 V.A
Pri : 230 V	50/60 Hz
Sec : 24 V	NF EM 7654

3.1. Sous quelle tension est alimenté le primaire ?

3.2. Sous quelle tension est alimentée la motopompe au secondaire ?

3.3. Quel est le rapport de transformation arrondi à 10^{-1} de ce transformateur ?

3.4. On suppose que le transformateur, supposé parfait, fonctionne dans les conditions nominales. Le secondaire du transformateur est traversé par un courant d'intensité efficace I_2. Calculer la valeur efficace de l'intensité I_2. Arrondir le résultat à 10^{-1}.

3.5. Le rendement du moteur est η = 70 %. On considère que la puissance absorbée par le moteur est égale à la puissance nominale du transformateur, disponible au secondaire. Calculer la puissance utile du moteur.

3.6. La carcasse métallique du transformateur doit être reliée à la terre. Justifier pourquoi. Quel appareil doit-on utiliser sur la ligne d'alimentation, conjointement avec la mise à la terre des masses métalliques, pour protéger les personnes contre les contacts directs ? Justifier la réponse.

ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 1 Partie 2

Tableau de signes

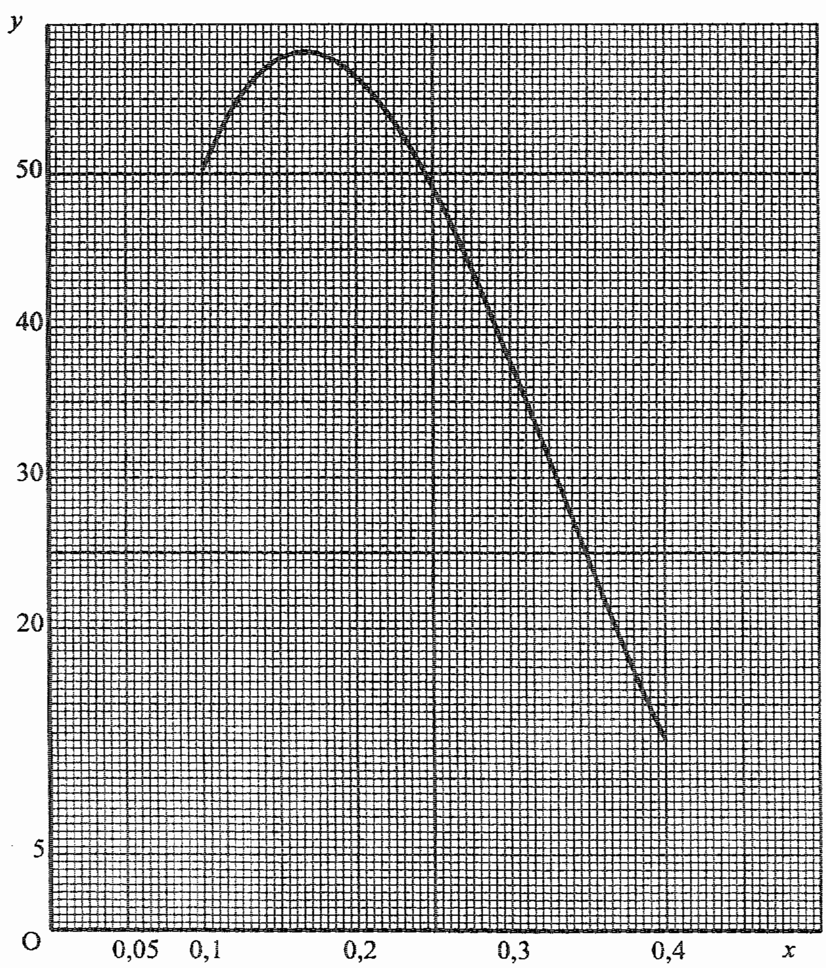
x	0,1 0,17 0,5
Signe de $(x - 0{,}17)$	
Signe de $(x - 0{,}5)$	
Signe de $(x - 0{,}17)\,(x - 0{,}5)$	

Tableau de variation (Exercice 1 Partie 2)

x	0,1 0,5
Signe de $f\,'(x)$	
Variation de f	

Exercice 1 Partie 3

Représentation graphique de la fonction V



FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Aménagement et finition

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b \qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Équation du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geqslant 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad\;\; = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques :

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

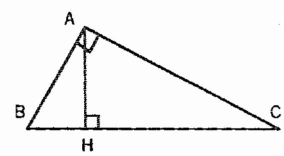
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Écart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume : Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume : $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$ $\qquad$ $\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\qquad$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$: $\vec{v}.\vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \times \cos(\widehat{\vec{v}, \vec{v}'})$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$