Session 2005

BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
PRODUCTIQUE BOIS

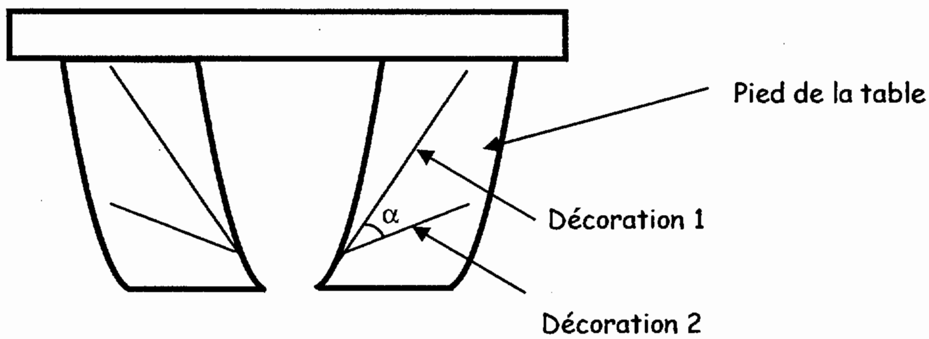
MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Coefficient : 2 **Durée : 2 heures**

L'usage des calculatrices est autorisé dans les conditions prévues par la circulaire 99-186 du 16/11/99

MATHEMATIQUES (15 points)

Un artisan souhaite étudier le tracé d'un pied d'une table basse de salon.



Exercice 1 : Etude du contour et des motifs de décoration (10 points)

I - Tracé du contour du pied de la table

L'objet de cette étude est de tracer une partie du contour du pied.
On se place dans le repère orthonormal de l'annexe.

1- Soient A le point de coordonnées (0 ; 2) et B de coordonnées (3 ; 12,5). Placer ces deux points.

2- Soit f la fonction définie dans l'intervalle [0 ; 3] par :

$$f(x) = x^2 + 0,5x + 2$$

a- Soit f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$.
b- Résoudre l'inéquation $f'(x) > 0$ sur l'intervalle [0 ; 3].
c- Compléter le tableau de variation de f en annexe.
d- Compléter le tableau de valeurs de $f(x)$ en annexe.
e- Tracer la courbe (C_1), représentative de la fonction f, dans le repère de l'annexe.

3- Soit la fonction g définie sur l'intervalle [6 ; 9].
La représentation graphique de g est la courbe (C_2) passant par les points C(9 ; 12,5)et D(6 ; 2) .
La courbe (C_2) est tracée dans le repère de l'annexe.

L'équation de cette courbe est de la forme $y = ax^2 + bx + 35$.
A partir des coordonnées des points C et D, déterminer a et b.

4- Tracer le segment [AD] et le segment [BC].

II - Tracé des motifs de décoration du pied de la table.

1- Soit le point E (0,5 ; 2,5) dans le repère de l'annexe. Montrer que E est sur la courbe (C_1).

2- L'équation de la tangente (T) au point de coordonnées (x_0 ; $f(x_0)$) à la courbe (C_1) est de la forme :

$$y - f(x_0) = f'(x_0)\,(x - x_0).$$

a- Sachant que $f'(0,5) = 1,5$, déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_1) au point E.

b- Soit le point F (7 ; 12,25). Montrer que ce point appartient à la tangente (T).

3- Tracer le segment [EF] qui constitue le motif de la décoration 1.

4- Soit le point G (7 ; 5), Tracer le segment [EG] qui constitue le motif de la décoration 2.

Exercice 2: Etude de la décoration du pied de la table (5 points)

Dans le repère orthonormé de l'annexe, soient les points E(0,5 ; 2,5) et G(7 ; 5).

1- Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$.

2- Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EG}$.

3- Calculer les normes des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$ en donnant les valeurs exactes puis les valeurs approchées à 0,1 près.

4- Déterminer, arrondie au degré, une mesure α de l'angle ($\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{EG}$).

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

Les caractéristiques techniques d'une scie circulaire proposée par un fabricant sont données par :

Caractéristiques de la scie circulaire:	
Diamètre maximum de la lame:	300 mm
Diamètre minimum de la lame :	200 mm
Hauteur de coupe maxi (lame de 300 mm) :	100 mm
Type de lame (non fournie) :	Carbure (K)
Diamètre de l'arbre de la scie :	30 mm
Inclinaison en degrés :	45
Fréquence de rotation de l'arbre de la scie :	4500 tours/min
Dimensions de la table de sciage :	1150x350 mm
Longueur standard du chariot :	1250 mm
Matériau constitutif de la table de sciage :	fonte
Puissance en triphasé :	3 kW
Puissance en monophasé :	2,2 kW

Données :

$\omega = 2\pi N$, — N est la fréquence de rotation (en tours/s).
ω est la vitesse angulaire de rotation (en rad/s).

$Ec = \frac{1}{2} J\omega^2$, — Ec est l'énergie cinétique (en joules)

J est le moment d'inertie (en kg.m²)
ω est la vitesse angulaire de rotation (en rad/s).

$J = \frac{1}{2} mR^2$, — J est le moment d'inertie du disque (en kg.m²)

m est la masse (en kg)
R est le rayon (en mètre).

Le travail W (en joules) du couple de frottements M (en N.m) s'écrit :
$W = M.2.\pi.p$.

1- En vous aidant des caractéristiques de la scie, calculer la vitesse angulaire de rotation ω, de la lame, en rad/s. Arrondir le résultat à l'unité près.
2- La lame de scie circulaire est assimilée à un disque de masse m = 2,6 kg et de diamètre d = 300 mm.
Calculer le moment d'inertie J de cette lame. Arrondir le résultat à 10^{-3} près.
3- On veut étudier le comportement de cette scie suite à une coupure de l'alimentation électrique. A l'instant t_1, la lame tourne à la vitesse ω_1 = 471 rad/s avec un moment d'inertie

J = 0,029 kg.m².

Calculer son énergie cinétique Ec_1 à l'instant t_1. Arrondir au joule près.
4- La lame de scie s'immobilise à l'instant t_2.
Quelle est son énergie cinétique Ec_2 à cet instant t_2 ?
5- Calculer la variation de l'énergie cinétique de la lame de scie entre les instants t_1 et t_2.
6- La décélération de la lame est due à un couple de frottements de moment M=0,02N.m.
Soit p le nombre de tours effectués par la lame de scie entre les instants t_1 et t_2.
Calculer p en utilisant le théorème de l'énergie cinétique. Arrondir p à l'unité près.

ANNEXE
(à rendre avec la copie)

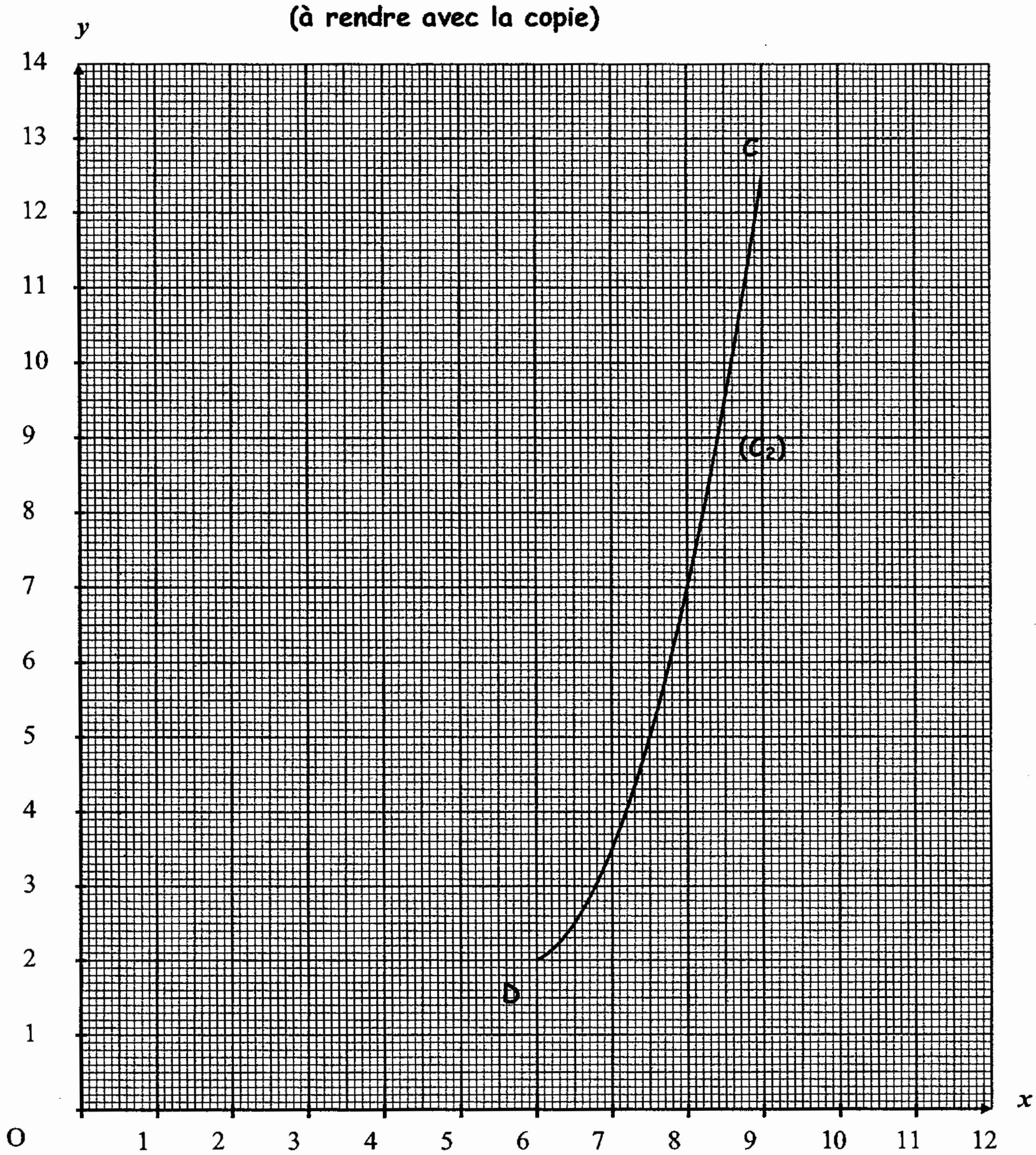


Tableau de variations

x	0	3
Signe de $f'(x)$		
Variations de f		

Tableau de valeurs

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$							

FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance-Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 – BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$a\,x + b$	a
x^2	$2\,x$
x^3	$3\,x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u\,(x) + v\,(x)$	$u\,'(x) + v\,'(x)$
$a\,u\,(x)$	$a\,u\,'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(a\,b) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $a\,x^2 + b\,x + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4\,a\,c$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $a\,x^2 + b\,x + c = a\,(x - x_1)\,(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison : r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)\,r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison : q

Terme de rang n : $u_n = u_1\,q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1\,\frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$ = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i$

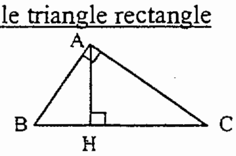
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2\,R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c \cos \widehat{A}$

Aires et plan

Triangle : $\dfrac{1}{2}\,b\,c \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\dfrac{1}{2}\,(B + b)\,h$

Disque : $\pi\,R^2$

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume $B\,h$

Sphère de rayon R :

Aire : $4\,\pi\,R^2$ $\qquad$ Volume : $\dfrac{4}{3}\pi\,R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\dfrac{1}{3}\,B\,h$

Calcul vectoriel dans le plan – dans l'espace

$\vec{v}\cdot\vec{v'} = x\,x' + y\,y'$ $\qquad$ $\vec{v}\cdot\vec{v'} = x\,x' + y\,y' + z\,z'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\qquad$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v}\cdot\vec{v'} = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v'}\| \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v}\cdot\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$