BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Artisanat et métiers d'art

Options : tapissier d'ameublement et ébéniste

EPREUVE E1

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE B1 : MATHÉMATIQUES

Unité 12

Durée: 2 heures **Coefficient : 2,5**

Le dossier est composé de 7 pages :

- le sujet numéroté de la **page 1/7** à la **page 5/7** ;
- une annexe **à joindre à la copie** donnée **page 6/7** ;
- un formulaire de mathématiques donné **page 7/7**.

Exercice 1 : Etude d'un coussin repose pied (16 points)

Une entreprise de tapisserie doit réaliser une série de housses pour **coussin repose pied** de forme ergonomique.
Les schémas ci-dessous représentent un coussin.

Schéma 1 : vue en perspective.

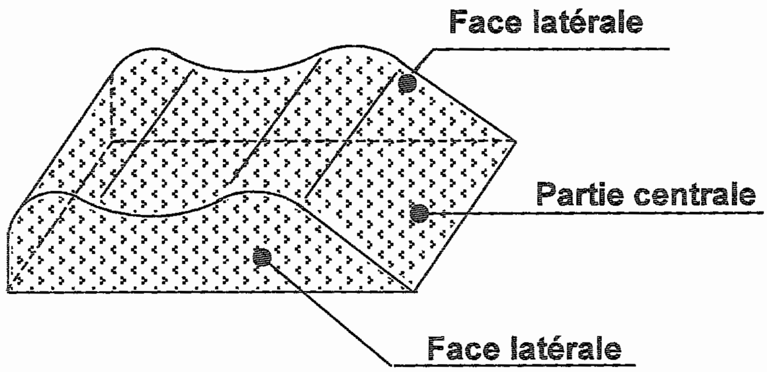
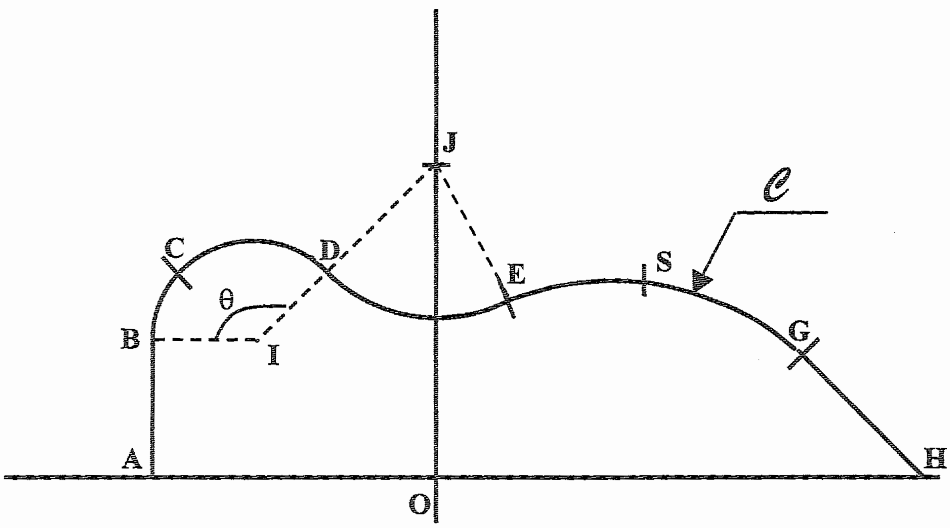


Schéma 2 : vue en coupe d'une face latérale.



L'étude porte sur la réalisation du profil **ABCDEGH** constitué des parties suivantes :

- un segment de droite **[AB]** ;
- un arc de cercle $\overset{\frown}{BCD}$ de centre **I** et de rayon **IB** ;
- un arc de cercle $\overset{\frown}{DE}$ de centre **J** et de rayon **JE** ;
- un arc de courbe $\mathscr{C}$ ayant pour extrémités **E** et **G** ;
- un segment de droite **[GH]**.

Sur l'annexe, page 6/7, à joindre à la copie, le plan est rapporté au repère orthonormal d'unité graphique 0,5 cm.
Les constructions sont à réaliser sur cette annexe.

I - Etude de l'arc de cercle $\overset{\frown}{BCD}$.

On donne les points **A** et **B** de coordonnées respectives : **A** (**−20 ; 0**) et **B** (**− 20 ; 7**).

1 -

a - Placer le point **I** (**−13 ; 7**).

b - Tracer le cercle de centre **I** et de rayon **IB**.

2 -

a - Tracer la droite Δ d'équation $y = 12$.

b - La droite Δ coupe le cercle en deux points **C** et **D**.

L'angle $\widehat{BIC}$ est aigu et l'angle $\widehat{BID}$ est obtus.

Placer les points **C** et **D**.

3 - Les coordonnées des points **C** et **D** vérifient l'équation : $(x+13)^2 + (y-7)^2 = 49$.

a - Pour $y = 12$, montrer que l'équation précédente peut s'écrire : $x^2 + 26x + 145 = 0$.

b - Résoudre l'équation : $x^2 + 26x + 145 = 0$ en donnant les valeurs exactes des solutions.

c - En déduire les valeurs, arrondies au dixième, des abscisses des points **C** et **D**.

4 - Les points **I** et **D** ont pour coordonnées respectives : **I** (**− 13 ; 7**) et **D** (**− 8,1 ; 12**).

a - Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{ID}$.

b - Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{ID}$.

c - Calculer la norme $\left\|\overrightarrow{IB}\right\|$.

d - On note θ la mesure de l'angle $\widehat{BID}$.
Avec un rapporteur, on mesure $\theta = 134°$.
On donne $\left\|\overrightarrow{IB}\right\| = \left\|\overrightarrow{ID}\right\|$.
En utilisant le formulaire et en détaillant les calculs, déterminer une valeur en degré de θ arrondie à l'unité.
La valeur trouvée est - elle en accord avec la valeur mesurée ?

II - Etude de l'arc de cercle $\overset{\frown}{DE}$.

1 - Placer le point **J** de coordonnées (**0 ; 22**).

2 - E est le point de coordonnées (x ; **10**), avec x nombre réel positif.

a- Exprimer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{JE}$ en fonction de x .

b- Calculer la valeur de l'abscisse x sachant que $\left\|\overrightarrow{JE}\right\| = 13$.

Donner le détails des calculs réalisés.

3 - Sur **l'annexe page 6/7 :**

a - Placer le point **E (5 ; 10)**.

b - Tracer l'arc de cercle $\overset{\frown}{DE}$ de centre **J** et de rayon **JE**.

III - Etude du profil entre E et H.

1 - Tracé de la courbe $\mathscr{C}$.

Soit f la fonction , de la variable réelle x, définie sur l'intervalle **[5 ; 20]** par :

$$f(x) = -0{,}04\,x^2 + 0{,}8\,x + 7.$$

On appellera $\mathscr{C}$ sa représentation graphique.
On note $f\,'$ la fonction dérivée de la fonction f.

a - Ecrire l'expression donnant $f\,'(x)$.

b - Pour quelle valeur de x a-t-on $f\,'(x) = 0$?

c - Etablir le tableau de variation de la fonction f.

d - Justifier que le point **S** de coordonnées (**10 ; 11**) est le sommet de la courbe $\mathscr{C}$.

e - Sur l'annexe, **page 6/7**, compléter le tableau de valeurs (arrondies au dixième).

f - Sur l'annexe, **page 6/7**, tracer la courbe $\mathscr{C}$.

2 - Tracé du segment de droite [GH]

Soit **H** le point de coordonnées (**28,75 ; 0**) et **G** le point de coordonnées (**20 ; 7**).

a - Tracer le segment de droite **[GH]**.

b - Calculer le coefficient directeur de la droite (**GH**).

3 - Etude du raccordement au point G.

a - Calculer $f\,'(20)$.

b - Justifier que la tangente (**T**) à la courbe $\mathscr{C}$ en **G** et la droite (**GH**) sont confondues.

Exercice 2 : Etude d'un prix moyen (4 points)

Pour réaliser la production de plusieurs séries de housses de coussins, on a acheté des coupons de tissu de qualité, de couleurs et de longueurs différentes

Le tableau ci-dessous représente les différentes longueurs achetées et le prix au mètre correspondant :

Longueur (**en mètre**)	4	8	11	15
Prix au mètre (**en euro**)	32	30	28	25

1 - Calculer, **en euro**, le prix moyen $\overline{x_1}$ du mètre de tissu, (**arrondi à 0,01 euro**), résultant de l'achat des différents coupons.

2 - Une commande supplémentaire impose l'achat de **10 m** de tissu à **31 € le mètre**.

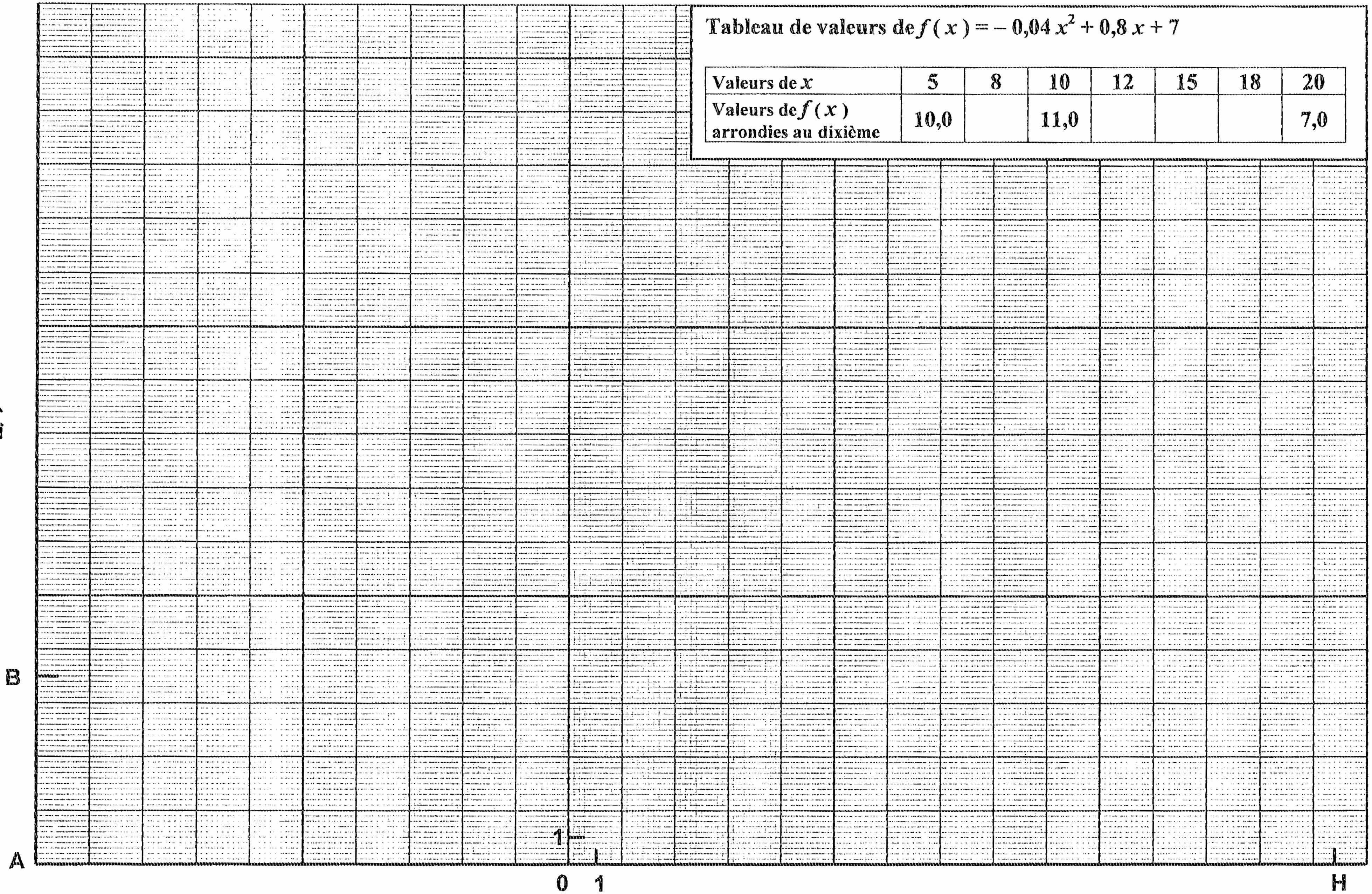
a - Calculer, **en euro**, le nouveau prix moyen $\overline{x_2}$ (**arrondi à 0,01 euro**), résultant de l'ensemble des achats.

b - Calculer, **en pourcentage**, par rapport à $\overline{x_1}$ l'augmentation subie par le prix moyen. Arrondir le résultat au dixième.

ANNEXE à joindre à votre copie

Tableau de valeurs de $f(x) = -0{,}04\,x^2 + 0{,}8\,x + 7$

Valeurs de x	5	8	10	12	15	18	20
Valeurs de $f(x)$ arrondies au dixième	10,0		11,0				7,0



Fonction f — Dérivée f'

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$au(x)$	$au'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré : $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suite arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r
Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$
Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suite géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q
Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$
Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$
$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$
$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$
$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

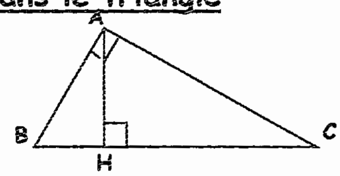
Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle



$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\quad \cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\quad \tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

- Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh
- Sphère de rayon R :

  Aire $= 4\pi R^2$ $\qquad$ Volume $= \frac{4}{3}\pi R^3$

- Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $= \frac{1}{3}$ Bh

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy'$ $\qquad \vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$ $\qquad \|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$ $\qquad \vec{v}.\vec{v'} = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v'}\| \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v}.\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$