BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

MAINTENANCE DE SYSTÈMES MÉCANIQUES AUTOMATISÉS

- Session 2005 -

***

Épreuve E 1
Scientifique et Technique

Sous-Épreuve B 1 – Unité U 12 –

Mathématiques et Sciences Physiques

Coefficient : 2

Durée : 2 heures

Remarque :

* *La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction seront prises en compte à la correction.*

* *L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.*

* *L'usage du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.*

MATHÉMATIQUES : (15 points)

Les deux exercices sont indépendants.

Une société spécialisée dans le découpage au laser réalise des pièces ayant la forme de la figure1 :

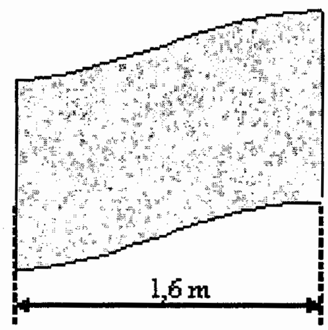


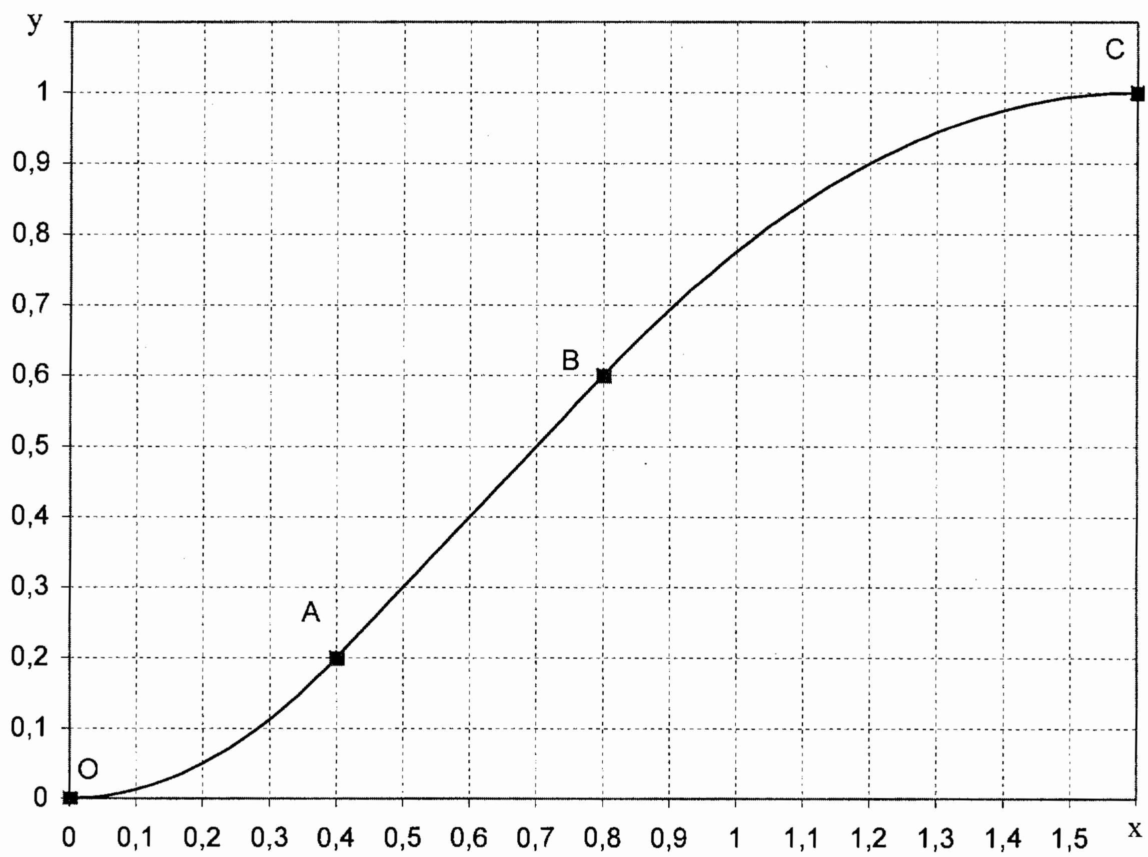
Fig. 1 : schéma de la forme de la pièce

EXERCICE 1 : 12 POINTS — ÉTUDE DU PROFIL DE LA PIÈCE

On se propose d'étudier deux modèles mathématiques pour le profil.

PARTIE A : ÉTUDE DU PREMIER MODÈLE

Le profil de la pièce est représenté dans le repère orthonormal ci-dessous :



Dans le repère précédent, les coordonnées des points A, B, C sont respectivement :

A (0,4 ; 0,2) , B (0,8 ; 0,6) et C (1,6 ; 1).

Ce profil est constitué de 3 parties :

- un arc de parabole $\overset{\frown}{OA}$ de sommet O et d'axe $[Oy)$,
- un segment de droite [AB],
- un arc de parabole $\overset{\frown}{BC}$ de sommet C et d'axe parallèle à $[Oy)$ passant par C.

1 - L'arc $\overset{\frown}{OA}$ est la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 0,4] par :

$$f(x) = \frac{5}{4}x^2$$

En utilisant les coordonnées du point A, montrer que ce point A appartient effectivement à la courbe représentative de la fonction f.

2 - Soit f' la fonction dérivée de f.

a) Calculer $f'(x)$.

b) Calculer $f'(0,4)$.

3 - Calculer le coefficient directeur de la droite (AB).

4 -

a) Comparer le coefficient directeur de la droite (AB) et $f'(0,4)$.

b) Interpréter graphiquement ce résultat.

5 - On suppose que l'arc de parabole $\overset{\frown}{BC}$ a une équation de la forme : $y = -\frac{5}{8}x^2 + bx + c$

Les coordonnées des points B et C vérifient cette équation, on obtient alors le système suivant :

$$\begin{cases} 0,8b + c = 1 \\ 1,6b + c = 2,6 \end{cases}$$

En résolvant ce système, montrer que $b = 2$ et $c = -0,6$.

6 - Soit la fonction g définie sur l'intervalle [0,8 ; 1,6] par : $g(x) = -\frac{5}{8}x^2 + 2x - 0,6$

a) Soit g' la fonction dérivée de g, calculer $g'(x)$.

b) Calculer $g'(0,8)$.

c) Montrer que la droite (AB) est tangente en B à l'arc $\overset{\frown}{BC}$.

PARTIE B : ÉTUDE DU DEUXIÈME MODÈLE

Un logiciel permet d'obtenir un autre modèle mathématique de ce profil.
Il s'écrit sous la forme d'une fonction h définie sur l'intervalle [0 ; 1,6] par : $h(x) = -0{,}615x^3 + 1{,}3x^2 + 0{,}1x$

1 - Compléter le tableau de valeurs sur l'annexe 1 (à rendre avec la copie).
Les résultats seront arrondis à 0,01.

2 - Tracer la représentation graphique de la fonction h sur le repère de l'annexe 1 (à rendre avec la copie) dans lequel figure déjà la représentation graphique du premier modèle.

PARTIE C : COMPARAISON DES DEUX MODÈLES

1 - Dans le repère de l'annexe 1 (à rendre avec la copie), on a tracé le profil du premier modèle.
Observer la forme du profil de la figure 1, et indiquer si les deux représentations du profil proposées par le premier et le deuxième modèle vous semblent acceptables ?

2 - En imposant comme contrainte, le passage par les points O, A, B et C, indiquer quel est (ou quels sont) les modèles acceptables.

EXERCICE 2 : 3 POINTS — ÉTUDE STATISTIQUE DE LA PRODUCTION

La machine produit des profils dont la longueur, exprimée en mètre, doit être comprise entre 1,575 et 1,625.
Sur un échantillon de 60 profils, on a obtenu les résultats suivants :

Longueur en mètre des profils	Nombre de profils n_i	Centre de classe x_i
[1,575 ; 1,585[	6	1,58
[1,585 ; 1,595[	8	1,59
[1,595 ; 1,605[	13	1,60
[1,605; 1,615[	26	1,61
[1,615 ; 1,625]	7	1,62

1 - On considère que l'effectif de chaque classe est affecté au centre de la classe et on donne les valeurs arrondies : $\Sigma(n_i\, x_i) = 96{,}2$ et $\Sigma(n_i\, x_i^2) = 154{,}249$
En utilisant le formulaire,

a) Calculer la moyenne $\bar{x}$ arrondie à 10^{-3} m de la série statistique.

b) Calculer la variance V et l'écart type σ dont on donnera une valeur arrondie à 10^{-3} m.

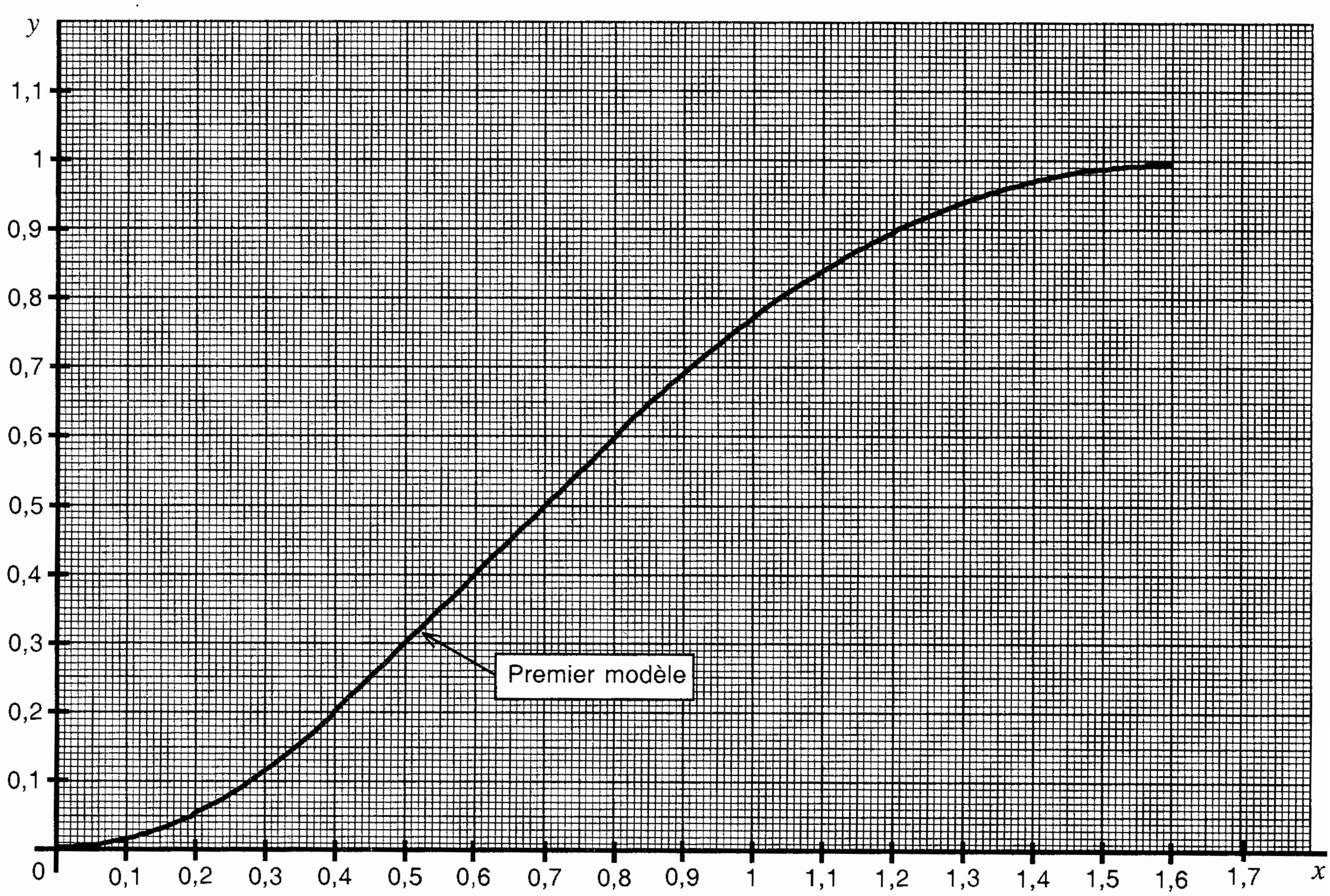
2 - On fait l'hypothèse que dans chaque classe, les longueurs des profils de l'échantillon sont réparties uniformément.
On admet que dans l'intervalle de tolérance $[\bar{x} - \sigma\ ;\ \bar{x} + \sigma]$, le nombre de profils est égal à 39.
La production de la machine est jugée conforme si au moins 95 % des longueurs appartiennent à l'intervalle de tolérance.
La machine nécessite-t-elle une intervention de maintenance ? Justifier la réponse.

ANNEXE 1 (À rendre avec la copie)

Tableau de valeurs de la fonction *h*

x	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,5	1,6
$h(x)$	0		0,21		0,60		0,93		1	0,97

Représentation graphique de la fonction *h*



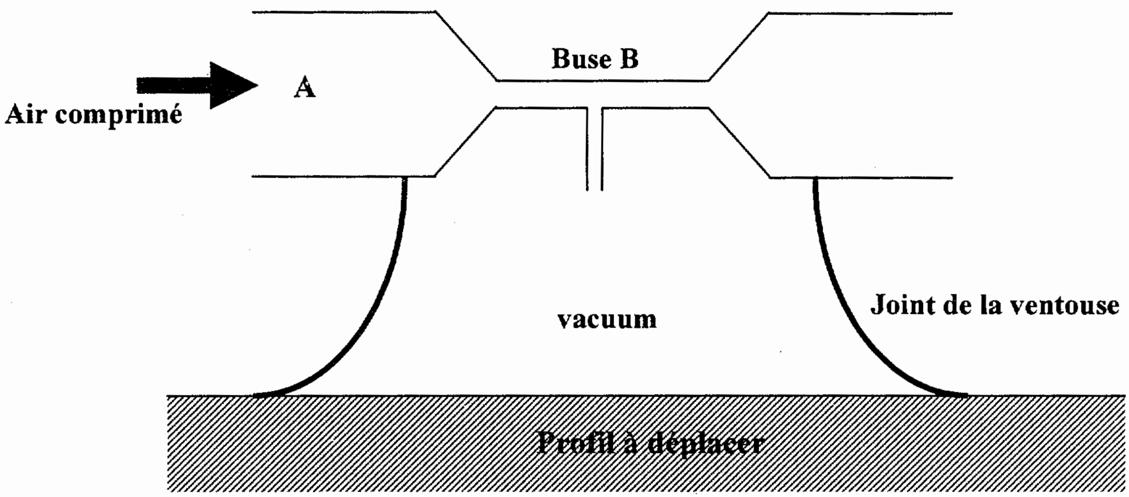
SCIENCES PHYSIQUES : (5 points)

Formulaire :

$p_{atmosphérique} = 1{,}013$ bar
1 bar = 10^5 Pascals
Débit volumique : $q_V = S.v$
Équation de Bernoulli simplifiée : $\frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2$

EXERCICE N° 3 : PRÉHENSION DES PIÈCES

La manipulation des profils est assurée par un robot muni de ventouses à air comprimé qui fonctionnent sur le principe de Venturi.



1 - Le générateur de vide est alimenté par un débit d'air $q_V = 10$ L/min, sous une pression $p_A = 5$ bar

a) Convertir le débit q_V en m^3/s, arrondir le résultat à 10^{-5}.

b) Sachant que l'aire de la section S_B de la buse B vaut 2.10^{-7} m^2, calculer, en m/s, la vitesse v_B d'écoulement de l'air dans la buse B.

2 - a) En utilisant l'équation de Bernoulli simplifiée :

calculer, en pascal, la pression p_B dans la buse B, arrondir le résultat à l'unité ;
on donne : $v_A \approx 0$ m/s (vitesse négligeable par rapport à la vitesse v_B), $p_A = 5$ bar, $v_B = 850$ m/s,
la masse volumique de l'air $\rho = 1{,}3$ kg/m^3 ;

b) les résultats trouvés sont-ils conformes au principe de Venturi ? Justifier la réponse.

3 - La force de préhension de la ventouse est calculée à l'aide de la formule :

$$F = (p_{atmosphérique} - p_B) \times S \quad \text{avec} \begin{cases} S : \text{surface de contact de la ventouse} \\ p_{atmosphérique} : \text{pression atmosphérique} \\ p_B : \text{pression sous la ventouse} \end{cases}$$

Sachant que la surface de contact de la ventouse avec la pièce est 0,08 m², calculer, en newton, l valeur de la force F de préhension.

FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 . q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

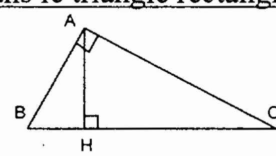
Variance

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$