

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL**O.M.F.M.****Epreuve E1 - Scientifique et Technique****Sous-Épreuve B1 - Mathématiques et Sciences physiques****DURÉE: 2 HEURES****COEFFICIENT: 2**

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Les documents à rendre seront agrafés à la copie sans indication d'identité du candidat.

Les exercices de Mathématiques et de Sciences physiques ne seront pas rédigés sur des copies séparées.

Le sujet comporte 7 pages dont :

1 page de garde

1 page annexe à rendre avec la copie

Barème:

Mathématiques : (15 points)

Exercice 1 : 5 points

Exercice 2 : 6 points

Exercice 3 : 4 points

Sciences Physiques : (5 points)

Exercice 1 : 2,5 points

Exercice 2 : 2,5 points

MATHÉMATIQUES – 15 points

Une presse à injecter permet de réaliser des pièces en polypropylène dont la forme est représentée ci-dessous (schéma 1) :

Schéma 1
(cotes en mm)

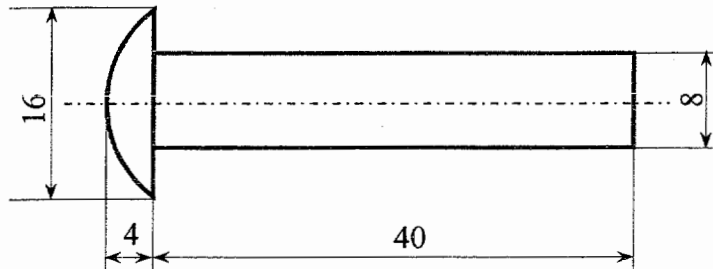
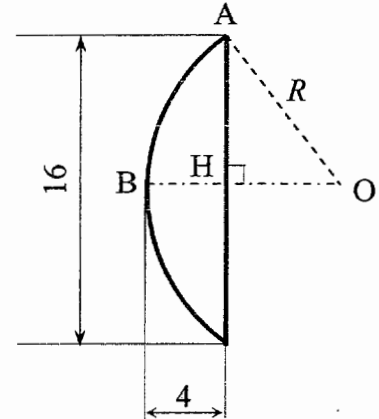


Schéma 2
Agrandissement de la tête de la pièce (cotes



EXERCICE 1 : (5 points)

1. Calcul du rayon de courbure R de la tête de la pièce (schéma 2 ci-dessus).
 - a) Calculer, en mm, la longueur AH.
 - b) Exprimer, en fonction de R , les longueurs OA et OH.
 - c) Ecrire, en fonction de R , la relation de Pythagore dans le triangle rectangle AHO.
 - d) Démontrer que cette relation peut s'écrire sous la forme : $8R = 80$
 - e) Calculer le rayon de courbure R de la tête de la pièce.

2. Calcul du volume et de la masse de la pièce. (Les volumes seront arrondis à $0,01 \text{ cm}^3$ et la masse à $0,1 \text{ g}$).
 - a) Calculer, en cm^3 , le volume du corps cylindrique de la pièce.
 - b) La tête de la pièce est une calotte sphérique d'épaisseur $e = 4 \text{ mm}$ et de rayon $R = 10 \text{ mm}$. Le volume V de la calotte sphérique d'épaisseur e et de rayon R est donné par la relation :

$$V = \frac{\pi e^2 (3R - e)}{3}$$
 Calculer, en cm^3 , le volume de la tête de la pièce.
 - c) Calculer, en cm^3 , le volume total de la pièce.
 - d) Sachant que la masse volumique du polypropylène est $\rho = 0,91 \text{ g/cm}^3$, calculer, en gramme, la masse de cette pièce.

EXERCICE 2 : (6 points)

Avant leur éjection du moule, les pièces en polypropylène sont refroidies pendant une durée de 20 secondes. Durant cette phase de refroidissement, leur température θ , en degré Celsius, est donnée en fonction du temps t , en seconde, par la relation :

$$\theta = 0,3t^2 - 13,8t + 200$$

On considère la fonction f , définie sur l'intervalle $[0 ; 20]$, par :

$$f(x) = 0,3x^2 - 13,8x + 200.$$

Avec les notations précédentes, on a $\theta = f(t)$.

1. Compléter le tableau de valeurs situé sur l'annexe page 4/7 (à rendre avec la copie). Les résultats seront arrondis à l'unité
2. Déterminer la dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 20]$.
3. Calculer le nombre dérivé $f'(0)$ et en déduire le tracé de la droite (T), tangente à la courbe représentative de la fonction f , au point d'abscisse A(0 ; 200) dans le repère de l'annexe page 4/7 (Les traits de constructions devront rester apparents sur le schéma).
4. Construire la courbe représentative de la fonction f dans le repère de l'annexe page 4/7 (à rendre avec la copie).
5. Déterminer graphiquement, la valeur de t , arrondie à la seconde, pour laquelle la température de la pièce atteint 50 °C. (Laisser apparents les traits utiles à la lecture).

EXERCICE 3 : (4 points)

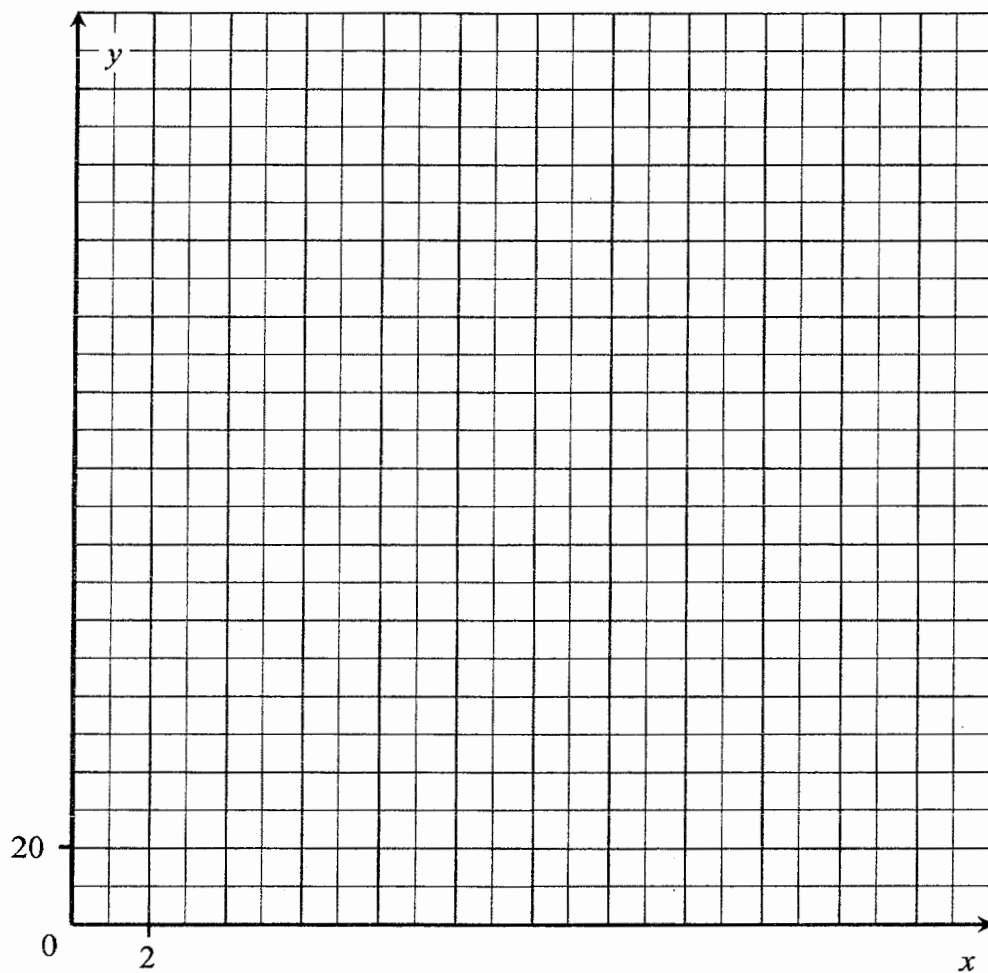
Afin de vérifier si la presse à injecter doit faire l'objet d'une opération de maintenance, on prélève un échantillon de 100 pièces sur lesquelles on contrôle la longueur x du corps cylindrique. Les résultats obtenus, mesures arrondies à 1 mm, sont donnés dans le tableau suivant :

Longueur x_i (mm)	39,7	39,8	39,9	40,0	40,1	40,2
Effectifs : n_i	5	13	28	31	16	7

1. Déterminer les valeurs, arrondies à 0,01 mm, de la longueur moyenne \bar{x} des pièces et de l'écart-type σ de la série statistique.
2. La presse est bien réglée si 80 % des pièces ont une longueur comprise dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$.
 - a) Calculer les valeurs de $\bar{x} - \sigma$ et $\bar{x} + \sigma$. Les résultats seront arrondis à 0,1.
 - b) On suppose que $\bar{x} - \sigma = 39,8$ et $\bar{x} + \sigma = 40,1$.
A partir du tableau, déterminer le nombre de pièces dont la longueur appartient à l'intervalle $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$. En déduire le pourcentage correspondant.
 - c) La presse est-elle bien réglée ? Justifier.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

x	0	2	5	8	10	12	15	20
$f(x)$		174		109		78		44



EXERCICE 1 : (2,5 points)

La presse à injecter est reliée à une pompe hydraulique qui alimente un vérin simple effet, simple tige, de caractéristiques :

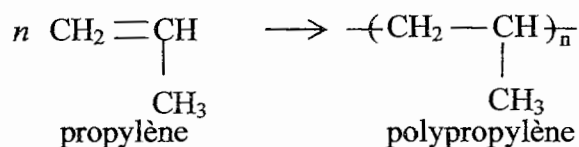
Section du piston : $5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ pression nominale : 70 bar débit volumique : 0,15 L/s

Calculer :

- 1) la vitesse de déplacement du piston,
- 2) la valeur de la force de poussée du vérin (on rappelle : 1 bar = 10^5 Pa),
- 3) la puissance hydraulique fournie par le vérin.

EXERCICE 2 : (2,5 points)

La réaction chimique permettant d'obtenir le polypropylène à partir du propylène se traduit par l'équation-bilan :



- 1) Comment se nomme cette réaction ?
- 2) Ecrire la formule brute du propylène.
- 3) Calculer la masse molaire du propylène.
- 4) Sachant que la masse molaire moyenne du polypropylène $(\text{C}_3\text{H}_6)_n$ est 58,8 kg/mol, calculer la valeur de n qui est le degré de polymérisation.

Données : $M(\text{C}) = 12 \text{ g/mol}$ $M(\text{H}) = 1 \text{ g/mol}$

Fonction f

$$\begin{array}{l} f(x) \\ ax + b \\ x^2 \\ x^3 \\ \frac{1}{x} \\ u(x) + v(x) \\ a u(x) \end{array}$$

Dérivée f'

$$\begin{array}{l} f'(x) \\ a \\ 2x \\ 3x^2 \\ -\frac{1}{x^2} \\ u'(x) + v'(x) \\ a u'(x) \end{array}$$

Logarithme népérien : \ln

$$\begin{array}{l} \ln(ab) = \ln a + \ln b \\ \ln(a/b) = \ln a - \ln b \end{array} \quad \ln(a^n) = n \ln a$$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

$$\text{Si } \Delta \geq 0, \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Trigonométrie

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2\sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

Statistiques

$$\text{Effectif total } N = \sum_{i=1}^p n_i$$

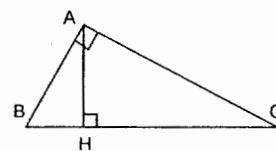
$$\text{Moyenne } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$$

$$\text{Variance } V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$\text{Ecart type } \sigma = \sqrt{V}$$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$



$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}; \quad \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}; \quad \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$\sin \hat{A} \sin \hat{B} \sin \hat{C}$$

R : rayon du cercle circonscrit

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

Aires dans le plan

$$\text{Triangle : } \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

$$\text{Trapèze : } \frac{1}{2} (B + b)h$$

$$\text{Disque : } \pi R^2$$

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

$$\text{Aire : } 4\pi R^2 \quad \text{Volume : } \frac{4}{3} \pi R^3$$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$$\begin{array}{l} \vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' \\ \|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2} \end{array} \quad \begin{array}{l} \vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz' \\ \|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \end{array}$$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0 \text{ si et seulement si } \vec{v} \perp \vec{v}'$$

RÉGIME SINUSOÏDAL MONOPHASÉ

- ◆ Impédance d'un résistor : $Z = R$
- ◆ Impédance d'une bobine parfaite : $Z = L\omega$
- ◆ Impédance d'un condensateur parfait : $Z = \frac{1}{C\omega}$

Pour un circuit série :

- ◆ Facteur de puissance : $\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{P}{S}$

Association R,L $\tan \varphi = \frac{L\omega}{R}$

Association R,C $\tan \varphi = \frac{1}{RC\omega}$

- ◆ Déphasage (en radian) entre deux grandeurs

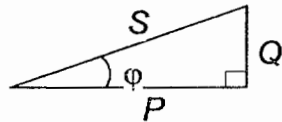
sinusoïdales : $\varphi = 2\pi \frac{\theta}{T}$

(θ est le décalage temporel entre les deux grandeurs)

- ◆ Puissance réactive : $Q = UI \sin \varphi$

- ◆ Puissance apparente : $S = UI$

- ◆ Triangle de puissance :



RÉGIME SINUSOÏDAL TRIPHASÉ

- ◆ Relation entre tension simple et tension composée

(régime équilibré) : $U = V\sqrt{3}$

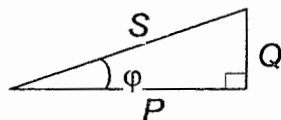
- ◆ Relation entre courant de ligne et courant dans un

récepteur (montage triangle équilibré) : $I = J\sqrt{3}$

- ◆ Puissance réactive : $Q = UI\sqrt{3} \sin \varphi$

- ◆ Puissance apparente : $S = UI\sqrt{3}$

- ◆ Triangle de puissance :



STATIQUE DES FLUIDES

- ◆ $m = \rho V$
- ◆ Principe fondamental de l'hydrostatique : $p_A - p_B = \rho g h$

ÉNERGIE HYDRAULIQUE

- ◆ Débit massique : $Q_m = \frac{m}{t}$
- ◆ Débit volumique : $Q_v = \frac{V}{t} = v S$
- ◆ Équation de conservation des débits : $v_1 S_1 = v_2 S_2$
- ◆ Vitesse de déplacement de la tige d'un vérin : $v = \frac{Q_v}{S}$
- ◆ Puissance hydraulique : $P = \rho Q_v$
- ◆ Puissance mécanique de translation : $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
- ◆ Puissance mécanique de rotation : $P = 2 \pi n M$

OPTIQUE

- ◆ Formule de conjugaison : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$

- ◆ Grandissement : $\gamma = \frac{A'B'}{AB}$

- ◆ Vergence : $C = \frac{1}{f}$

CHIMIE

- ◆ Oxydant + ne- $\xrightleftharpoons[\text{oxydation}]{\text{réduction}}$ réducteur
- ◆ Formule générale des alcanes : $C_n H_{2n+2}$
- ◆ Formule générale des alcènes : $C_n H_{2n}$