BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

AÉRONAUTIQUE

U12 MATHÉMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES

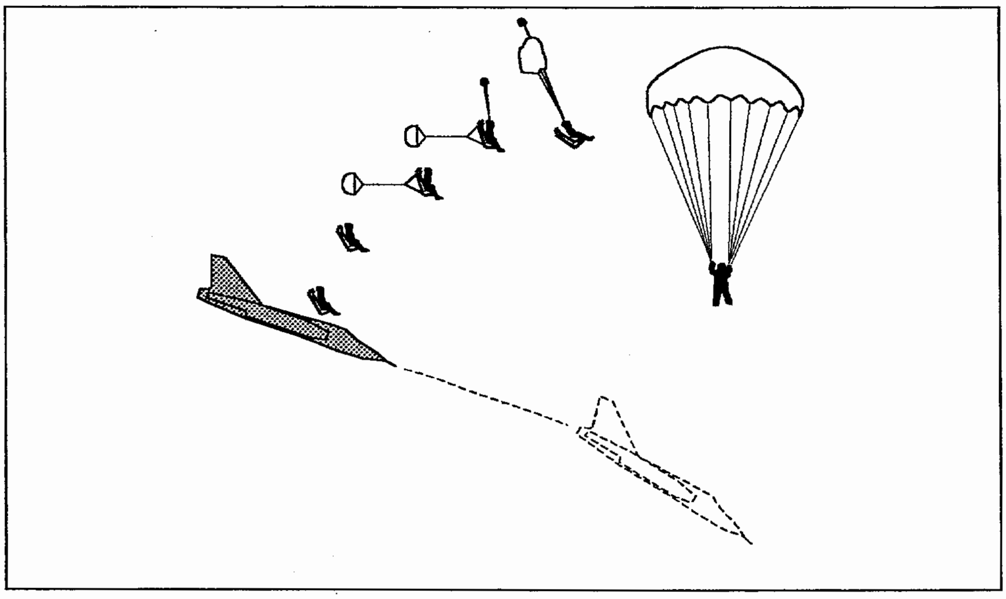
Coefficient : 2 **Durée : 2 heures**

Dans cette épreuve, l'usage des calculatrices est autorisé dans les conditions définies par la circulaire 99-186 du 16/11/99.

MATHÉMATIQUES (15 points)

L'utilisation des sièges éjectables a permis d'augmenter les chances de survie d'un pilote dans les cas extrêmes .
On propose d'étudier les premières phases d'une éjection : le lancement, l'ascension et la stabilisation précédant l'ouverture du parachute principal.

Schéma de l'éjection du siège



I. Phase de lancement du siège : (1 point)

Elle dure 0,15 s et permet à l'ensemble pilote-siège d'atteindre sa vitesse d'éjection v_0 grâce à un lancement d'accélération $a_0 = 13,6 \times g$ (g étant l'accélération de pesanteur ; $g = 9,8$ m/s^2).

Dans cette phase, on considère que, lors du lancement du siège, l'expression de la vitesse verticale en fonction du temps t est : $v(t) = a_0\, t$.

Montrer que la vitesse verticale d'éjection v_0 de l'ensemble pilote-siège à la fin de cette phase est de 20 m/s, résultat arrondi à l'unité.

II. Phase d'ascension du siège : (1,5 point)

Elle commence à une altitude de $z_0 = 65$ m. Sa durée est de 2,65 s. À l'issue de ce temps, la vitesse verticale est nulle.

On admet que le mouvement du siège est alors caractérisé par les expressions algébriques suivantes :

- pour l'altitude : $z(t) = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + z_0$;
- pour la vitesse verticale : $v(t) = a t + v_0$.

t est le temps en secondes, a est l'accélération en m/s^2, v_0= 20 m/s, z_0= 65 m.

En fin d'ascension, $t = 2{,}65$ s et la vitesse verticale est nulle.
Calculer la valeur de l'accélération a, lors de cette phase. Le résultat sera arrondi à 10^{-2}.

III. Phase de stabilisation précédant l'ouverture du parachute : (12,5 points)

1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 4] par :

$$f(t) = -3{,}775\, t^2 + 20\, t + 65.$$

a) Calculer $f'(t)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

b) En déduire le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle [0 ; 4].

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 4].

d) Compléter le tableau de valeurs situé en annexe (valeurs arrondies à 10^{-1}).

e) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère situé en annexe 1.

2. a) Tracer la droite d'équation $y = -t + 88{,}6$ dans le repère situé en annexe 1.

b) Résoudre graphiquement l'équation $f(t) = -t + 88{,}6$. Les traits de construction devront figurer sur le schéma. Les solutions seront arrondies au dixième.

c) On se propose de déterminer ces solutions plus précisément à l'aide d'un calcul. Pour cela, résoudre l'équation : $-3{,}775\, t^2 + 20\, t + 65 = -t + 88{,}6$.
On notera les solutions t_1 et t_2, avec $t_1 < t_2$. Leurs valeurs seront arrondies au centième.

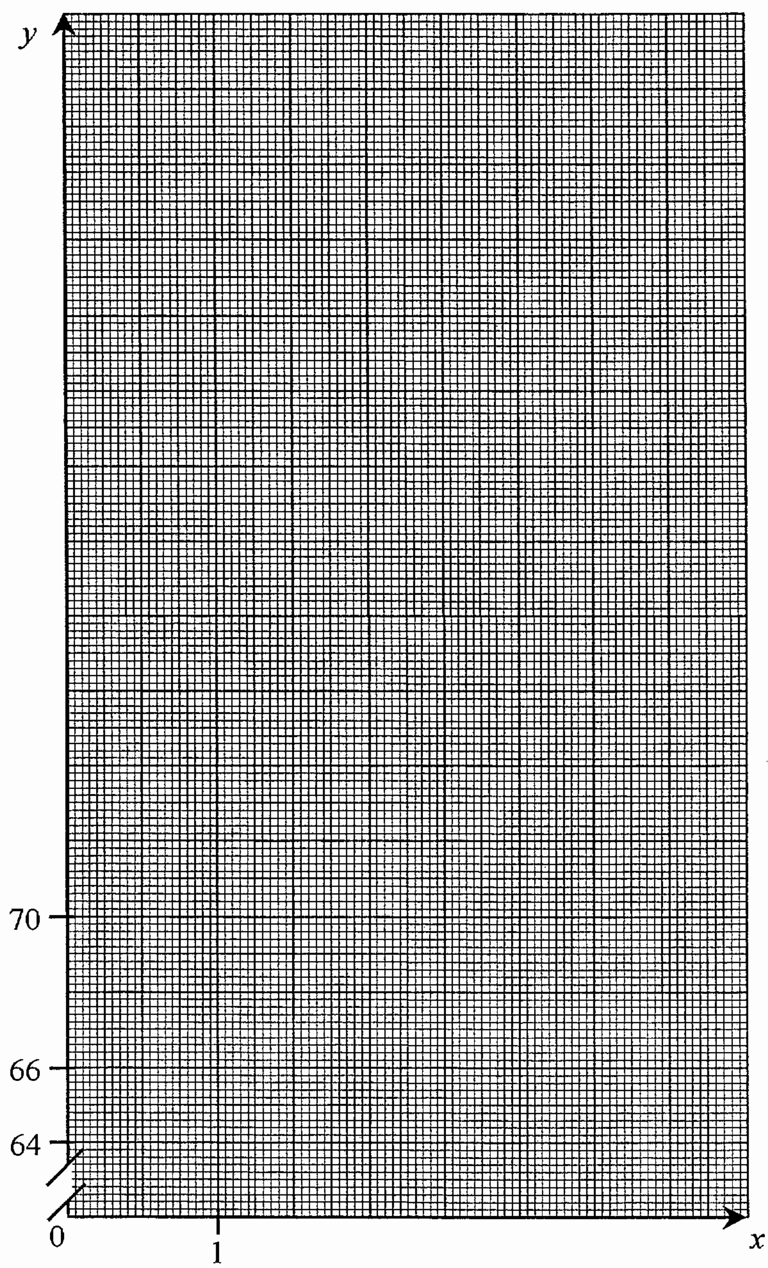
3. La phase correspondant à la stabilisation jusqu'à l'ouverture du parachute principal commence à l'instant t_1 et se termine à l'instant t_2.
Calculer la durée de cette phase arrondie au centième de seconde.

ANNEXE
(à remettre avec la copie)

Tableau de valeurs :

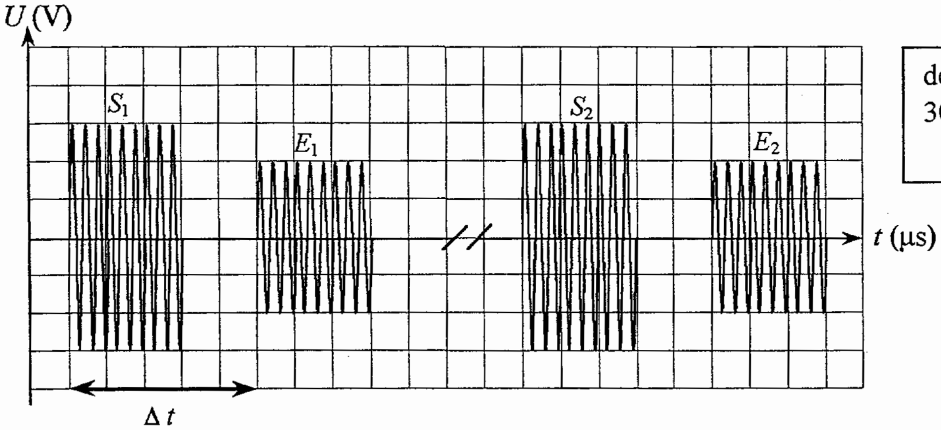
t	1	2	2,5	3	4
$f(t)$					

Représentation graphique :



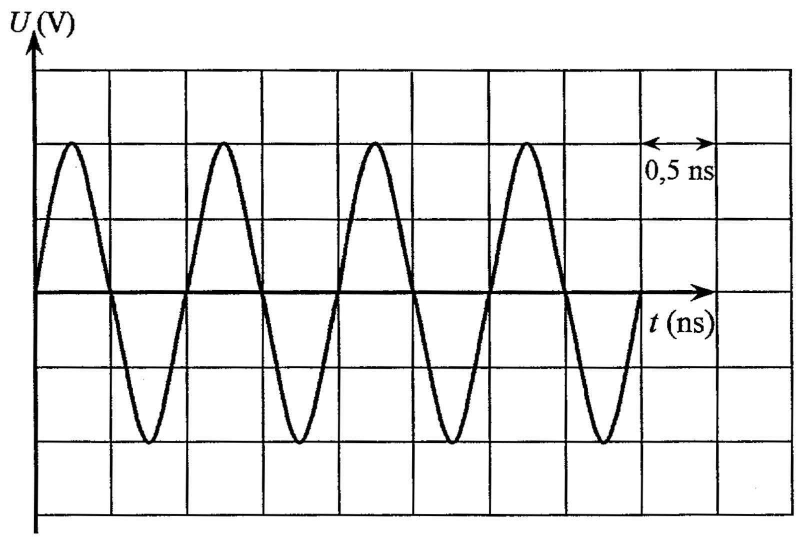
SCIENCES (5 points)

Le radar est un dispositif émetteur-récepteur d'ondes électromagnétiques d'hyperfréquence.
L'antenne émettrice n'émet pas en continu mais sous la forme de trains d'ondes S_1, S_2, régulièrement répétés.
La distance d du radar à l'avion est donnée par la mesure du décalage de temps Δt entre l'aller et le retour d'un train d'onde.
On visualise en même temps, à l'oscilloscope, les tensions aux bornes de l'émetteur (signaux S_1 , S_2 ...) et aux bornes du récepteur (signaux E_1 , E_2 ... de l'écho).



déviation horizontale : 30 µs/DIV

1. À l'aide du graphique ci-dessus, mesurer le décalage de temps Δt entre S_1 et E_1. Donner le résultat en seconde (rappel : 1 µs = 10^{-6} s).
2. Calculer la distance d, au mètre près, entre le radar et l'avion en utilisant la relation
$$d = c \times \frac{\Delta t}{2} \text{ avec } c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$ (c : célérité des ondes électromagnétiques dans l'air).
3. On se propose maintenant d'étudier les caractéristiques du signal émetteur. Pour cela, à l'aide de l'oscilloscope, on réalise un agrandissement de ce signal :



   a) Déterminer la période T_s du signal émetteur (rappel : 1 ns = 10^{-9} s).
   b) En déduire la fréquence f_s de ce signal.

4. À l'aide des données de ce radar, on veut déterminer la vitesse moyenne d'un avion arrivant dans la direction du radar.
On effectue deux mesures à 9 secondes d'intervalle. On obtient d_1 = 22 500 m et d_2 = 24 750 m.
Calculer la vitesse moyenne de l'avion en m/s puis en km/h.

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUE DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance-Productique (Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Équation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison : r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \dfrac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison : q

Terme de rang n : $u_n = u_1\, q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1\, \dfrac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$ = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

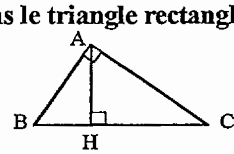
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Écart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\dfrac{a}{\sin \hat{A}} = \dfrac{b}{\sin \hat{B}} = \dfrac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires et plan

Triangle : $\dfrac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\dfrac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\dfrac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\dfrac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan – dans l'espace

$\vec{v}\cdot\vec{v'} = xx' + yy'$ $\qquad \vec{v}\cdot\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$ $\qquad \|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v}\cdot\vec{v'} = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v'}\| \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v}\cdot\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$