

BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
« M.A.V.E.L.E.C » « M.R.I.M. »
Session 2005

E1.B1 MATHEMATIQUES - U 12

Durée : 2 heures

Coefficient : 2,5

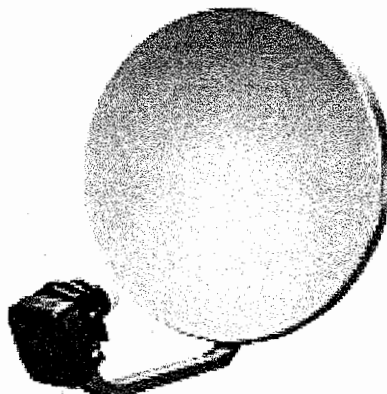
SOMMAIRE

Ce sujet comporte

- 3 pages d'énoncé
- 2 annexes à rendre avec la copie
- 1 formulaire

0506-MAV ST B
0506-MIR ST 12

Une antenne parabolique permet de capter des signaux grâce à un dispositif appelé tête, placé en un point appelé foyer de la parabole.



Exercice 1 : La parabole (9 points)

Un arc de parabole est représenté dans le repère de l'**annexe 1** : il a pour extrémités les points A $(-3 ; 1,125)$ et B $(3 ; 1,125)$.

A – Equation de la parabole

On admet que la parabole a une équation de la forme $y = ax^2$ où a est une constante.

1. Déterminer la valeur de la constante a en utilisant les coordonnées du point B de la parabole. Donner alors l'équation de la parabole.
2. Vérifier par le calcul que le point C de coordonnées $(2 ; 0,5)$ appartient à la parabole.

B – Tangente T à la parabole au point C

On admet que la parabole de l'**annexe 1** est la courbe représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $[-3 ; 3]$ par $f(x) = 0,125x^2$.

1. Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f .
2. Pour quelle valeur x_0 la dérivée est-elle nulle ?

En déduire la tangente au point de la courbe d'abscisse x_0 .

3. Montrer que la tangente T à la parabole au point C $(2 ; 0,5)$ a pour équation $y = 0,5x - 0,5$.
4. Tracer la tangente T dans le repère de l'**annexe 1**.

C – Foyer F de la parabole

1. Justifier que le point d'intersection K de la tangente T et de l'axe des abscisses a pour coordonnées $(1 ; 0)$.
2. Déterminer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{KC} .
3. Soit F le point d'intersection de la perpendiculaire à la tangente T passant par K et de l'axe des ordonnées. Déterminer graphiquement les coordonnées du point F.

4. On veut déterminer par le calcul l'ordonnée y du point F.

4.1. – Sans calcul de produit scalaire, justifier que $\vec{KC} \cdot \vec{KF} = 0$.

4.2. – Déterminer les coordonnées du vecteur \vec{KF} en fonction de l'ordonnée y du point F.

4.3. – Montrer que le produit scalaire $\vec{KC} \cdot \vec{KF}$ est égal à $-1 + 0,5y$.

4.4. – En déduire l'ordonnée y du point F.

D – Aire sous la parabole

1. Colorier, dans le repère de l'annexe 1, la partie du plan dont l'aire correspond à

$$\text{l'intégrale } I = \int_0^3 0,125x^2 dx.$$

2. Calculer I.

Exercice 2 : Gain de la parabole (3 points)

Le gain de la parabole peut se calculer avec la formule ci-dessous :

$$G = 10 \log \left(0,5 \left(\frac{\pi D f}{c} \right)^2 \right)$$

où G est le gain en dB,

D est le diamètre en m,

f est la fréquence d'utilisation en Hz,

c est la célérité de la lumière égale à $3 \cdot 10^8$ m/s,

\log est le logarithme décimal.

1. Calculer le gain de la parabole si $D = 60$ cm et $f = 9 \cdot 10^9$ Hz. Arrondir à 10^{-2} .

2. A partir de quelle fréquence peut-on utiliser une telle parabole sachant que le gain doit être supérieur ou égal à 20 dB? Arrondir la fréquence à 10^7 Hz.

Exercice 3 : Adaptation d'impédance (8 points)

L'antenne est reliée à une ligne de transmission. Le rapport d'ondes stationnaires appelé *ROS* exprime la désadaptation d'impédance entre les deux. Si l'adaptation d'impédance n'est pas parfaite, il y a réflexion d'une partie plus ou moins importante de l'énergie, caractérisée par le coefficient de réflexion ρ .

On admet la relation : $ROS = \frac{1 + \rho}{1 - \rho}$.

On se propose d'étudier les variations du *ROS* en fonction de ρ à l'aide de la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 1[$ par :

$$f(x) = \frac{1+x}{1-x}.$$

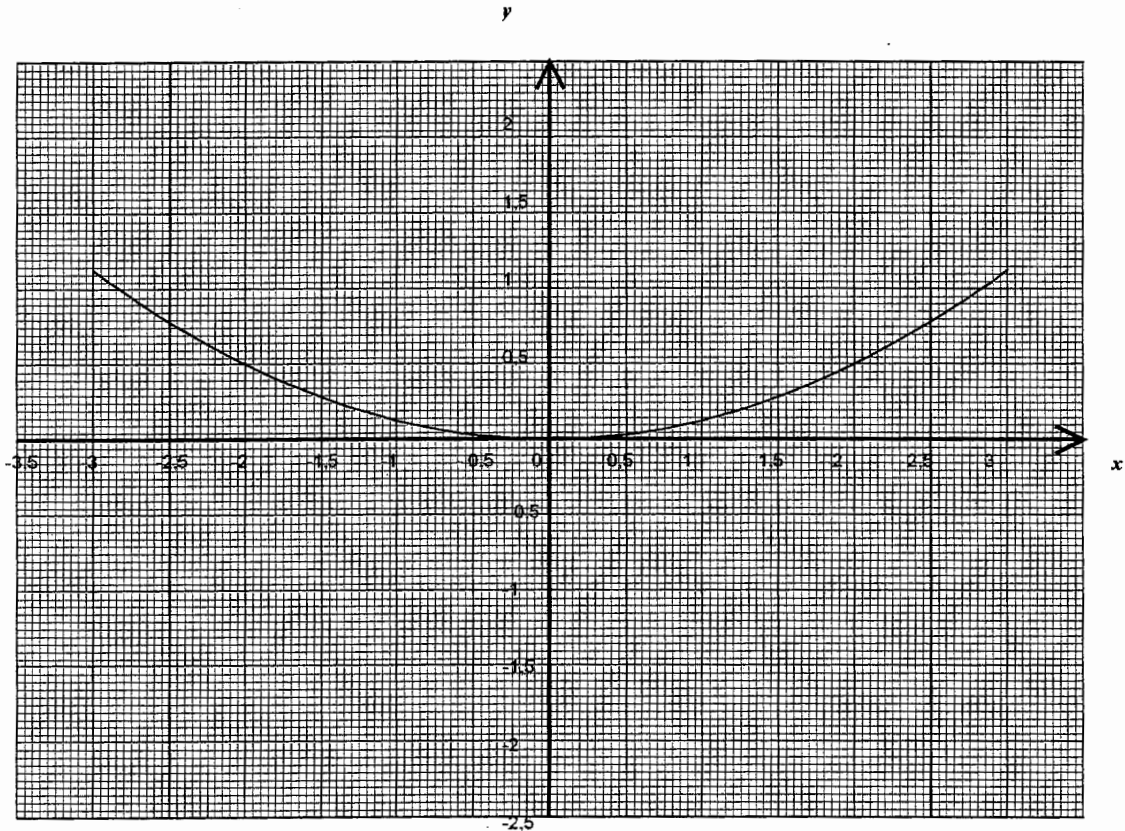
1. Soit f' la fonction dérivée de la fonction f . Montrer en utilisant le formulaire que :

$$f'(x) = \frac{2}{(1-x)^2}.$$

2. Déterminer le signe de $f'(x)$.
3. En déduire le sens de variation de la fonction f .
4. Compléter le tableau de valeurs de **l'annexe 1**. Arrondir les valeurs à 0,1.
5. Tracer la courbe représentative de f dans le repère de **l'annexe 2**.
- 6.
- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 10$.
 - Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = 10$. Arrondir la solution au millième.
 - A l'aide d'une phrase faisant intervenir le rapport d'onde stationnaire *ROS* et le coefficient de réflexion ρ , traduire le résultat obtenu à la question 6.a. ou à la question 6.b..

ANNEXE 1
à rendre avec la copie

Exercice 1:



Exercice 3:

5. Tableau de valeurs:

x	0	0,3	0,5	0,7	0,8	0,9
$f(x)$			3		9	

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Métiers de l'électricité
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$au(x)$	$a u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Logarithme népérien : \ln

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b \quad \ln(a^n) = n \ln a$$

$$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$$

Equations différentielles

$$y' - ay = 0 \quad y = ke^{ax}$$

$$y'' + \omega^2 y = 0 \quad y = a \cos \omega x + b \sin \omega x$$

Trigonométrie

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

Nombres complexes ($j^2 = -1$)

forme algébrique forme trigonométrique

$$z = x + jy \quad z = \rho (\cos \theta + j \sin \theta)$$

$$\bar{z} = x - jy \quad z = \rho (\cos \theta - j \sin \theta)$$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \rho = |z|$$

$$\theta = \arg(z)$$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

$$\text{Si } \Delta \geq 0, \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Calcul vectoriel dans le plan

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0 \quad \text{si et seulement si} \quad \vec{v} \perp \vec{v}'$$

Aires dans le plan

$$\text{Triangle : } \frac{1}{2} bc \sin \hat{A} \quad \text{Trapèze : } \frac{1}{2} (B + b)h$$

$$\text{Disque : } \pi R^2$$

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire

de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

$$\text{Aire : } 4\pi R^2 \quad \text{Volume : } \frac{4}{3} \pi R^3$$

Cône de révolution ou pyramide de base B et

de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t) dt = \int_a^b f(t) dt + \int_b^c f(t) dt$$

$$* \int_a^b (f + g)(t) dt = \int_a^b f(t) dt + \int_a^b g(t) dt$$

$$* \int_a^b kf(t) dt = k \int_a^b f(t) dt$$