EXAMEN : BACCALAUREAT PROFESSIONNEL		Session: 2005
SPECIALITE : COMPTABILITE		
Épreuve Scientifique et Technique	Durée: 1 heure	Coefficient : 1
Sous - épreuve E1C : Mathématiques		Unité 13

Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1 à 5.
Assurez-vous que cet exemplaire est complet.
S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

- SUJET -

Matériel autorisé : toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante. Le prêt entre les candidats est interdit.

LE SUJET COMPREND DEUX PARTIES

PARTIES	BAREME INDICATIF
1ère partie	16 points
2ème partie	4 points
TOTAL	20 points

ATTENTION

- Les documents à compléter et à rendre ne sont fournis qu'en **UN SEUL EXEMPLAIRE.**
- Aucun exemplaire supplémentaire ne sera remis aux candidats pendant le déroulement des épreuves.

AVERTISSEMENT

Si le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner **explicitement** dans votre copie.

- SUJET -

PREMIERE PARTIE

Madame PREVO, 45 ans, désire placer 50 000 € sous forme d'une assurance vie au bénéfice de ses petits enfants. Pour cela, son assureur lui propose deux types de contrats.

Étude du contrat A :

- Taux de placement : 4% l'an (intérêts composés)
- Temps minimum d'immobilisation : 7 ans.

La fonction f modélise l'évolution du placement. Cette fonction est définie sur l'intervalle [0 ; 20] par :

$$f(x) = 50\,000 \times 1{,}04^{x} \qquad \text{où } x \text{ est le nombre d'années de placement.}$$

1) Justifier que la fonction f est croissante sur l'intervalle [0 ; 20].

2) Compléter le tableau de valeurs présenté en annexe. Les résultats seront arrondis à l'unité.

3) Compléter la représentation graphique de la fonction f dans le repère de l'annexe.

4) Madame PREVO décide d'offrir la valeur acquise au bout de 18 ans à ses petits enfants. Déterminer graphiquement cette somme (laisser apparents les traits de construction nécessaires à la lecture).

5) Retrouver par calcul le nombre d'années au bout duquel la valeur acquise par le capital placé par Madame PREVO sera égale à 101 000 €. Le résultat sera arrondi à l'unité.

Étude du contrat B :

Dans ce cas, l'évolution du placement est modélisée par la fonction g définie sur l'intervalle [0 ; 20] par :

$$g(x) = -x^2 + 36x + 100\,000 \qquad x \text{ représentant le nombre d'années de placement.}$$

1) Déterminer la fonction dérivée g' de la fonction g.

2) Résoudre l'équation $g'(x) = 0$ et étudier le signe de $g'(x)$.

3) En déduire le nombre d'années pour lequel la fonction g passe par son maximum.

4) Calculer alors la valeur acquise par le capital de Madame PREVO placé selon la formule B.

Exploitation des résultats :

Quel est, parmi les contrats A et B précédemment étudiés, celui qui semble le plus avantageux au bout de 18 ans, compte tenu des intentions de Madame PREVO ?

- SUJET -

DEUXIEME PARTIE

Pour examiner le dossier de Madame PREVO, l'assureur utilise la loi de survie de Mackeham. On admet que cette loi est approchée par la fonction V définie par :

$V(x) = 110\ 545 \times 0{,}995^x$ où $V(x)$ représente, au bout de x années $x \geqslant 45$, le nombre de survivants dans un échantillon de 100 000 individus nés la même année que Madame PREVO.

1) Madame PREVO a aujourd'hui 45 ans et aura 63 ans dans 18 ans. En utilisant l'expression $V(x) = 110\ 545 \times 0{,}995^x$, calculer pour cet échantillon :

    a) le nombre probable de survivants âgés de 45 ans ($V(45)$).

    b) puis le nombre probable de survivants âgés de 63 ans ($V(63)$).

    Chaque résultat sera arrondi à l'unité.

2) Calculer le nombre de décès entre 45 et 63 ans. En déduire le taux de mortalité de cet échantillon sur cette période. Le résultat sera arrondi à l'unité.

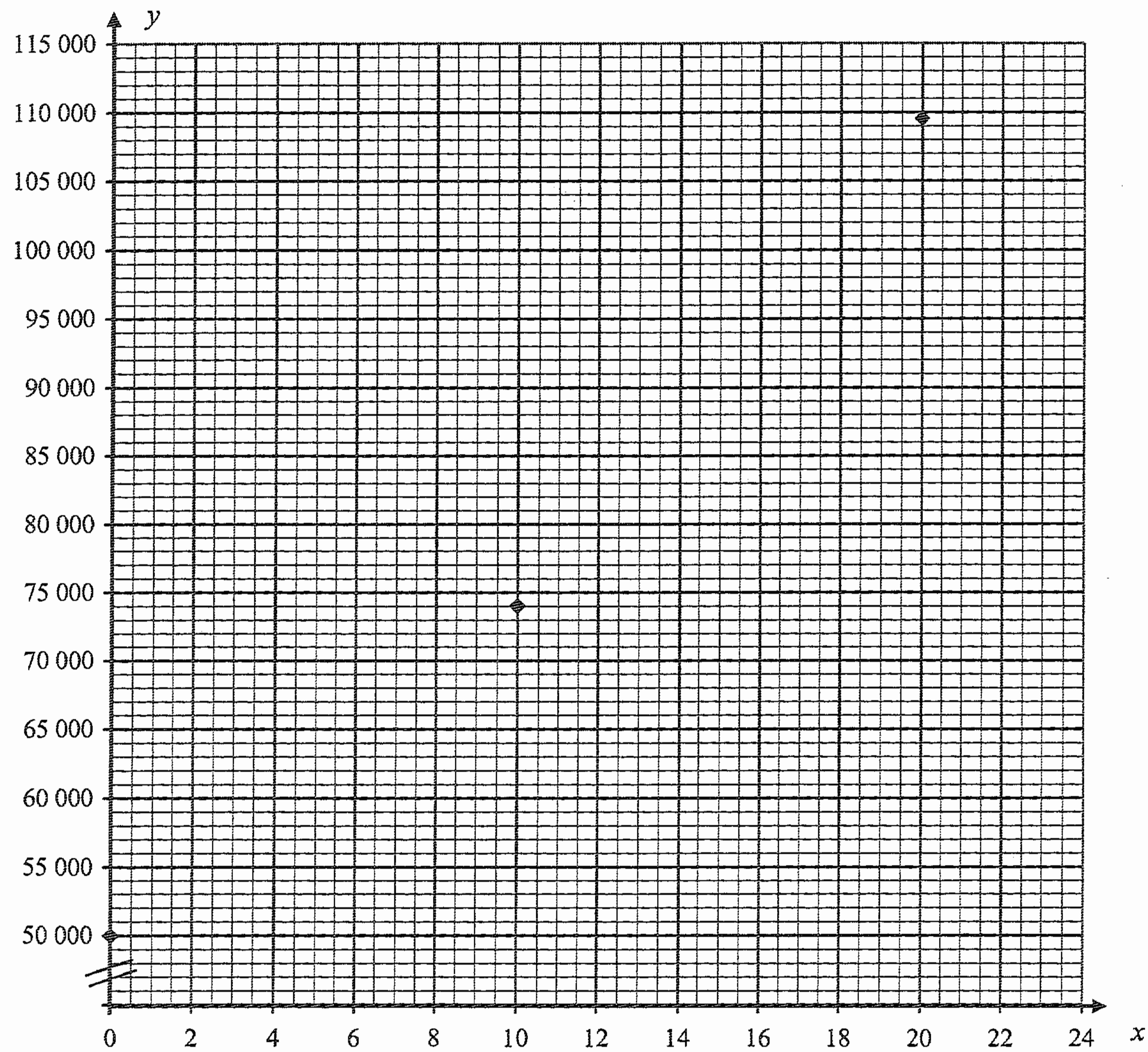
3) Si le taux de mortalité de l'échantillon d'âge auquel appartient un candidat est inférieur à 20%, alors l'assureur accepte son dossier.
L'assureur va-t-il accepter celui de Madame PREVO ? Justifier la réponse.

Annexe (à rendre avec la copie)

Tableau de valeurs :

x	0	5	7	10	12	15	20
$f(x)$	50 000			74 012			109 556

Représentation graphique



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES BACCALAUREAT PROFESSIONNEL SECTEUR TERTIAIRE
(Arrêté du 9 mai 1995 – BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	**Dérivée** f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a.u(x)$	$a.u'(x)$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

Si $\Delta > 0$, deux solutions :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1+u_2+\cdots+u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1+u_2+\cdots+u_k = u_1\frac{1-q^k}{1-q}$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i-\bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Valeur acquise par une suite d'annuités constantes

V_n : Valeur acquise au moment du dernier versement

a : versement constant

t : taux par période

n : nombre de versements

$V_n = a\frac{(1+t)^n-1}{t}$

Valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes

V_0 : Valeur actuelle une période avant le premier versement

a : versement constant

t : taux par période

n : nombre de versements

$V_0 = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$

Logarithme népérien : ln

(uniquement pour les sections ayant l'alinéa 3 du II)

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n) = n\ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$