

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
ARTISANAT ET MÉTIERS D'ART
OPTION COMMUNICATION GRAPHIQUE

SESSION DE JUIN 2005

E1 : ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE B1 - UNITÉ 12

MATHÉMATIQUES & SCIENCES PHYSIQUES

*Ce sujet comporte 9 pages dont une page de garde et une page "formulaire de mathématiques".
Les documents à rendre avec la copie seront agrafés par le surveillant sans indication d'identité
du candidat.*

Les exercices de mathématiques et de sciences physiques seront rédigés sur la même copie.

Barème :

Tous les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre différent, à condition de respecter la numérotation.

- Mathématiques : 12 points
- Sciences physiques : 8 points.

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 cm × 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit (circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999 BOEN n°42).

| SUJET | | | |
|---------------------|--------|-------------|------|
| Repère de l'épreuve | Durée | Coefficient | Page |
| 0506-AMA C ST B | 2 H 00 | 2 | 1/9 |

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

| <u>Fonction f</u> | <u>Dérivée f'</u> |
|-------------------|-------------------|
| $f(x)$ | $f'(x)$ |
| $ax + b$ | a |
| x^2 | $2x$ |
| x^3 | $3x^2$ |
| $\frac{1}{x}$ | $-\frac{1}{x^2}$ |
| $u(x) + v(x)$ | $u'(x) + v'(x)$ |
| $a u(x)$ | $a u'(x)$ |

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\ln(a^n) = n \ln a$
 $\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$

Trigonométrie

$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$= 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^p n_i$

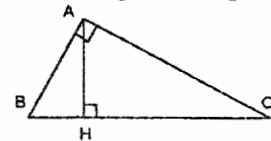
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2} (B + b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3} \pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$ $\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
 $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

SUJET

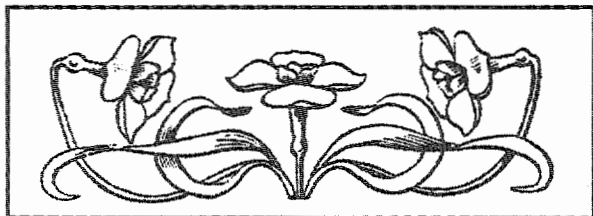
| Repère de l'épreuve | Durée | Coefficient | Page |
|---------------------|--------|-------------|------|
| 0506-AMA C ST B | 2 H 00 | 2 | 2/9 |

MATHÉMATIQUES (12 points)

Pour préparer une exposition présentée lors d'une journée « Portes-Ouvertes » d'un lycée, un travail pluridisciplinaire sur des livres scolaires datant du début du siècle dernier a été réalisé.

Les motifs ornant ces livres ont donné lieu à une étude en dessin d'art et à un travail sur les courbes et les figures géométriques en mathématiques.

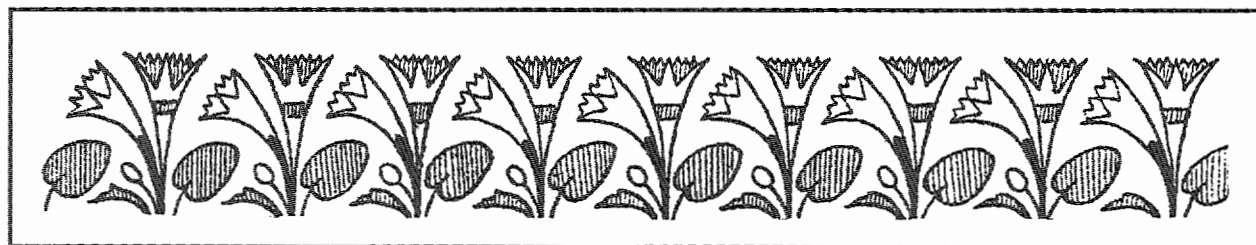
Un exemple de ces motifs (frise, lettrine, ornement de fin de chapitre) figure ci-dessous.



Motif n°1 : ornement de fin de chapitre



Motif n°2 : lettrine



Motif n°3 : frise

Exercice n° 1 (3,5 points)

Le but de cet exercice est le tracé de courbes en rapport avec le motif n°1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0,5 ; 5]$ par $f(x) = \frac{2}{x}$.

1) Compléter, en annexe 1 (à rendre avec la copie), le tableau de valeurs de la fonction f .

2) Tracer, en annexe 1, la courbe C_f représentative de la fonction f .

3) Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[0,5 ; 5]$ par $g(x) = \frac{x}{4} + 1$.

Tracer, en annexe 1, la représentation graphique C_g de la fonction g .

4) Soit k la fonction définie sur l'intervalle $[0,5 ; 5]$ par $k(x) = f(x) + g(x)$.

Construire, en annexe 1, la courbe C_k représentative de la fonction k à partir de C_f et C_g .

| SUJET | | | |
|---------------------|--------|-------------|------|
| Repère de l'épreuve | Durée | Coefficient | Page |
| 0506-AMA C ST B | 2 H 00 | 2 | 3/9 |

Exercice n° 2 (4 points)

Le but de cet exercice est l'étude d'une fonction h en rapport avec le motif n°3.

Soit h la fonction définie sur l'intervalle $[2 ; 10]$ par $h(x) = -0,25x^2 + 2x + 2$.

- 1) Calculer $h'(x)$ où h' est la dérivée de la fonction h .
- 2) Déterminer x_0 tel que $h'(x_0) = 0$.
- 3) Calculer $h(x_0)$.
- 4) Compléter, en annexe 1 le tableau de variation de la fonction h .
- 5) Compléter, en annexe 2 (à rendre avec la copie), le tableau de valeurs de la fonction h .
- 6) Tracer, en annexe 2, la courbe C_h représentative de la fonction h .

Exercice n° 3 (4,5 points)

Le but de cet exercice est de déterminer la mesure d'un angle en rapport avec le motif n°3.

- 1) Sur l'annexe 2, placer les points A (2 ; 2), B (4 ; 5) et C (10 ; - 3).
- 2) Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} , \vec{CA} et \vec{CB} .
- 3) a) Indiquer les coordonnées du vecteur \vec{AC} .
b) Calculer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.
c) En déduire que le triangle ABC n'est pas rectangle en A.
- 4) Calculer le produit scalaire $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$.
- 5) Calculer les normes $\|\vec{CA}\|$ et $\|\vec{CB}\|$. Arrondir les résultats au centième si nécessaire.
- 6) En utilisant une des relations du formulaire donnant l'expression du produit scalaire, calculer la mesure de l'angle \widehat{ACB} . Arrondir le résultat au degré.

| SUJET | | | |
|---------------------|--------|-------------|------|
| Repère de l'épreuve | Durée | Coefficient | Page |
| 0506-AMA C ST B | 2 H 00 | 2 | 4/9 |

SCIENCES PHYSIQUES (8 points)

Exercice n° 4 (4,5 points)

Un système optique, assimilé à une lentille convergente de distance focale $f' = 15$ cm, permet d'obtenir l'image de certaines représentations des motifs rencontrés dans les anciens livres scolaires.

1) Sur l'annexe 3 (à rendre avec la copie)

- Placer les foyers principaux (F foyer principal objet, F' foyer principal image).
- Construire l'image A'B' de l'objet lumineux AB de hauteur 20 mm, placé à 25 cm de la lentille.

2) Indiquer, par une lecture graphique, à quelle distance de la lentille se forme l'image A'B'.

3) En utilisant les relations de conjugaison, retrouver par le calcul la valeur de $\overline{OA'}$.

4) Calculer la hauteur de l'image, ainsi obtenue.

Formulaire

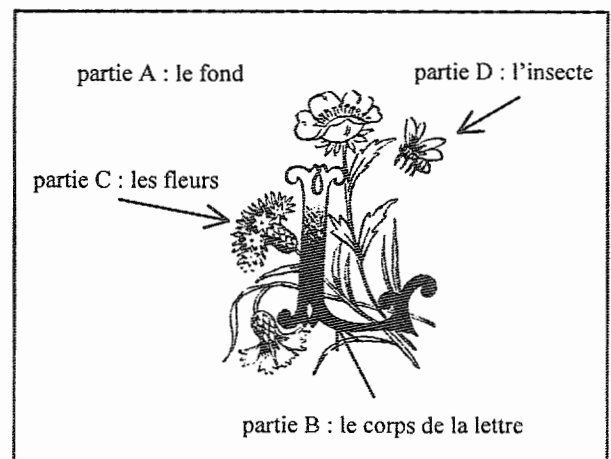
$$\text{Formule de conjugaison : } \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$
$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Exercice n° 5 (3,5 points)

Des lettrines (exemple ci-contre) sont reproduites sur des panneaux éclairés par des projecteurs.

En lumière blanche :

- la partie A (le fond) est bleue,
- la partie B (le corps de la lettre) est magenta,
- la partie C (les fleurs) est verte,
- la partie D (l'insecte) est jaune.



| SUJET | | | |
|---------------------|--------|-------------|------|
| Repère de l'épreuve | Durée | Coefficient | Page |
| 0506-AMA C ST B | 2 H 00 | 2 | 5/9 |

1) Dans le tableau n°1 de l'annexe 3 indiquer la (les) couleur(s) absorbée(s) par chaque partie.

2) On place sur le trajet de la lumière blanche soit un filtre bleu soit un filtre jaune.

Dans le tableau n°2 de l'annexe 3 :

- a. On lit que la couleur apparente de la partie A est le bleu quand on place sur le trajet de la lumière blanche un filtre bleu. Justifier cette information.
- b. Compléter le tableau n°2 de l'annexe 3 en indiquant la couleur apparente de chaque partie quand on place sur le trajet de la lumière blanche soit un filtre bleu soit un filtre jaune.

| SUJET | | | |
|---------------------|--------|-------------|------|
| Repère de l'épreuve | Durée | Coefficient | Page |
| 0506-AMA C ST B | 2 H 00 | 2 | 6/9 |

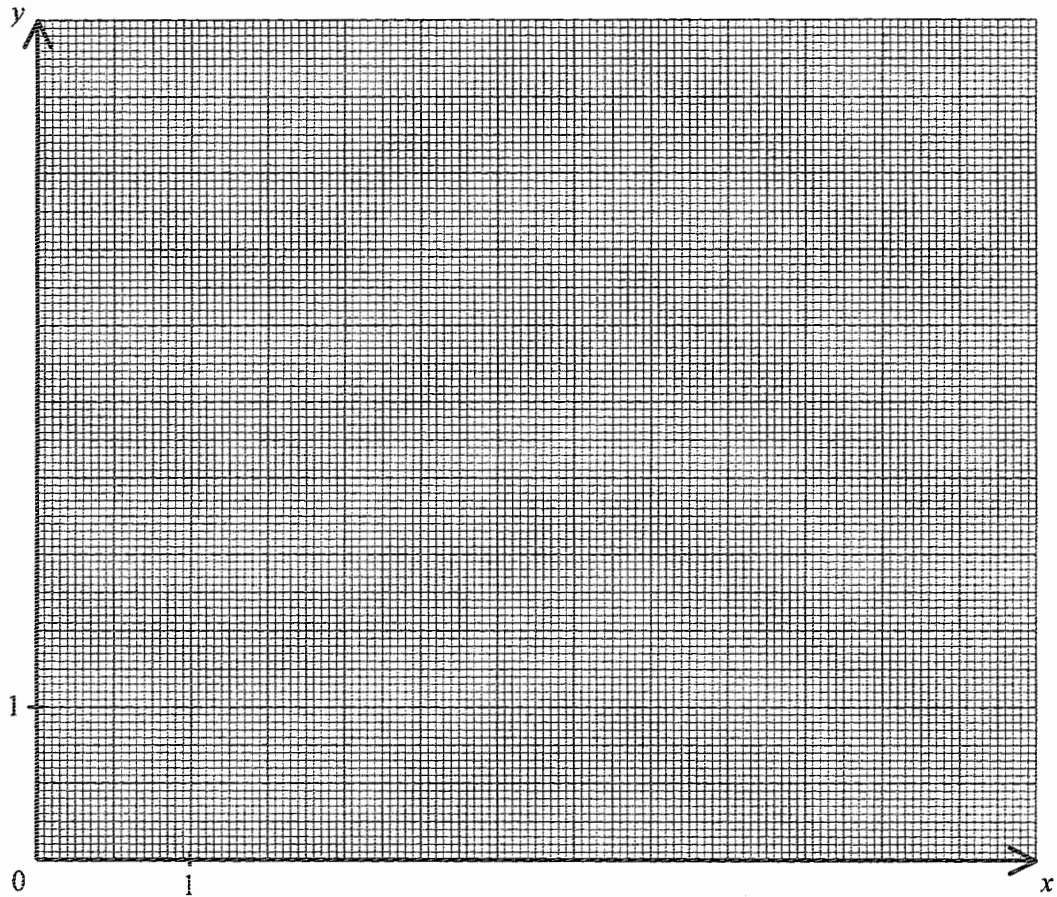
ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

Exercice n° 1

Tableau de valeurs de la fonction f

| | | | | | | | | |
|--------|-----|---|------|---|-----|------|---|-----|
| x | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 4 | 5 |
| $f(x)$ | | | 1,33 | 1 | | 0,66 | | 0,4 |

Représentation graphique des fonctions f, g, k



Exercice n° 2

Tableau de variation de la fonction h

| | | |
|-------------------------------|---|----|
| x | 2 | 10 |
| signe de $h'(x)$ | 0 | |
| variations de la fonction h | | |

| SUJET | | | |
|---------------------|--------|-------------|------|
| Repère de l'épreuve | Durée | Coefficient | Page |
| 0506-AMA C ST B | 2 H 00 | 2 | 7/9 |

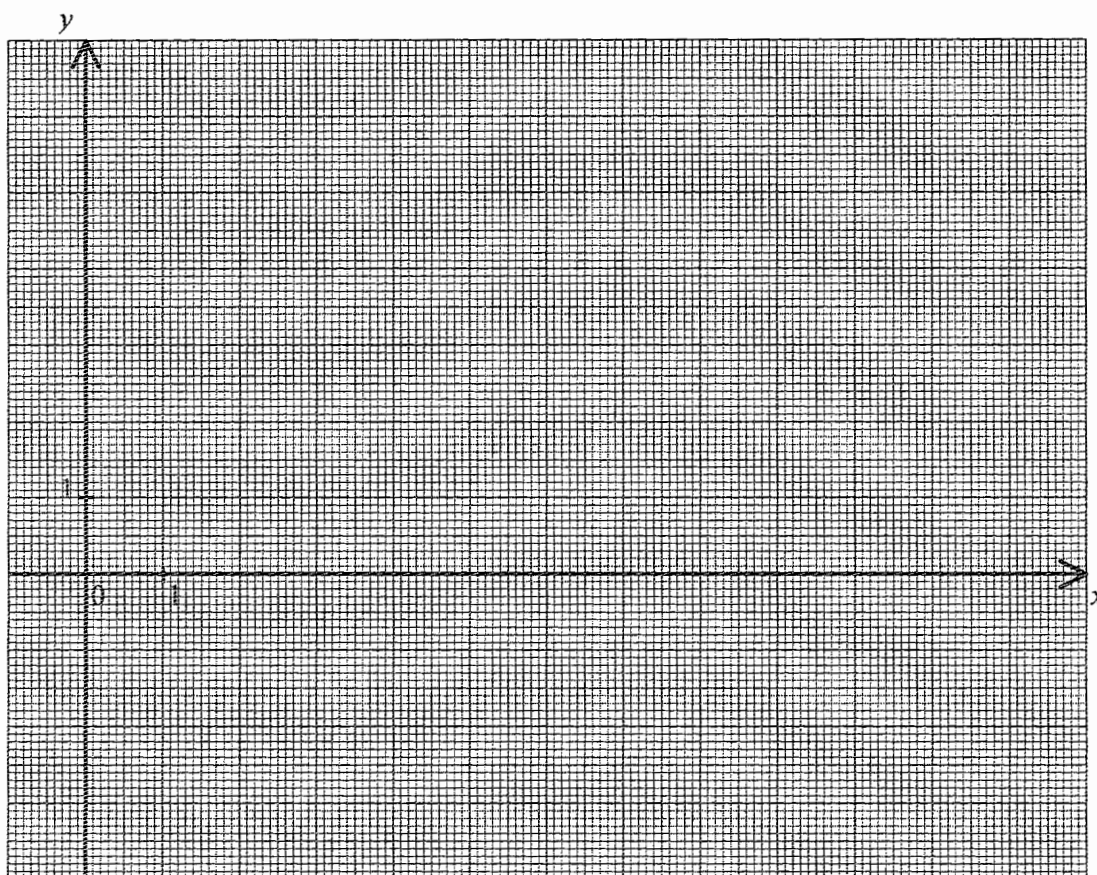
ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

Exercices n° 2 et n° 3

Tableau de valeurs de la fonction h

| | | | | | | | | | |
|--------|---|------|---|---|---|------|---|---|----|
| x | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| $h(x)$ | | 5,75 | | | 5 | 3,75 | | | -3 |

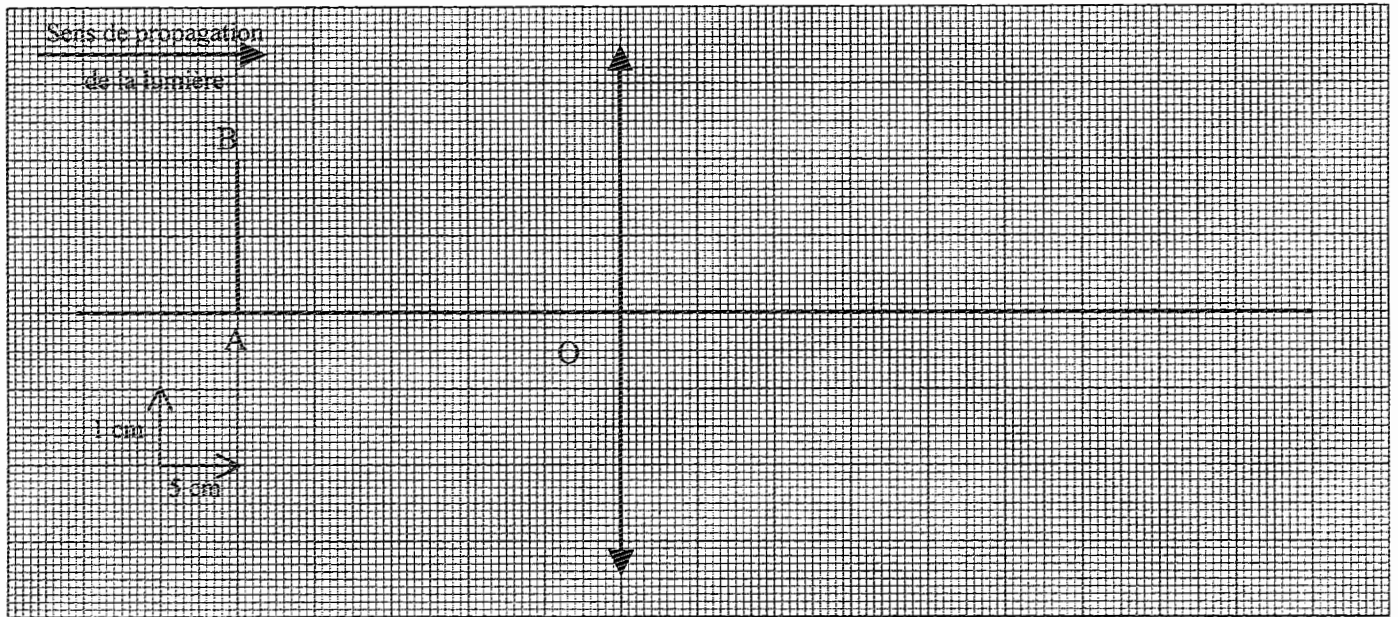
Représentation graphique



| SUJET | | | |
|---------------------|--------|-------------|------|
| Repère de l'épreuve | Durée | Coefficient | Page |
| 0506-AMA C ST B | 2 H 00 | 2 | 8/9 |

ANNEXE 3 (à rendre avec la copie)

Exercice n°4



Exercice n°5

Tableau n°1

| | Partie A | Partie B | Partie C | Partie D |
|--|---------------|----------|---------------|----------|
| Couleur en lumière blanche | Bleu | Magenta | Vert | Jaune |
| Couleur(s) absorbée(s) par chaque partie | Rouge et vert | | Rouge et bleu | |

Tableau n°2

| partie \ couleur du filtre | A | B | C | D |
|----------------------------|------|---|---|---|
| Bleu | Bleu | | | |
| Jaune | | | | |

SUJET

| Repère de l'épreuve | Durée | Coefficient | Page |
|---------------------|--------|-------------|------|
| 0506-AMA C ST B | 2 H 00 | 2 | 9/9 |