

PARTIE ÉLECTRICITÉ (durée conseillée 1 h 30)

MISE EN FORME D'UNE MESURE DE LA PRESSION DANS UNE CUVE

Cet exercice est constitué de 2 parties indépendantes.

Il est cependant conseillé au candidat de les traiter dans l'ordre.

Le document réponse (même vierge) doit être joint impérativement à la copie.

On se propose d'étudier la mise en forme et la conversion du mesurage de la pression dans une cuve d'air comprimé.

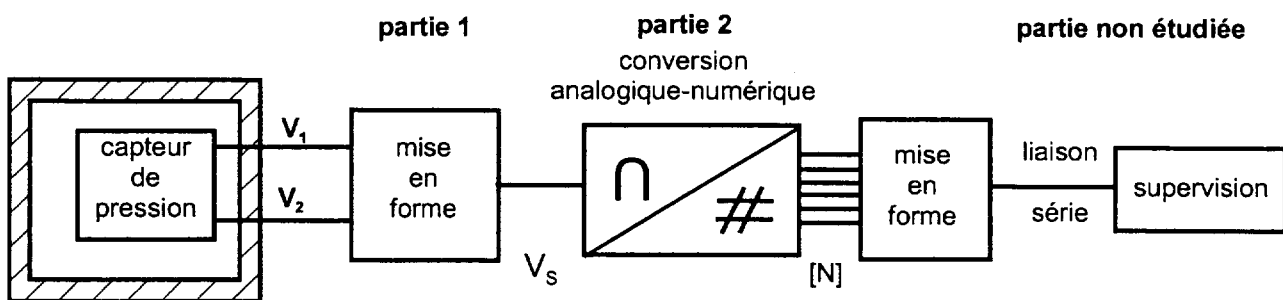


Schéma de principe

Le capteur de pression différentielle, utilisé dans cette installation a une étendue de mesure de pression de 200 kPa, pour une étendue d'échelle maximale de sortie de 40 mV (tension différentielle $V_2 - V_1$).

Partie 1 : Mise en forme de la tension fournie par le capteur, avant conversion

Dans le but d'amplifier la tension différentielle fournie par le capteur, on utilise un montage à amplificateurs opérationnels, dessiné figure 1. Les amplificateurs opérationnels sont alimentés par des tensions symétriques non représentées ; ils fonctionnent en régime linéaire.

Dans un premier temps, on ne considère que le premier étage constitué des amplificateurs opérationnels AO1 et AO2 que l'on suppose idéaux. En tenant compte de cette hypothèse, les valeurs des intensités i_{1+} , i_{1-} , i_{2+} et i_{2-} des courants d'entrée sont nulles ainsi que celles des tensions différentielles d'entrée e_1 et e_2 .

1.1 - Justifier que l'intensité du courant I_1 qui traverse R_1 est I .

1.2 - Justifier que l'intensité du courant I_2 qui traverse R_2 est I .

On rappelle que les amplificateurs opérationnels fonctionnent en régime linéaire.

1.3 - Justifier que le potentiel V_A du point A par rapport à la masse est égal à V_2 .

1.4 - Justifier que le potentiel V_B du point B par rapport à la masse est égal à V_1 .

1.5 - Exprimer alors la tension U_{AB} en fonction de V_1 et V_2 .

1.6 - Exprimer la tension U_{AB} en fonction de I et R_3 , puis la tension U en fonction de I , R_1 , R_2 et R_3 .

1.7 - En déduire l'expression de la tension U_{AB} en fonction de la tension U et des résistances R_1 , R_2 et R_3 .

1.8 - Application numérique :

Pour une pression P égale à 200 kPa, la notice technique indique $V_2 - V_1 = 40$ mV. Calculer la valeur de R_3 permettant d'obtenir $U = 1$ volt, sachant que $R_1 = R_2 = 4,7$ k Ω .

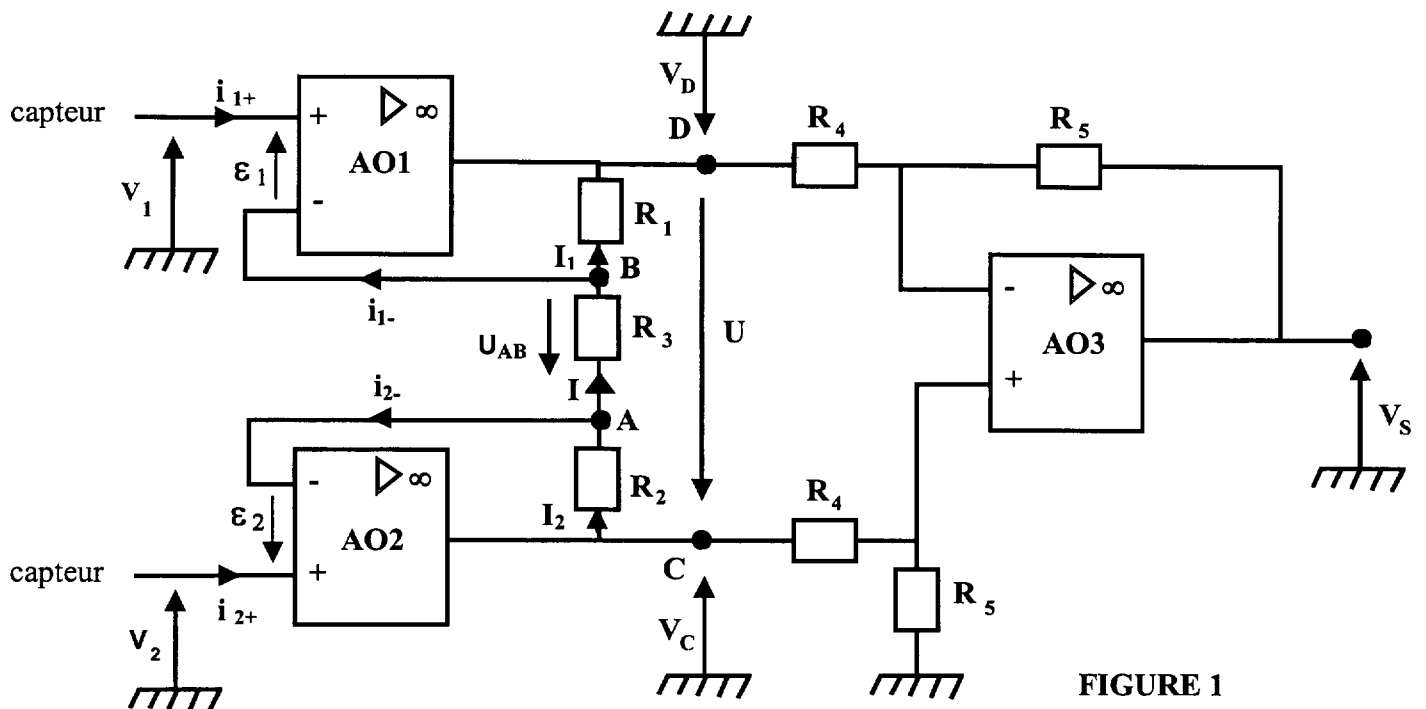


FIGURE 1

1.9 - On considère maintenant le deuxième étage comportant l'amplificateur opérationnel AO3 que l'on suppose idéal.

On montre facilement que la tension V_s en sortie du montage s'écrit : $V_s = \frac{R_5}{R_4} \cdot U$ avec $V_s > U$.

Quelle est la fonction réalisée par ce deuxième étage ?

1.10 - Application numérique : Pour une pression de 200 kPa, on veut que $U = 1$ Volt et $V_s = 10$ Volt.

Calculer le rapport $\frac{R_5}{R_4}$ permettant ce résultat.

En déduire la sensibilité $s = V_s / P$, de la conversion pression \rightarrow tension, exprimée en $V \cdot Pa^{-1}$.

Partie 2 : Conversion analogique-numérique de la tension V_s

On réalise une conversion analogique numérique de V_s , tension image de la pression dans la cuve, variant de 0 à 10 volts. On obtient un nombre $[N]$, proportionnel à la pression. Le dispositif de la figure 2 réalise cette conversion.

Le schéma ne représente pas le dispositif de maintien qui permet la lecture de la conversion lorsque celle-ci est terminée et la remise à zéro du compteur précédant une nouvelle conversion.

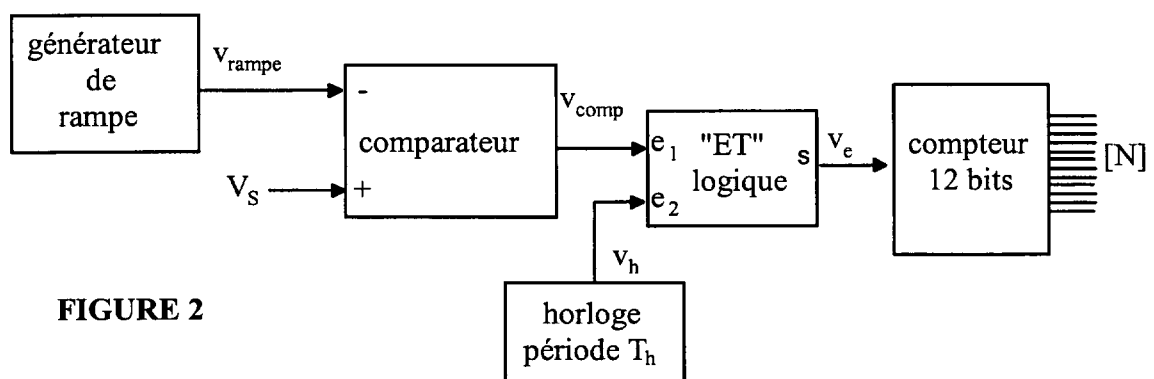


FIGURE 2

On admet comme hypothèse que la tension V_S reste constante pendant toute la durée de la conversion.

Le générateur de rampe fournit un signal en « dent de scie » v_{rampe} variant entre 0 et 12 volts, de période $T = 1$ ms (voir document réponse - graphe 1).

Le signal d'horloge v_h (graphe 3), de période T_h , de niveau 0 ou 5 volts, a un rapport cyclique égal à 0,5.

Le fonctionnement du comparateur est le suivant :

- si $V_S > v_{rampe}$, $v_{comp} = 5$ V ;
- si $V_S < v_{rampe}$, $v_{comp} = 0$ V.

La table de vérité du ET logique est la suivante :

e_1 (V)	e_2 (V)	v_e (V)
0	0	0
0	5	0
5	0	0
5	5	5

2.1 - Sur le document réponse, représenter, en fonction du temps, $v_{comp}(t)$ et $v_e(t)$.

Attention : Dans un souci de clarté, la période du signal d'horloge a été augmentée.

Les sorties du compteur sont actualisées sur front montant du signal d'horloge.

2.2 - En vous aidant du document réponse graphe 2 complété, identifier l'évènement qui indique que la conversion est terminée.

2.3 - Le compteur travaillant sur 12 bits, quel est le nombre décimal maximum, noté N_{MAX} , en sortie du compteur ?

2.4 - On veut que le nombre N_{MAX} coïncide avec la fin de la rampe.

2.4.1 - Calculer la période T_h du signal d'horloge.

2.4.2 - Exprimer littéralement puis numériquement la résolution, notée r , du convertisseur analogique-numérique.

2.4.3 - Exprimer littéralement puis numériquement la variation de pression ΔP qui provoque une incrémentation de 1 sur la sortie du compteur.

DANS CE CADRE

Académie : _____ Session : _____

Examen ou Concours _____ Série* : _____

Spécialité/option* : _____ Repère de l'épreuve : _____

Épreuve/sous-épreuve : _____

NOM : _____

(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms : _____ N° du candidat

Né(e) le : _____

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

* Uniquement s'il s'agit d'un examen.

NE RIEN ÉCRIRE

Repère : TPSP

Session : 2006

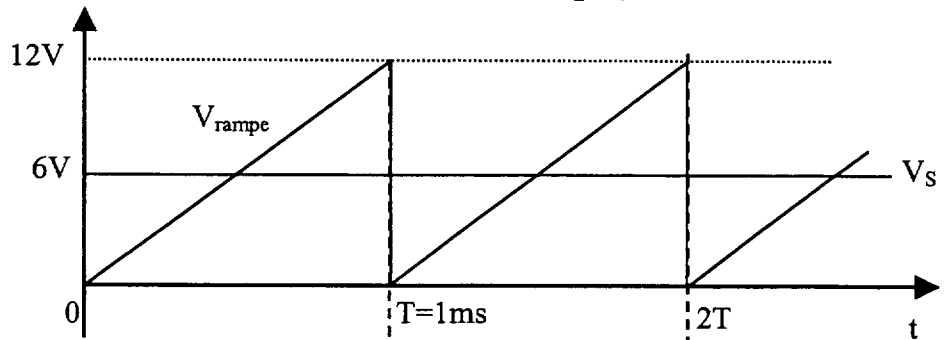
Durée : 4 H

Page : 4/14

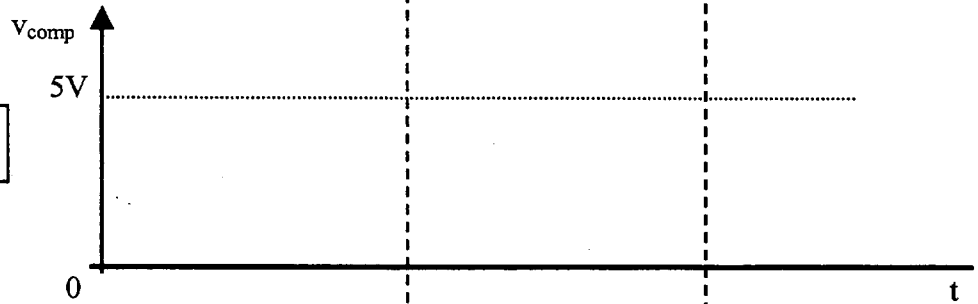
Coefficient : 4

DOCUMENT RÉPONSE
(à rendre obligatoirement avec la copie)

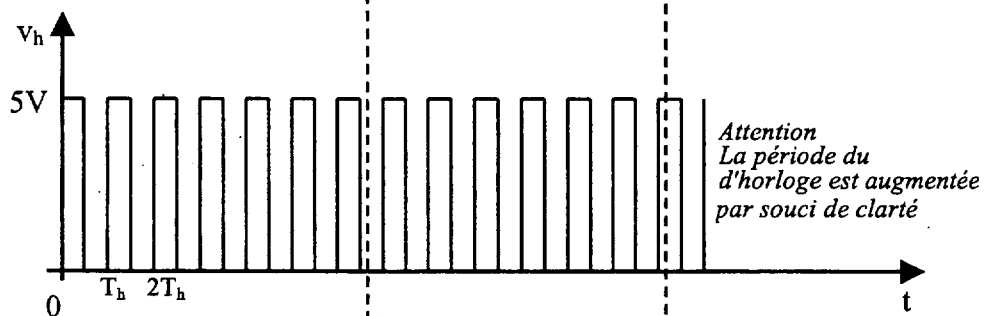
Graphe 1



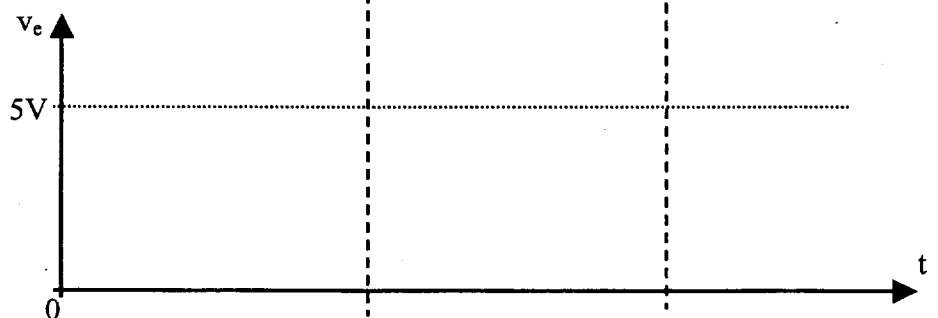
Graphe 2



Graphe 3



Graphe 4



PARTIE MÉCANIQUE, THERMODYNAMIQUE ET CHIMIE (durée conseillée 1 h 15)**LE MOTEUR DE STIRLING**

**Il n'est pas nécessaire d'avoir étudié le moteur de Stirling pour pouvoir traiter ce sujet.
Des rappels théoriques et résultats intermédiaires sont fournis dans l'énoncé.**

Partie 1 : Généralités sur les moteurs dithermes

Le moteur de Stirling est un système fermé échangeant du travail W avec l'extérieur, de la chaleur Q_c avec la source chaude à la température T_c et de la chaleur Q_f avec la source froide à la température T_f .

1.1 - Compléter le schéma du document réponse en faisant apparaître, à l'aide de flèches, le sens des échanges d'énergie (W , Q_c , Q_f). En déduire le signe de chacun de ces échanges.

1.2 - Donner la définition du rendement η du moteur de Stirling.

Partie 2 : Étude d'un moteur de Stirling

Le moteur de Stirling est modélisé par un cycle à quatre transformations réversibles. Le gaz utilisé dans ce cycle est considéré comme parfait et sa quantité de matière (nombre de moles n) est constante puisque le système est fermé.

- **Compression isotherme** : ($1 \rightarrow 2$) à la température T_f de la source froide. On passe alors du volume V_1 au volume V_2 tel que $V_1 > V_2$. Dans cette transformation, le gaz échange de la chaleur avec la source froide.
- **Chauffage isochore** : ($2 \rightarrow 3$) jusqu'à la température T_c de la source chaude.
- **Détente isotherme** : ($3 \rightarrow 4$) à la température T_c , jusqu'au volume initial. Dans cette transformation, le gaz échange de la chaleur avec la source chaude.
- **Refroidissement isochore** : ($4 \rightarrow 1$) jusqu'à la température T_f .

Dans la suite du sujet on notera W_{12} , W_{23} , W_{34} et W_{41} les travaux échangés au cours des transformations ($1 \rightarrow 2$), ($2 \rightarrow 3$), ($3 \rightarrow 4$), ($4 \rightarrow 1$) ; on fera de même pour les quantités de chaleur.

2.1 - Compléter le diagramme de Clapeyron fourni sur le document réponse en précisant :

- les points (1, 2, 3, 4) du cycle ;
- le sens du parcours du cycle.

2.2 - Quel échange d'énergie représente l'aire du cycle en coordonnées de Clapeyron ?

2.3 - Compléter le tableau du document réponse (page 8/14), en indiquant les éventuels calculs effectués.

2.4 - A partir de l'expression générale du travail des forces pressantes entre un état initial i et un état

final f : $W_{if} = \int_i^f P \cdot dV$, démontrer que l'expression du travail W_{12} , pour la compression isotherme,

s'exprime de la manière suivante : $W_{12} = n R T_f \ln \frac{V_1}{V_2}$, avec n le nombre de moles du gaz parfait.

2.5 - De même on montre que $W_{34} = n R T_c \ln \frac{V_2}{V_1}$.

Quelle est la variation d'énergie interne ΔU_{34} pour cette dernière transformation ? En déduire l'expression de la quantité de chaleur Q_{34} échangée avec la source chaude, en fonction de V_1 , V_2 , T_c , n et R .

2.6 - Que valent les travaux W_{23} et W_{41} , effectués pendant les transformations isochores ? Justifier votre réponse.

2.7 - On montre que le travail effectué dans le cycle a pour expression : $W = n R (T_c - T_f) \ln \frac{V_2}{V_1}$.

Sachant que la chaleur apportée au système pendant la phase de chauffage isochore ($2 \rightarrow 3$) est entièrement récupérée durant la phase de refroidissement isochore ($4 \rightarrow 1$) grâce à un échangeur thermique, on peut considérer que la chaleur Q_c n'est apportée au moteur que pendant la transformation ($3 \rightarrow 4$), donc $Q_c = Q_{34}$.

Démontrer que le rendement du moteur de Stirling peut se mettre sous la forme : $\eta = 1 - \frac{T_f}{T_c}$ comme celui du moteur de Carnot.

Partie 3 : Applications numériques

Utiliser les valeurs numériques du document réponse.

3.1 - Calculer le rendement du moteur de Stirling.

3.2 - Calculer le travail échangé au cours d'un cycle. Interpréter le signe du résultat.

3.3 - En déduire les quantités de chaleur Q_{34} et Q_{12} échangées respectivement avec la source chaude et la source froide au cours d'un cycle.

Donnée : $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

DANS CE CADRE

Académie : _____ Session : _____
Examen ou Concours _____ Série* : _____
Spécialité/option* : _____ Repère de l'épreuve : _____
Épreuve/sous-épreuve : _____
NOM : _____
(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)
Prénoms : _____ N° du candidat
Né(e) le : _____

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

* Uniquement s'il s'agit d'un examen.

NE RIEN ÉCRIRE

Repère : TPSP

Session : 2006

Durée : 4 H

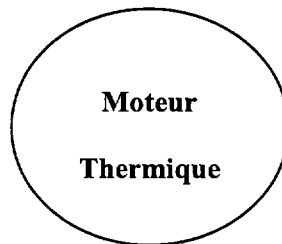
Page : 7/14

Coefficient : 4

DOCUMENT REPONSE
(à rendre obligatoirement avec la copie)

Schéma :

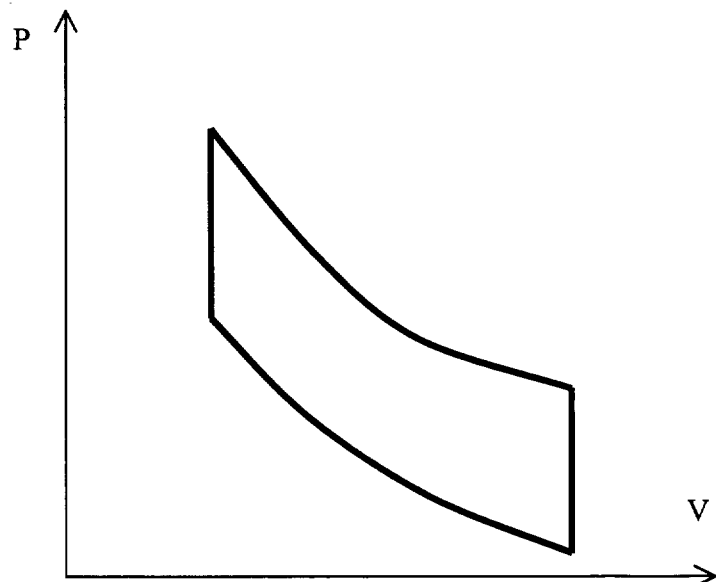
Source
chaude



Milieu
Extérieur

Source
Froide

Diagramme de
Clapeyron :



DANS CE CADRE

Académie : _____ Session : _____

Examen ou Concours _____ Série* : _____

Spécialité/option* : _____ Repère de l'épreuve : _____

Épreuve/sous-épreuve : _____

NOM : _____

(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms : _____ N° du candidat

Né(e) le : _____

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

* Uniquement s'il s'agit d'un examen.

NE RIEN ÉCRIRE

Repère : TPSP

Session : 2006

Durée : 4 H

Page : 8/14

Coefficient : 4

DOCUMENT REPONSE SUITE
(à rendre obligatoirement avec la copie)

Tableau :

	Etat 1	Etat 2	Etat 3	Etat 4
T (K)	273		823	
V (m ³)	2,00.10 ⁻³	2,86.10 ⁻⁴		
P (Pa)	100.10 ³	70.10 ⁴		300.10 ³

PARTIE OPTIQUE (durée conseillée 1 h 15)**ÉTUDE D'UN PYROMÈTRE OPTIQUE**

Un **pyromètre optique monochromatique à disparition de filament** (voir **schéma 1a**) permet de mesurer à distance la température T_S d'une source étendue S incandescente, en comparant l'émittance monochromatique M de l'image S' de cette source, fournie par un objectif L , à celle d'un filament étalon f , placé en S' .

L'observation peut se faire à l'œil nu à travers un oculaire (non étudié dans ce sujet), formé de deux lentilles minces L_1 et L_2 . De plus, cette observation est faite en lumière monochromatique grâce à un filtre interférentiel placé à la sortie de l'oculaire.

Le filament a été étalonné au préalable avec un corps noir placé au même endroit que la source S étudiée. La courbe d'étalonnage du filament permet de faire correspondre à toute valeur de la tension U_f aux bornes du filament une valeur de la température T_f du filament égale à celle du corps noir quand ils ont la même émittance.

Puis, pour mesurer la température T_S de la source étendue, on règle la tension U_f jusqu'à avoir l'égalité des émittances de S' et de f (voir **schéma 1b**) :

- si le filament apparaît sombre sur le fond de l'image S' de S , c'est que la température T_S de la source est supérieure à T_f : $T_S > T_f$;
- si on ne peut distinguer le filament : $T_S = T_f$;
- si le filament apparaît clair sur fond sombre : $T_S < T_f$.

Les parties 1, 2 et 3 sont indépendantes.

Partie 1 : Position de la source par rapport à l'objectif de l'appareil

L'objectif L est assimilable à une lentille mince convergente de centre O et de distance focale image $f' = +10$ cm (voir schéma 1a).

Dans l'utilisation normale de ce pyromètre, la distance $D' = OS'$ entre l'objectif L et le filament f vaut $D' = 15$ cm.

1.1 - Quelle doit être la valeur de la distance $D = OS$ entre la source S et l'objectif L , pour que l'on puisse former l'image S' de la source S sur le filament f ?

Partie 2 : Étude du filtre interférentiel

La source S incandescente émet de la lumière blanche : $\lambda \in [380 \text{ nm} ; 780 \text{ nm}]$.

Le filtre interférentiel, placé à la sortie de l'oculaire après L_2 et éclairé sous incidence normale, sélectionne la longueur d'onde $\lambda_0 = 656,3$ nm (raie H_α de l'hydrogène). Voir schéma 1a.

Ce filtre est une lame mince à faces parallèles, d'épaisseur e et d'indice $n = 1,564$ pour la longueur d'onde λ_0 .

Un traitement a été effectué sur chaque face (parties grisées du schéma 2), ce qui confère, sous une incidence quasi-normale, un coefficient de réflexion en intensité élevé pour chacune de ces faces : $R = 0,90$. On obtient ainsi une cavité de Fabry-Pérot.

Le rayon incident (rayon 0 du schéma 2) subit une multitude de réflexions à l'intérieur de cette lame, ce qui génère une infinité de rayons transmis (rayons 1, 2, 3, etc... du schéma 2) qui interfèrent à l'infini.

2.1 - Soit $\delta = [\ell_2] - [\ell_1]$ la différence de chemin optique entre deux rayons transmis successifs pour une incidence normale.

- 2.1.1 - Donner l'expression de δ en fonction de e et de n .
- 2.1.2 - En déduire l'expression de l'ordre d'interférence $p = \frac{\delta}{\lambda}$ quand la lame est éclairée par une onde de longueur d'onde λ .
- 2.1.3 - Enfin, donner l'expression de la différence de phases $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ entre deux ondes transmises successives, en fonction de n , e , λ .
- 2.2 - L'intensité transmise I_{tr} , et par conséquent la transmittance T de la lame, rapport entre cette intensité et l'intensité incidente I_0 , sont maximales si les ondes transmises successives donnent des interférences constructives.
- 2.2.1 - Donner l'expression de l'épaisseur e de la lame, en fonction de n et de λ_0 , pour que l'onde de longueur d'onde λ_0 soit transmise avec le maximum d'intensité.
- 2.2.2 - Calculer la valeur minimale, e_0 de cette épaisseur pour que la lame transmette l'onde de longueur d'onde λ_0 avec le maximum d'intensité.

Dans toute la suite du problème, on utilise une lame d'épaisseur $e = e_0$.

- 2.3 - La lame a l'épaisseur minimale e_0 .

2.3.1 - Montrer que l'ordre d'interférence a pour expression : $p = \frac{\lambda_0}{\lambda}$.

2.3.2 - Exprimer la différence de phases $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ en fonction de la longueur d'onde λ_0 et de la longueur d'onde λ de l'onde incidente.

2.3.3 - Vérifier que la longueur d'onde λ_0 est la seule du domaine visible [380 nm ; 780 nm] qui soit transmise avec un maximum d'intensité.

- 2.4 - La courbe, $T = f(\lambda)$, donnant les variations de la transmittance T de la lame en fonction de la longueur d'onde λ est représentée sur le schéma 3 au voisinage de $\lambda_0 = 656,3$ nm.

2.4.1 - Quelle est la couleur de la lumière transmise par ce filtre interférentiel ?

2.4.2 - Calculer l'absorbance A du filtre pour la longueur d'onde λ_0 en utilisant le schéma 3 du document réponse.

2.4.3 - Déterminer graphiquement la bande passante de ce filtre interférentiel, définie par l'ensemble des longueurs d'onde pour lesquelles la transmittance appartient à l'intervalle : $\frac{T_{\max}}{2} \leq T \leq T_{\max}$. Rendre le document-réponse complété (schéma 3).

2.4.4 - Calculer la largeur $\Delta\lambda$ de la bande passante.

2.4.5 - Vérifier numériquement que la largeur de la bande passante est donnée par la formule :

$$\Delta\lambda \approx \frac{2\lambda_0}{\pi\sqrt{m}} ;$$

la constante m , fonction du facteur de réflexion en intensité R , vaut : $m = \frac{4R}{(1-R)^2}$.

Partie 3 : Mesure des températures

On suppose que le filtre "H α " a été placé à la sortie de l'oculaire et que toutes les mesures se font donc à la longueur d'onde $\lambda_0 = 656,3 \text{ nm}$.

On mesure alors la température T_S de la source en faisant varier l'émittance du filament étalonné jusqu'à la rendre égale à celle de l'image de la source. La courbe d'étalonnage du filament donne $T_S = 2600 \text{ K}$.

L'émittance M_0 de la source est analogue à celle du corps noir pour la longueur d'onde $\lambda_0 = 656,3 \text{ nm}$. La courbe traduisant les variations de M_0 en fonction de T , au voisinage de $T_S = 2600 \text{ K}$ et correspondant au tableau de valeurs ci-dessous (T en kelvins et M_0 en gigawatts par mètre cube), est représentée sur le schéma 4.

T(K)	2590	2592	2594	2596	2598	2600	2602	2604	2606	2608	2610
$M_0(\text{GW.m}^{-3})$	647,3	651,6	655,8	660,1	664,4	668,7	673,1	677,5	681,9	686,3	690,7

On suppose qu'un œil normal standard peut apprécier sans difficulté, dans cette région du spectre, une variation relative d'émittance de 1 %, soit : $\frac{|M_0(T) - M_0(T_S)|}{M_0(T_S)} = \frac{\Delta M_0}{M_0(T_S)} = \frac{1}{100}$.

3.1 - Pour calculer l'incertitude absolue ΔT sur la mesure de $T_S = 2600 \text{ K}$, on peut linéariser la courbe $M_0 = f(T)$ au voisinage du point ($T_S = 2600 \text{ K}$; $M_0(T_S) = 668,7 \text{ GW.m}^{-3}$).

3.1.1 - Calculer le coefficient directeur, a , de la droite confondue avec la courbe $M_0 = f(T)$ au voisinage du point étudié.

3.1.2 - En déduire la valeur de l'incertitude absolue ΔT sur la mesure de T_S , correspondant à

$$\frac{\Delta M_0}{M_0(T_S)} = \frac{1}{100}$$

3.2 - Vérifier numériquement que l'incertitude absolue sur T_S est donnée par :

$$\Delta T \approx \frac{1}{100} \cdot \frac{\lambda_0 T_S^2}{C_2} \text{ avec } C_2 = \frac{hc}{k} = 1,439 \cdot 10^{-2} \text{ m.K.}$$

(h , constante de Planck ; c , célérité de la lumière dans le vide ; k , constante de Boltzmann).

3.3 - Conclure sur la précision des mesures de température faites avec cet appareil.

Schéma 1 : principe du pyromètre à disparition du filament.

Schéma 1a :

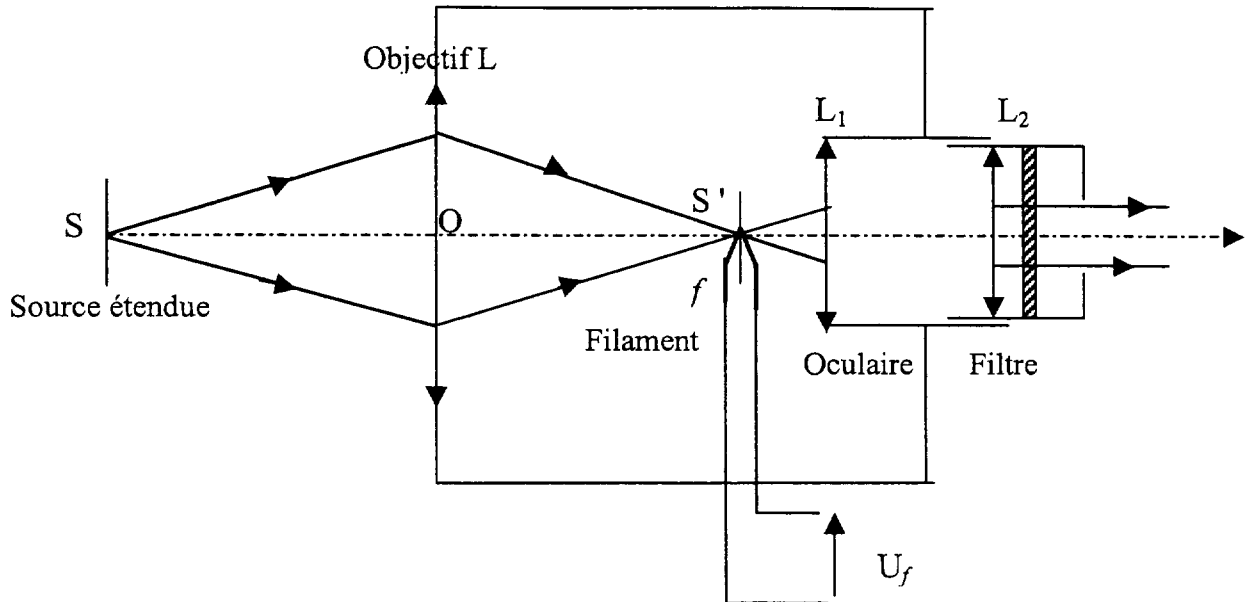


Schéma 1b :

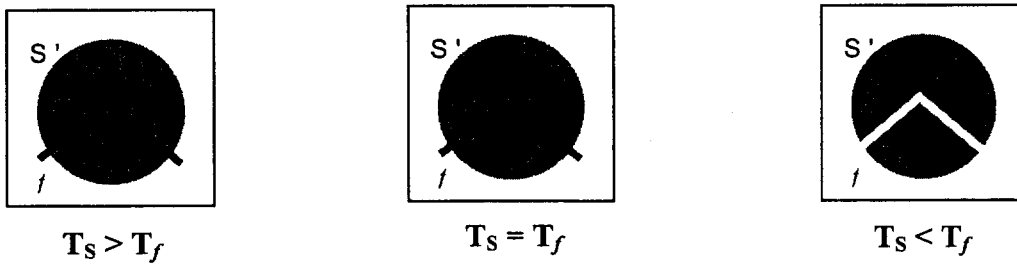
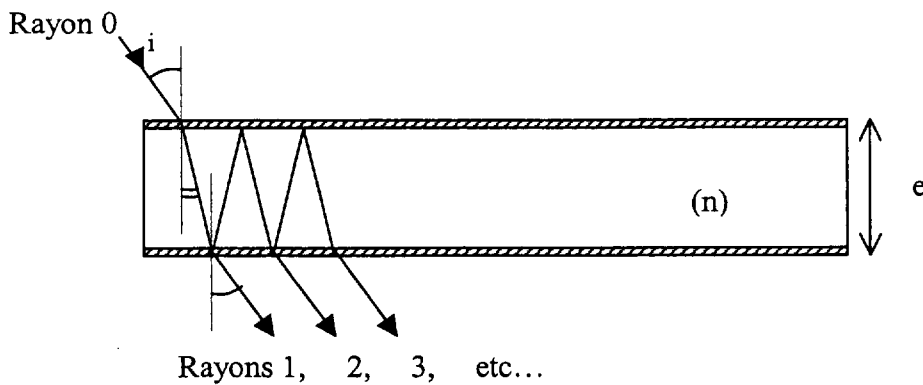
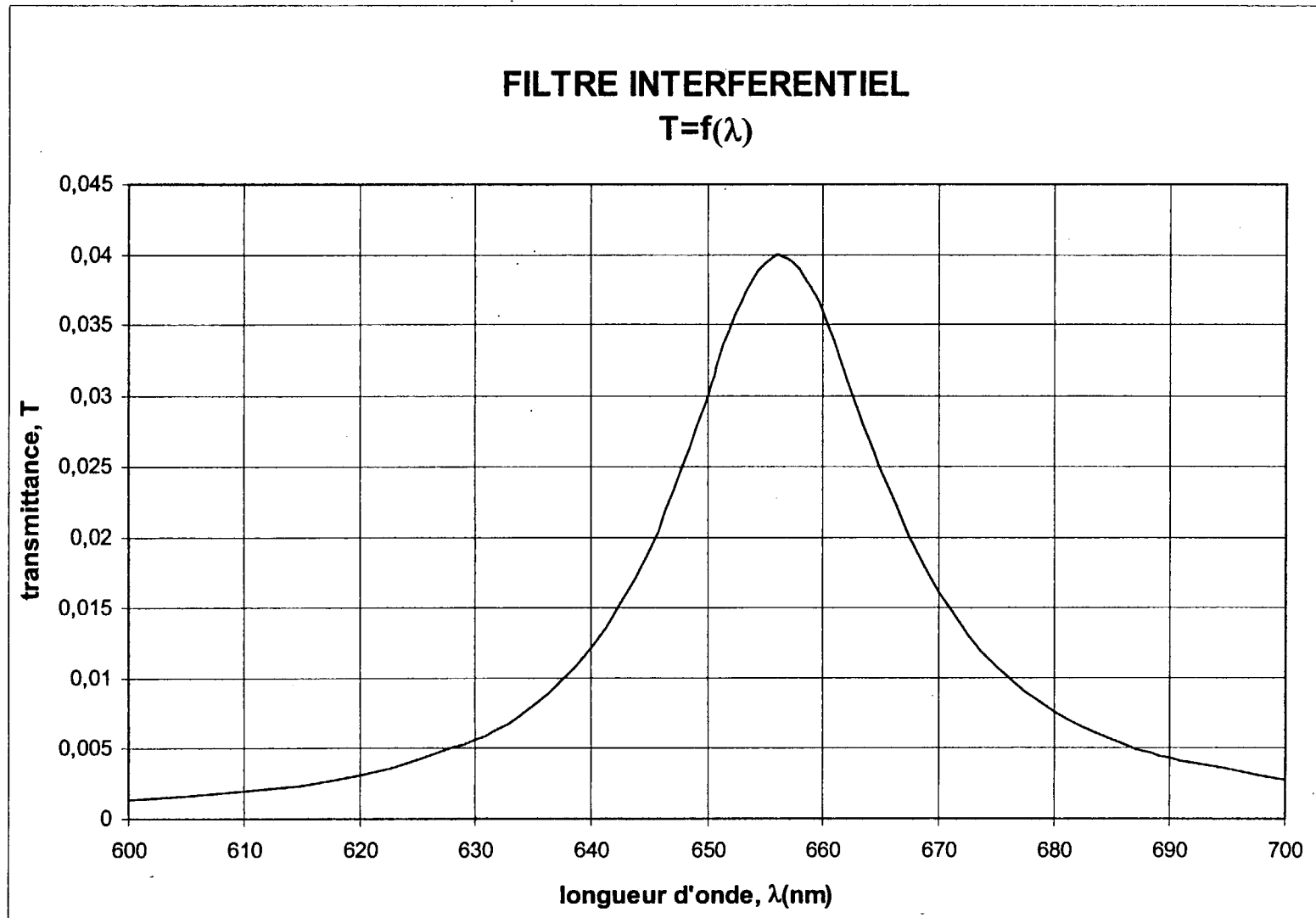


Schéma 2 : principe du filtre interférentiel.



DOCUMENT RÉPONSE
(à rendre obligatoirement avec la copie)

Schéma 3 : Transmittance du filtre interférentiel, au voisinage de $\lambda_0 = 656,3$ nm.



Académie : _____

Examen ou Concours : _____

Spécialité/option* : _____

Épreuve/sous-épreuve : _____

NOM : _____

Prénoms : _____

Né(e) le : _____

N° du candidat : _____

Série* : _____

Repère de l'épreuve : _____

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

* Uniquement s'il s'agit d'un examen.

Schéma 4 : Émittance du corps noir pour $\lambda_0 = 656,3$ nm, au voisinage de $T_S = 2600$ K.

