

# BTS DESIGN D'ESPACE

## MATHEMATIQUES

Session 2006

Durée : 1 heure 30

Coefficient : 1,5

Les calculatrices sont autorisées conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.  
La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviennent dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.  
Le sujet comporte 3 pages, numérotées de 1/3 à 3/3.

<b>BTS Design d'espace</b>		SESSION 2006
Mathématiques		DEMAT
Coefficient : 1,5	Durée : 1 h 30	Page : 1 / 3

**EXERCICE 1** (12 points)

Dans un repère orthonormal  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$  d'unité graphique 5 cm, on considère la courbe  $C$  dont un système d'équations paramétriques est :

$$\begin{cases} x = f(t) = -t^3 + 3t \\ y = g(t) = -2t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 3t \end{cases} \quad \text{où } t \text{ appartient à l'intervalle } [0, 1].$$

1° Calculer  $f'(t)$  et  $g'(t)$  où  $f'$  et  $g'$  sont les fonctions dérivées respectives des fonctions  $f$  et  $g$ .

2° Étudier les signes respectifs de  $f'(t)$  et  $g'(t)$  lorsque  $t$  varie dans l'intervalle  $[0, 1]$ .

3° Rassembler les résultats dans un tableau de variation unique.

4° Déterminer un vecteur directeur de la tangente à la courbe  $C$  en chacun des trois points  $O, A, B$  obtenus respectivement pour  $t = 0, t = 0,5$  et  $t = 1$ .

5° Placer les points  $O, A, B$ , tracer avec précision, sur une feuille de papier millimétré, la tangente en chacun des points, puis la courbe  $C$ .

<b>BTS Design d'espace</b>		SESSION 2006
Mathématiques		DEMAT
Coefficient : 1,5	Durée : 1 h 30	Page : 2 / 3

## EXERCICE 2 (8 points)

Dans un repère orthonormal  $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  de l'espace, on donne les points suivants par leurs coordonnées :

$A(1, 3, -1)$  ;  $B(2, 1, 4)$  ;  $C(5, 0, 3)$  et  $D(4, 2, -2)$ .

1° a) Montrer que le quadrilatère  $ABCD$  est un parallélogramme.

b) Calculer le produit scalaire  $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ .

Que peut-on en déduire sur la nature du parallélogramme  $ABCD$  ?

2° Calculer les coordonnées du milieu  $I$  de  $[AC]$ .

3° On considère la pyramide  $SABCD$  de sommet  $S(6,5 ; 9,5 ; 3,5)$ .

a) Montrer que le vecteur  $\vec{IS}$  est orthogonal à chacun des deux vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{BC}$ .

b) Calculer la valeur exacte du volume de la pyramide  $SABCD$  dont  $[IS]$  est une hauteur.

4° On se propose de déterminer une mesure en degrés de l'angle  $\widehat{SAB}$

a) Calculer le produit scalaire  $\vec{AS} \cdot \vec{AB}$ .

b) Donner les valeurs exactes des distances  $AS$  et  $AB$ .

En déduire la valeur exacte de  $\cos \widehat{SAB}$ , puis une valeur approchée, arrondie à  $10^{-1}$ , de la mesure en degrés de l'angle  $\widehat{SAB}$ .

<b>BTS Design d'espace</b>		SESSION 2006
Mathématiques		DEMAT
Coefficient : 1,5	Durée : 1 h 30	Page : 3 / 3