CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

– EXERCICE 1 – OPTIQUE – (7 pts)

① – ⓐ – 1ère loi : les rayons incident et réfractés sont coplanaires (plan d'incidence) 0,5

2ème loi : les angles vérifient la relation : 0,5

$$n_{air} \cdot \sin i = n_{verre} \cdot \sin r$$

ⓑ – D'après ce qui précède :

$$\boxed{\sin r = \frac{n_{air}}{n_{verre}} \cdot \sin i}$$

ou

$$\boxed{r = \arcsin\left(\frac{n_{air}}{n_{verre}} \cdot \sin i\right)}$$

AN : $r \simeq 19{,}5°$ (3 CS obligatoires) 0,5

ⓒ – schéma 1 : cf. annexe 0,5

② – ⓐ – Il peut y avoir réflexion totale sur le 2ème dioptre ;

il y a réfraction si $r_2 \leq \frac{\pi}{2}$ soit $\sin r_2 \leq 1$

Or d'après la 2ème loi de la réfraction : $n_{verre} \cdot \sin i_2 = n_{air} \cdot \sin r_2$

Donc il y a réfraction si : $\frac{n_{verre}}{n_{air}} \cdot \sin i_2 \leq 1$

soit $\sin i_2 \leq \sin i_{2,max}$

avec

$$\boxed{\sin i_{2,max} = \frac{n_{air}}{n_{verre}}}$$

ou

$$\boxed{i_{2,max} = \arcsin\left(\frac{n_{air}}{n_{verre}}\right)}$$

1

AN : $i_{2,max} \simeq 41{,}8°$ (3 CS obligatoires)

ⓑ – D'après la 2ème loi de la réfraction :

– 1er dioptre : $n_{air} \cdot \sin i_1 = n_{verre} \cdot \sin r_1$

– 2ème dioptre : $n_{verre} \cdot \sin i_2 = n_{air} \cdot \sin r_2$

Or : $r_1 = i_2$ (angles alternes-internes)

Donc : $n_{air} . \sin i_1 = n_{verre} . \sin i_2 = n_{air} . \sin r_2$

soit $\sin i_1 = \sin r_2$

donc $\boxed{i_1 = r_2}$ 1

Ainsi les rayons incident et émergent sont parallèles.

(c) Schéma 2 : cf. annexe 1

(d) - D'après le schéma 2 (à compléter) :

- triangle (ISK) : $\sin(i_1 - r_1) = \frac{SK}{IS} = \frac{d}{IS}$

soit $d = IS . \sin(i_1 - i_2)$ car $r_1 = i_2$

- triangle (ISH) : $\cos r_1 = \frac{IH}{IS} = \frac{e}{IS}$

soit $IS = \frac{e}{\cos r_1} = \frac{e}{\cos i_2}$ car $r_1 = i_2$ 2

D'où : $\boxed{d = e . \frac{\sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2}}$ AN $d \simeq 0,290$ mm

Exercice 2 LIMITATION DE VITESSE PAR INCLINAISON

1°)

a) La voiture A effectue un mouvement circulaire uniforme 0,5

b) Dans la base de Frénet : $\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_n}$

avec : $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$ car $v = c^{te}$

$a_n = \frac{v^2}{R}$ 0,75

28

alors

$\vec{a}$
- origine : le point A
- direction : droite AC
- sens de A vers C
- intensité : $a = \frac{v^2}{R}$

c) cf schéma — 0,25

d)

Sur Ox

$a_x = a.\cos\alpha$ alors $a_x = \frac{v^2.\cos\alpha}{R}$

Sur Oy

$a_y = -a.\sin\alpha$ $a_y = \frac{-v^2.\sin\alpha}{R}$ — 0,5

2.a). Référentiel d'étude : référentiel terrestre considéré comme galiléen

. Système étudié : la voiture A

. Inventaire des forces extérieures s'exerçant sur le système — 1

- le poids $\vec{P} = m\vec{g}$
- la réaction du support $\vec{R} = \vec{R_T} + \vec{R_N}$

b) schéma : annexe — 0,5

c) $\boxed{m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R_T} + \vec{R_N}}$

ou

$\boxed{m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}}$ (ω)

0,5

3.a°/ Projection du Principe fondamental de la dynamique (2e loi de Newton)

Sur Gx

$$m a_x = -mg\sin\alpha + T$$

soit $m\frac{v^2}{R}\cos\alpha = -mg\sin\alpha + T$

d'où

$$\boxed{T = m\frac{v^2}{R}\cos\alpha + mg\sin\alpha}$$

0,5

Sur Gy

$$m a_y = -mg\cos\alpha + N$$

$$-m\frac{v^2}{R}\sin\alpha = -mg\cos\alpha + N$$

alors

$$\boxed{N = mg\cos\alpha - m\frac{v^2}{R}\sin\alpha}$$

0,5

b.)

$$T \leqslant \mu N$$

Soit :

$$m\frac{v^2}{R}\cos\alpha + mg\sin\alpha \leq \mu mg\cos\alpha - \mu m\frac{v^2\sin\alpha}{R}$$

$$\frac{v^2}{R}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) \leqslant g(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)$$

<u>finalement</u>

$$v \leqslant \sqrt{Rg\frac{\mu\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}}$$

avec

$$v_{max} = \sqrt{Rg\frac{\mu\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}}$$ 1

a) pour <u>$\alpha = 5°$</u> $v_{max} \simeq 11\ m.s^{-1}$ ce qui correspond 0,75
à $v_{max} \simeq 40\ km.h^{-1}$
Compatible avec la limitation de vitesse en agglomération.

) <u>Chaussée non inclinée</u> $\alpha = 0°$

0,75

Soit $V'_{max} = \sqrt{Rg\mu}$

<u>A.N</u> $V'_{max} \simeq 13\ m.s^{-1}$

Correspondant à : $v_{max} \simeq 45\ km.h^{-1}$

0,5

c) en inclinant la chaussée, une voiture qui aborde le rond point doit diminuer sa vitesse afin de ne pas déraper.

– EXERCICE 3 – MÉCANIQUE DES FLUIDES – (5 pts)

① – Par définition du débit volumique : $Q_V = v_1 . S = v_1 . \frac{\pi D_1^2}{4}$ 1

soit : $\boxed{D_1 = 2\sqrt{\frac{Q_V}{\pi v_1}}}$ AN : $D_1 \simeq 1{,}07\ m$ (3cs obligatoires)

② – • On donne : $v_2 = 1{,}5 . v_1$

ⓑ • Graphiquement : $\tan\alpha = \frac{D_2}{2a} = \frac{D_1}{2(L+a)}$

soit : $\begin{cases} D_1 = 2(L+a).\tan\alpha \\ D_2 = 2a\tan\alpha \end{cases}$

Donc : $L = \frac{D_1}{2\tan\alpha} - a$ et $a = \frac{D_2}{2\tan\alpha}$

Soit : $L = \frac{D_1 - D_2}{2\tan\alpha}$

ⓐ • Le débit volumique se conserve donc : $v_1 . S_1 = v_2 . S_2$

Soit $v_1 . \frac{\pi D_1^2}{4} = v_2 . \frac{\pi D_2^2}{4}$ 1

Donc : $D_2 = D_1 . \sqrt{\frac{v_1}{v_2}} \simeq 0{,}874\ m$ avec $D_1 \simeq 1{,}07\ m$

Finalement :

$$\boxed{L = \frac{D_1}{2\tan\alpha} . \left(1 - \sqrt{\frac{v_1}{v_2}}\right)}$$ 1

ou

$$\boxed{L = \frac{D_1}{2\tan\alpha} . \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1{,}5}}\right)}$$

AN : $L \simeq 5{,}57 . 10^{-1}\ m$ ou $55{,}7\ cm$ (3cs obligatoires)

③ – On applique l'invariant de Bernoulli :

$$\frac{v_1^2}{2} + g z_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + g z_2 + \frac{p_2}{\rho}$$

Or $z_1 = z_2$ donc :

$$\boxed{\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right)}$$

ou

$$\boxed{\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{5}{8}\rho v_1^2}$$ 2

32

AN : $\Delta p \simeq 1{,}56 . 10^4\ Pa$ (3cs obligatoires)

Schéma 1 :

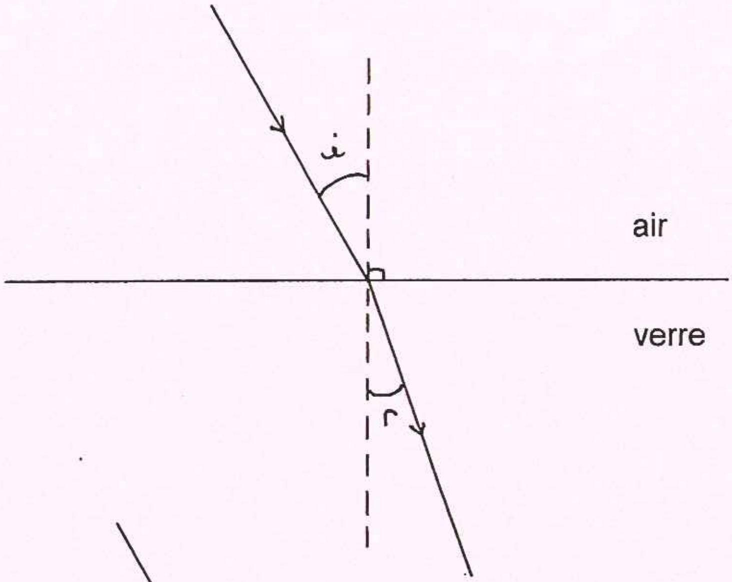


Schéma 2 :

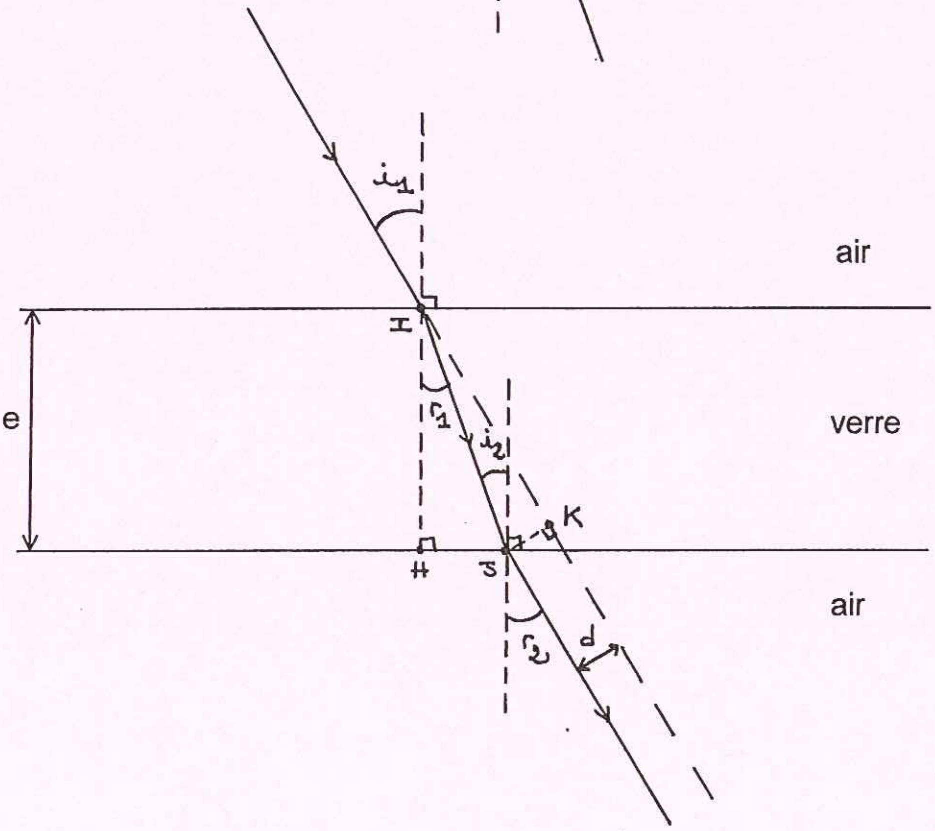
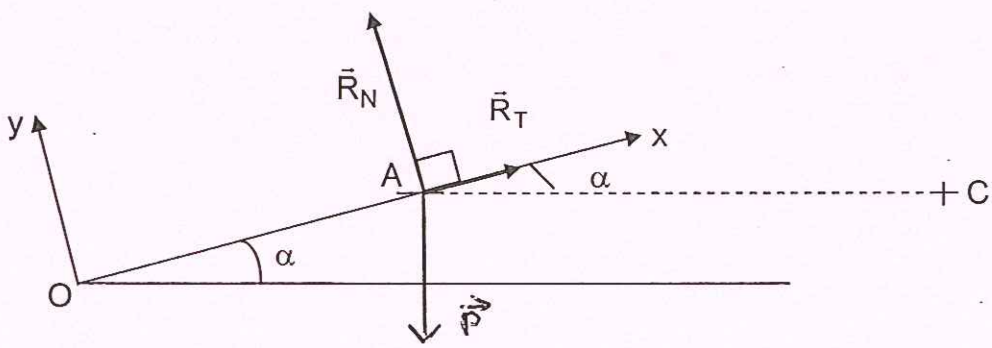


Schéma 3 :



GTPHY bis

33