SESSION 2006

Baccalauréats Professionnels

ÉTUDE ET DÉFINITION DE PRODUITS INDUSTRIELS

Épreuve E1 - Scientifique et Technique

Sous-Épreuve U12 - Mathématiques et Sciences physiques

Durée : 2 Heures **Coefficient : 2**

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Les documents à rendre seront agrafés à la copie sans indication d'identité du candidat.

Les exercices de Mathématiques et de Sciences physiques ne seront pas rédigés sur des copies séparées.

Le sujet comporte 5 pages dont :
- 1 page de garde
- 1 formulaire

Barème :

Mathématiques : (15 points)

Partie A : 5 points

Partie B : 5 points

Partie C : 5 points

Sciences Physiques : (5 points)

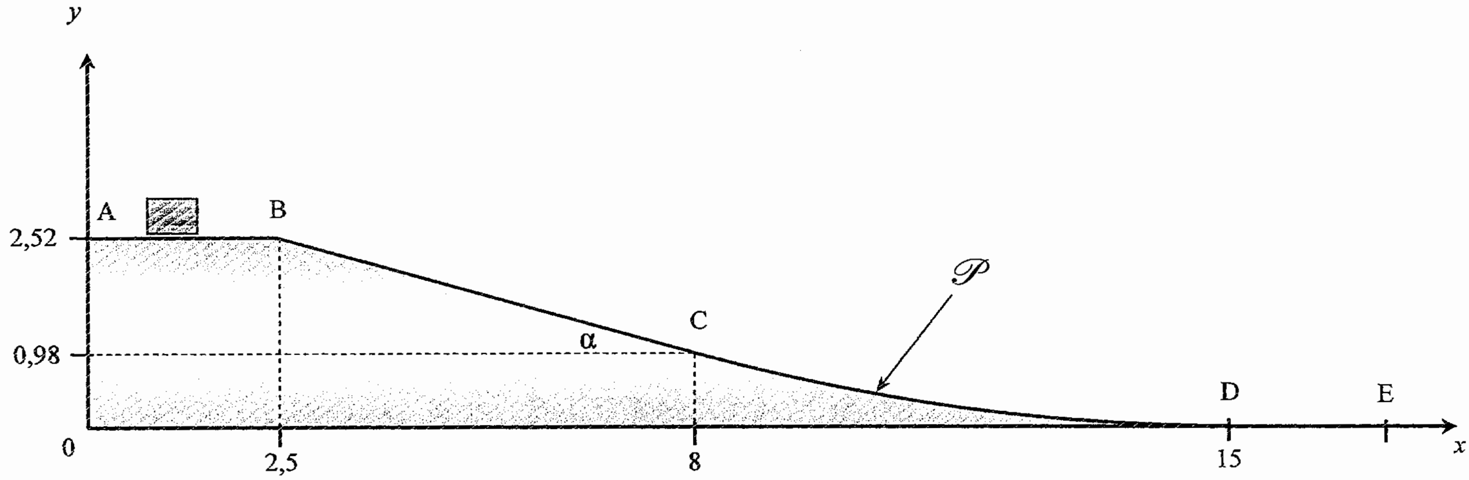
Exercice 1 : 2 points

Exercice 2 : 3 points

MATHÉMATIQUES – 15 points

Un site de transfert de caisses parallélépipédiques est représenté dans un repère orthonormal par le schéma ci-dessous. Les dimensions sont exprimées en m.

Le chemin ABCD est constitué de rouleaux pouvant tourner librement et sans frottements. Les caisses peuvent ainsi être transférées, passant de la position A à la position E.



Le chemin comporte trois segments, [AB], [BC], [DE] et un arc de parabole $\mathscr{P}$ limité par les points C et D.

Partie A : (5 points) *Étude du segment* [BC].

1. À partir du schéma précédent, donner les coordonnées des points B et C.
2. Calculer la distance BC. Le résultat sera arrondi au centième.
3. Calculer la mesure de l'angle α arrondie au degré.
4. Déterminer l'équation de la droite (BC).

Partie B : (5 points) *Étude du raccord entre* $\mathscr{P}$ *et le segment* [BC].

L'arc de parabole $\mathscr{P}$ est la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle [8 ; 15] avec $f(x)$ de la forme :

$$f(x) = a\,(x - 15)^2$$

où a est une valeur à déterminer.

1. Calculer la valeur de a en écrivant que $\mathscr{P}$ passe par le point C dont les coordonnées ont été déterminées à la question **1.** de la **Partie A.**

2. Développer puis ordonner l'expression de $f(x)$.

3. La dérivée de la fonction f est notée f'. Montrer que $f'(x) = 0{,}04\,x - 0{,}6$.

4. **a)** Calculer $f'(8)$. En déduire la valeur du coefficient directeur de la tangente à l'arc de parabole $\mathscr{P}$ au point C.

b) Comparer cette valeur avec celle du coefficient directeur de la droite (BC).
Que peut-on déduire de la position relative du segment de droite [BC] et de l'arc de parabole $\mathscr{P}$?

Partie C : (5 points) *Détermination de la vitesse de la caisse.*

Dans cette partie, on désire déterminer la vitesse de la caisse lorsqu'elle arrive au point C.

La caisse arrive en B avec une vitesse de 0,3 m/s.

Le temps t, en s, est compté à partir du moment où la caisse se présente au point B.

À l'instant t, la distance $d\,(t)$ entre le point B et la caisse sur le segment [BC] est donnée par :

$$d\,(t) = \frac{1}{2}\cdot \mathrm{g}\cdot \sin\alpha\cdot t^2 + 0{,}3\cdot t$$

1. Calculer la valeur de $\frac{1}{2}\cdot \mathrm{g}\cdot \sin\alpha$ avec $\alpha = 16°$ et g = 10 m/s^2. Le résultat sera arrondi au centième.

2. On prend BC = 5,71 m. Calculer l'instant où la caisse arrive au point C. Le résultat sera arrondi au centième.

3. La vitesse $v\,(t)$ de la caisse à l'instant t est donnée par : $v\,(t) = d\,'(t)$ où $d\,'$ désigne la dérivée de la fonction d. Déterminer l'expression de $v\,(t)$.

4. On admet que la caisse arrive en C à l'instant t = 1,95 s. Calculer la vitesse de la caisse à cet instant. Le résultat sera arrondi au dixième.

SCIENCES PHYSIQUES – 5 points

EXERCICE 1 (2 points)

Le chemin ABCDE est constitué de rouleaux pouvant tourner librement, ces rouleaux sont assimilables à des cylindres de masse 200 kg, de longueur L = 1,50 m et de diamètre 75 cm.

1. Calculer le moment d'inertie J (en kg.m²) d'un rouleau. *Arrondir à l'unité.*

2. Le passage des caisses à la vitesse de 5,7 m/s provoque la rotation des rouleaux, Calculer la vitesse angulaire ω de ces rouleaux. *Arrondir à l'unité.*

3. Calculer l'énergie cinétique d'un rouleau. *Arrondir à la centaine de joules.*

Formules : $\boxed{J = \frac{1}{2}mR^2\,;\, v = R\omega\,;\, E_C = \frac{1}{2}J\omega^2}$

EXERCICE 2 (3 points)

Les caisses de 800 kg sont ensuite chargées dans des camions grâce à un élévateur électrique qui les monte à une hauteur de 1,50 m en 6,0 s. *Arrondir les résultats à la centaine d'unités les énergies et puissances.*

1. Calculer le poids d'une caisse. (g = 10 N/kg)
2. Calculer l'énergie nécessaire à la montée d'une caisse.
3. En déduire la puissance développée par l'élévateur électrique.
4. Le rendement de l'élévateur étant de 0,80, calculer la puissance absorbée.
5. Ce moteur est alimenté en triphasé. Son facteur de puissance est de 0,90 et la tension U entre deux phases est de 400 V. En déduire l'intensité I en ligne.

Formule : $\boxed{P = UI\sqrt{3}\cos(\varphi)}$

FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Mathématiques

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \dfrac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \dfrac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$ = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

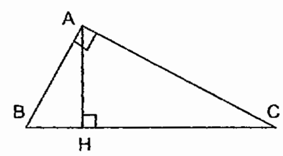
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\dfrac{a}{\sin \widehat{A}} = \dfrac{b}{\sin \widehat{B}} = \dfrac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\dfrac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\dfrac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\dfrac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\dfrac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v},\vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$