BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

PILOTAGE DE SYSTÈMES DE PRODUCTION AUTOMATISÉE

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE E 1

SOUS-ÉPREUVE B 1 – UNITÉ 12

MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 7 pages.
La page 7 est à rendre avec la copie d'examen.

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 x 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit.

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

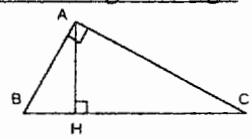
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

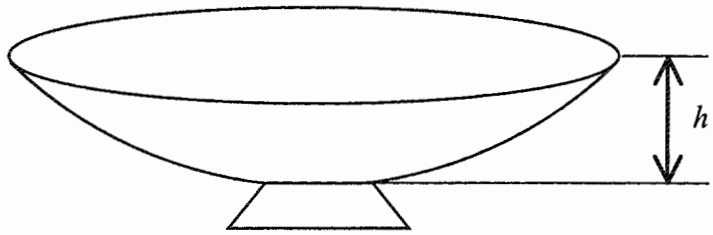
$\vec{v}.\vec{v'} = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v'}\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v}.\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$

MATHÉMATIQUES (15 points)

EXERCICE 1 : (10 points)

Une entreprise a en charge la fabrication de barquettes destinées à la commercialisation de plats cuisinés. Un schéma simplifié de la forme de ces barquettes est donné ci-dessous.
On considère que ces récipients ont la forme d'une calotte sphérique (partie d'une sphère de rayon R) de hauteur h.



On admet que le volume V, en cm^3, du récipient est donné par la formule suivante :

(1) $V = \frac{\pi}{3} h^2 (3R - h)$ avec : R rayon de la sphère en centimètres
h hauteur en centimètres.

Pour des raisons techniques et commerciales, le rayon R est fixé à 8 cm.

Le but de cette étude est de déterminer la valeur à donner à la hauteur h, afin d'obtenir un volume V égal à 400 cm^3.

Les parties A, B, C peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A : Calcul numérique.

Pour $h = 3{,}5$ cm , calculer le volume V en cm^3. Arrondir le résultat à l'unité.

Partie B : Expression du volume V.

1) En développant l'expression **(1)**, montrer que le volume V peut s'écrire, en fonction de h, sous la forme :
$V = ah^3 + bh^2$ où a et b sont des constantes dont on donnera la valeur exacte.

2) Calculer les valeurs arrondies à l'unité, des constantes a et b et donner la nouvelle expression du volume V en fonction de h.

Partie C : Étude d'une fonction

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 6] par $f(x) = -x^3 + 25x^2$.

1) Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

2) Résoudre dans **R**, l'équation $x(-3x + 50) = 0$.

3) Compléter le tableau de variation de f sur l'intervalle [0 ; 6].

4) Sur **l'annexe (à rendre avec la copie),** compléter le tableau de valeurs de la fonction f.

5) Sur **l'annexe (à rendre avec la copie),** tracer la courbe représentative de la fonction f.

6) Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle $f(x) = 400$.
Laisser apparents les traits permettant la lecture graphique.

Partie D : Application

Le volume V (en cm^3) de la calotte sphérique est donné en fonction de h (en cm) par :
$V = -h^3 + 25h^2$.
Indiquer la valeur de h pour laquelle la barquette a un volume V égal à 400 cm^3.

EXERCICE 2 : (5 points)

Le tableau ci-dessous montre l'évolution de **la production annuelle de barquettes** de l'entreprise depuis 2002.

Année	2002	2003	2004	2005
Production	100 000	120 000	144 000	172 800

Depuis 2002, la production annuelle de barquettes forme une suite géométrique (u_n).

1) Donner son premier terme u_1 et calculer la raison q.

2) En utilisant les résultats précédents, exprimer u_n en fonction de n.

3) Calculer la production annuelle en 2009.

4) En utilisant les propriétés des logarithmes, résoudre l'équation : $600\,000 = 100\,000 \times 1{,}2^{n-1}$.
Arrondir le résultat à l'unité.

5) En déduire l'année où la production de barquettes dépassera 600 000 unités si la tendance observée se prolonge jusqu'à cette date.

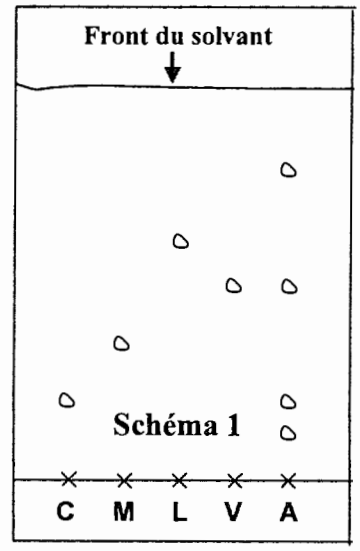
SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

EXERCICE 3 : (3 points)

On réalise une chromatographie sur couche mince afin d'identifier les constituants d'un additif alimentaire qu'on trouve dans les plats cuisinés. L'éluant est le cyclohexane.
Sur la ligne de dépôt de la plaque, sont déposées :

- une goutte de citral : **C**
- une goutte de menthol : **M**
- une goutte de limonène : **L**
- une goutte de vanilline : **V**
- une goutte de l'additif : **A**

Le chromatogramme obtenu est représenté sur le **schéma 1** ci-contre :



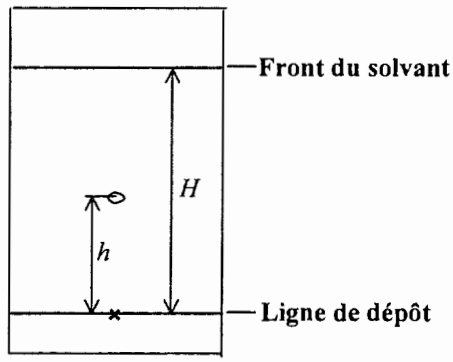
1) Combien y a-t-il de constituants dans l'additif ?

2) Quels sont ceux que l'on peut identifier ? Justifier votre réponse.

3) Quel est le rôle de l'éluant ?

Pour les deux questions suivantes, on rappelle que le rapport frontal R_f est donné par la relation :

$R_f = \frac{h}{H}$ avec h et H en cm.



4) Déterminer, en effectuant des mesures sur le **schéma 1**, le rapport frontal du limonène. Arrondir à 0,1.

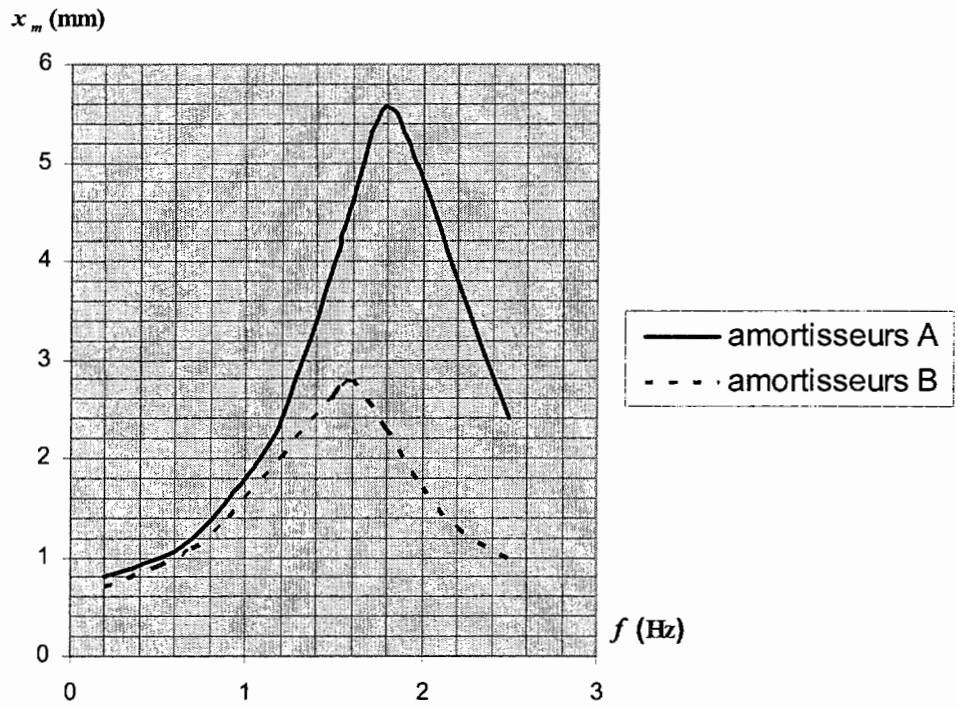
5) Un des constituants de l'additif a un rapport frontal de 0,5.
Identifier, à partir du **schéma 1**, ce constituant. Justifier votre réponse.

EXERCICE 4 : (2 points)

Pour réduire les vibrations des machines tournantes utilisées sur la chaîne de production des barquettes, on équipe les machines d'amortisseurs en caoutchouc.

Ces machines, en fonctionnement, sont soumises à des vibrations dont la fréquence varie entre 0 et 3 Hz. L'entreprise a le choix entre deux types d'amortisseurs A et B.

La représentation graphique ci-dessous traduit les variations de l'amplitude x_m (en mm) des vibrations des amortisseurs A et B, en fonction de la fréquence f d'excitation.



a) Déterminer graphiquement, pour chaque type d'amortisseurs, la fréquence de résonance f_R et l'amplitude x_m correspondante.

b) Quel est le type d'amortisseur que l'entreprise doit choisir ? Justifier.

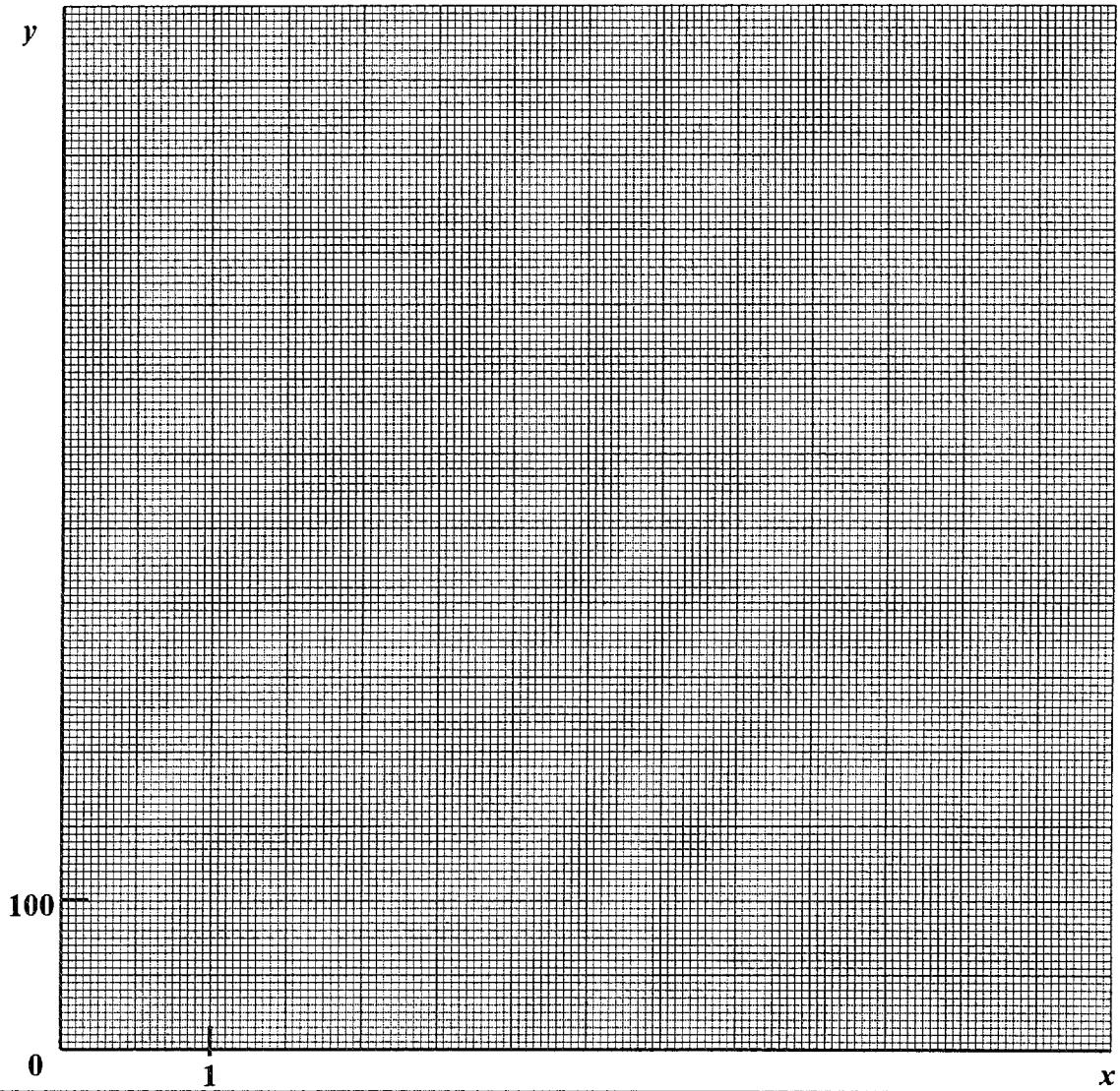
ANNEXE
(à rendre avec la copie)

EXERCICE 1

Question 3 :

x	0	6
Signe de $f'(x)$		
Variation de f		

Question 4 :

x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
$f(x)$		24			336		684

Questions 5 et 6 :