BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

MISE EN ŒUVRE DES MATERIAUX

***Option** : Matériaux Métalliques Moulés*

Domaine E1 – Epreuve Scientifique et Technique

MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures — Coefficient : 3

La calculatrice est autorisée.

Les documents à rendre avec la copie seront agrafés en bas de la copie par le surveillant sans indication d'identité du candidat.

Le sujet comporte 6 pages dont :

FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

<u>Logarithme népérien : ln</u>

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

<u>Equation du second degré</u> $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

<u>Suites arithmétiques</u>

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

<u>Suites géométriques</u>

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 . q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

<u>Trigonométrie</u>

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

<u>Statistiques</u>

Effectif total $N = \displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i$

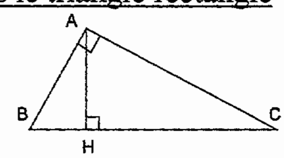
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

<u>Relations métriques dans le triangle rectangle</u>

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

<u>Résolution de triangle</u>

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

<u>Aires dans le plan</u>

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

<u>Aires et volumes dans l'espace</u>

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

<u>Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace</u>

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

<u>Mathématiques</u> (10 points)

Les exercices sont indépendants.

On se propose d'étudier la fabrication de plaques.

Exercice 1 : Etude de la forme (6 points)

Une fabrique vient de créer un nouveau modèle.
La plaque est constituée de deux cercles concentriques.
Le grand cercle a un rayon égal à 30 cm.

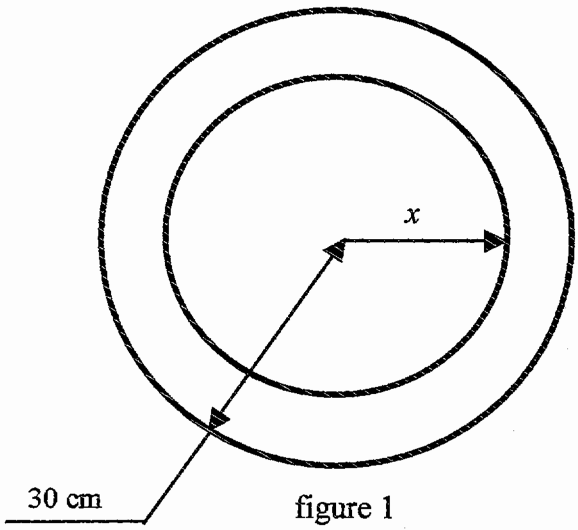


figure 1

1. Détermination du rayon du petit cercle, compte tenu de la contrainte.
1.1. Calculer, en cm^2, l'aire A_1 du grand disque. On donnera la valeur exacte.
1.2. On notera x le rayon, en cm, du petit cercle. Exprimer en fonction de x l'aire A_2 du petit disque.
1.3. De plus, on impose la contrainte : « le petit cercle partage le grand disque en deux régions d'aires égales ». Exprimer A_1 en fonction de A_2.
1.4. En déduire la valeur de x. On donnera sa valeur exacte.

2. Calcul de l'aire du carré
Le petit cercle est inscrit dans un carré de côté c.
2.1. Déterminer la mesure c du coté du carré.
2.2. Calculer la mesure d de la diagonale du carré.
Comparer d au diamètre du grand cercle.
Que constatez-vous ?
2.3. Calculer l'aire A_3 du carré.

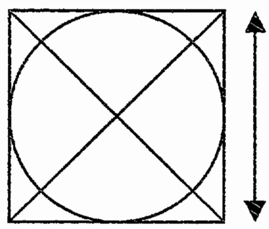


figure 2

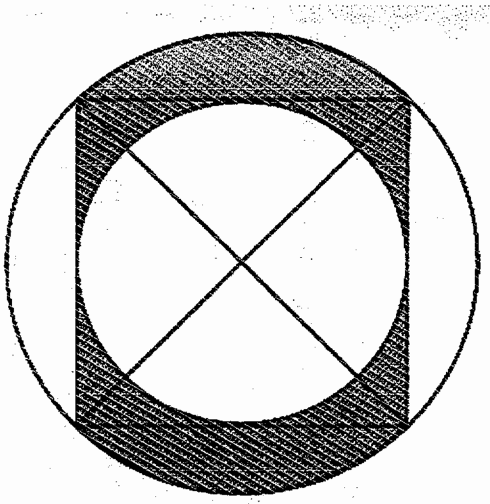


figure 3

3. Calcul de l'aire grisée
3.1. Exprimer l'aire A de la partie grisée dans la figure 3 en fonction des aires A_1, A_2 et A_3.
3.2. Calculer l'aire de la partie grisée et montrer que $A = \dfrac{A_3}{2}$.
La plaque d'aire A_1 a une épaisseur de 4 cm.
La partie grisée est un relief surélevé de 1 cm. Il est délimité par les deux cercles et deux droites parallèles et tangentes au petit cercle.

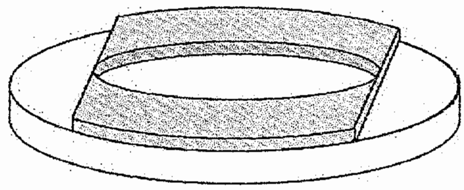


figure 4

4. Calcul du volume de la plaque.
4.1. Calculer, en dm^3, le volume de la partie grisée dans la figure 4.
4.2. Calculer, en dm^3 le volume du disque d'aire A_1. Arrondir le résultat au centième.
4.3. Calculer, en dm^3, le volume total de la plaque.

Exercice 2 : Etude de la production (4 points)

L'entreprise cherche à rentabiliser sa production. Pour cela elle a estimé que C, coût de la production, est donné en fonction de n, nombre de plaques, par la formule :

$$C = -0{,}2\, n^2 + 64\, n + 1500$$

1. Etude de fonction f

Soit la fonction $f(x)$ définie sur l'intervalle [0 ; 320] par :

$$f(x) = -0{,}2\, x^2 + 64\, x + 1500$$

1.1. Déterminer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de la fonction f.

1.2. Résoudre $f'(x) = 0$.

1.3. Dans **l'annexe page 5/6**, compléter le tableau de variation de f.

1.4. Dans **l'annexe page 5/6**, compléter le tableau de valeurs de $f(x)$ arrondies à l'unité.

1.5. Dans le repère défini dans **l'annexe page 5/6**, tracer la courbe représentative de la fonction f.

2. Etude de la rentabilité

Chaque plaque sera vendue 70 €. La recette réalisée lors de la vente de n plaques est notée R.

2.1. Exprimer R en fonction de n.

2.2. Déterminer la formule donnant le bénéfice B en fonction de n, sachant que B = R - C.

2.3.1. Résoudre par le calcul l'équation : $0{,}2\, x^2 + 6\, x - 1500 = 0$.

2.3.2. En déduire le nombre entier de plaques correspondant à un bénéfice nul.

ANNEXE

(A rendre avec la copie d'examen)

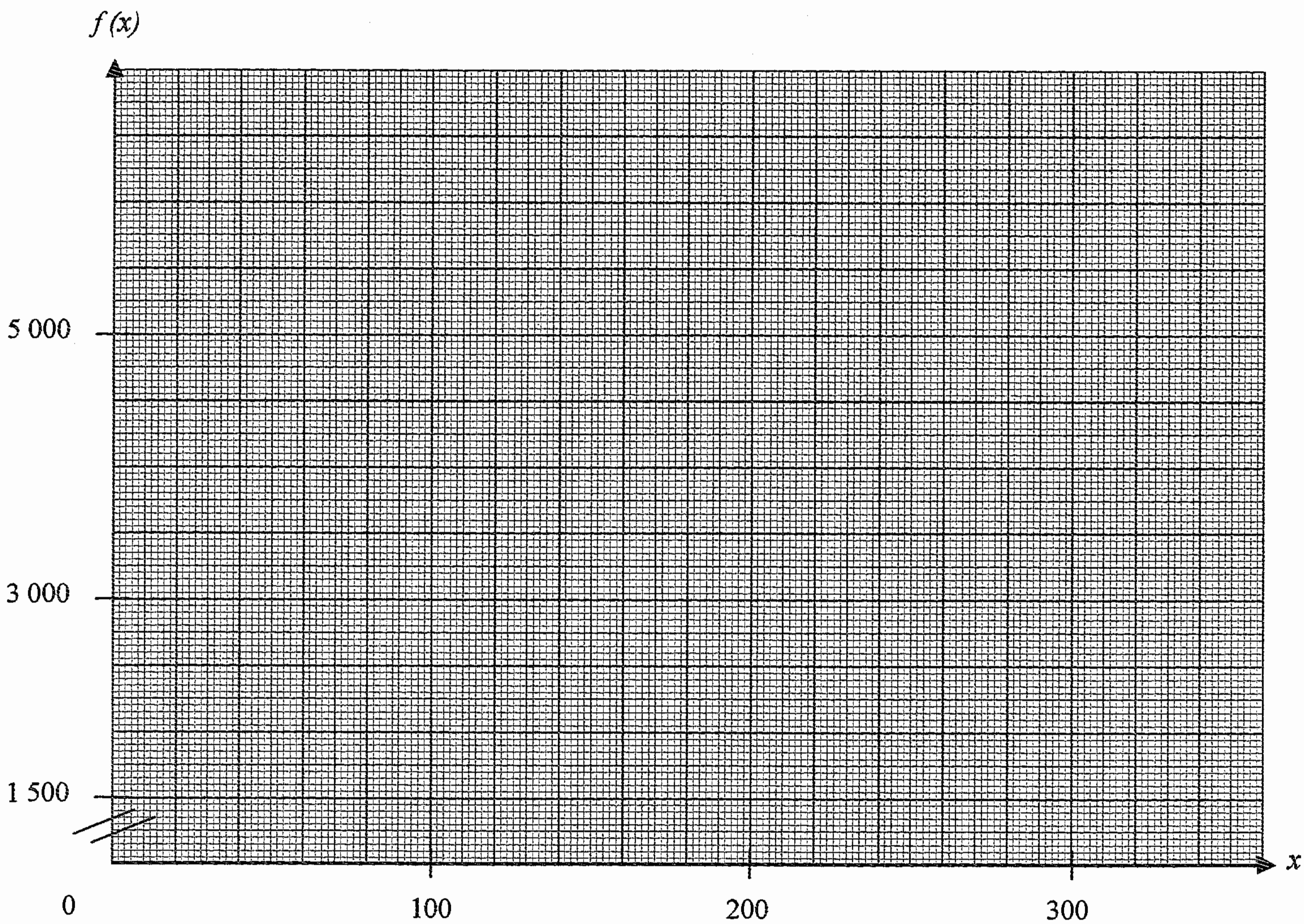
Tableau de variation de f

x	0	320
signe de $f'(x)$		
variation de f		

Tableau de valeurs de $f(x)$

x	0	40	80	120	160	200	240	280	320
$f(x)$									

Représentation graphique de la fonction f



SCIENCES PHYSIQUES (10 points)

Les exercices sont indépendants.

On désire faire fondre de la fonte dans un four alimenté en énergie par une citerne contenant 1 500 kg de méthane afin de réaliser une plaque d'égout.

Exercice 1 :

1. Calculer, en kJ, la quantité de chaleur nécessaire pour élever la température de 94,4 kg de fonte de 18°C (température ambiante) à 1300°C (température de fusion). Arrondir le résultat au dixième.

2. Calculer la quantité de chaleur nécessaire pour toute la durée de la fusion des 94,4 kg de fonte. Arrondir le résultat au dixième.

3. Calculer la chaleur totale nécessaire à l'élévation de température de la fonte et à sa complète fusion. Arrondir le résultat au dixième.

On donne : Capacité thermique massique de la fonte : c = 500 J/(kg.°C)
Chaleur latente de fusion de la fonte : L = 272 000 J/kg
$Q = m \times \mathrm{c} \times \Delta T \qquad Q = m \times \mathrm{L}$

Exercice 2 :

Caractéristiques du four : P_u : Puissance utile : 30 kW
r : Rendement : 0,40

On considère que la quantité d'énergie utile pour faire fondre les 94,4 kg de fonte est $Q_\mathrm{u} = 86\,187{,}2$ kJ.

1. Combien de temps va prendre la fusion de la fonte ?

2. Calculer, en kJ, l'énergie Q_a absorbée par le four.

On donne : $P_\mathrm{u} = Q_\mathrm{u}/\mathrm{t} \qquad \mathrm{r} = Q_\mathrm{u}/Q_\mathrm{a}$

Exercice 3 :

On considère que la quantité d'énergie absorbée par le four est $Q_\mathrm{a} = 215\,468$ kJ.
Le méthane CH_4, en brûlant, libère une énergie de 890 kJ par mole

1. En déduire le nombre de mole de méthane nécessaire à la fusion. Arrondir à l'unité.

2. Calculer la masse molaire du méthane.

3. Calculer la masse de méthane consommée. La contenance de la citerne est-elle suffisante ?

On donne: $M(\mathrm{C}) = 12$ g/mol
$M(\mathrm{H}) = 1$ g/mol