0606 AMA E STB	0606 AMA T STB

SESSION 2006

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Artisanat et métiers d'art

Options : tapissier d'ameublement et ébéniste

ÉPREUVE E1

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE B1 : MATHÉMATIQUES

Unité 12

Durée : 2 heures **Coefficient : 2,5**

Le dossier est composé de 7 pages :

- le sujet numéroté de la **page 1/7** à la **page 4/7** ;
- une annexe 1 **à joindre à la copie** donnée **page 5/7** ;
- une annexe 2 **à joindre à la copie** donnée **page 6/7** ;
- un formulaire de mathématiques donné **page 7/7**.

Un artisan désire fabriquer une table basse, schématisée par **la figure 1**.

La table est constituée d'un pied et d'un plateau sur lequel sont plaquées successivement des bandes de frêne et d'acajou.

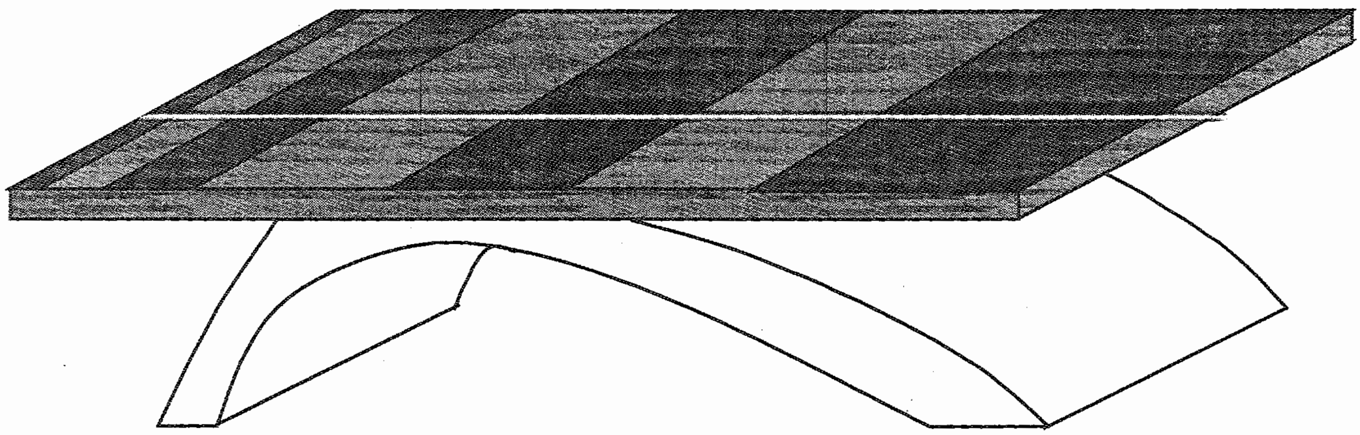


Figure 1
Sur ce schéma, les proportions ne sont pas respectées.

EXERCICE N°1 (14 points) : conception du pied de la table basse.

Le profil supérieur initial du pied est constitué de deux arcs de paraboles se rejoignant en leur sommet.

I - Etude préparatoire du profil supérieur initial.

1.1 - Soit la parabole d'équation $y = -0{,}06\,x^2 - 3{,}6\,x - 10{,}6$.

Calculer les valeurs x_1 et x_2, arrondies au dixième, des abscisses des points A et B, intersections de cette parabole avec l'axe des abscisses d'équation $y = 0$, sachant que $x_1 < x_2$.

1.2 - Soit f_1 la fonction de la variable réelle x définie sur l'intervalle $[x_1\,;\,x_2]$ par :

$$f_1(x) = -0{,}06\,x^2 - 3{,}6\,x - 10{,}6.$$

1.2.1 - Soit f_1' la fonction dérivée de f_1. Déterminer $f_1'(x)$.

1.2.2 - Vérifier que -30 est solution de l'équation $f_1'(x) = 0$.
Cette valeur est l'abscisse du sommet S de la parabole.
Calculer alors l'ordonnée du point S.

1.2.3 - Compléter le tableau de variation de la fonction f_1 sur **l'annexe 2**.

1.2.4 - Compléter le tableau de valeurs de la fonction f_1 sur **l'annexe 2**.

1.2.5 - Tracer, dans le plan rapporté au repère de **l'annexe 1**, la courbe représentative $\mathcal{C}_1$ de la fonction f_1.

1.3 - Soit f_2 la fonction de la variable réelle x définie sur l'intervalle $[-60 ; 55]$ par :

$$f_2(x) = -0{,}006\,x^2 - 0{,}36\,x + 38.$$

La courbe représentative $\mathcal{C}_2$ de cette fonction est tracée sur **l'annexe 1**.

1.3.1 - Montrer que le point S défini à la question **1.2.2** appartient aussi à la courbe ~~représentative de la fonction f_2.~~

1.3.2 - On donne $f_2'(x) = -0{,}012\,x - 0{,}36$.
Calculer $f_2'(-30)$.

1.4 -Tracé du profil

1.4.1 - Que peut-on dire des tangentes en S aux courbes représentatives des fonctions f_1 et f_2.

1.4.2 - Le profil supérieur initial du pied de la table est constitué :

- par la partie de $\mathcal{C}_1$, courbe représentative de la fonction f_1, limitée à l'intervalle $[x_1 ; -30]$.
- par la partie de $\mathcal{C}_2$, courbe représentative de la fonction f_2, limitée à l'intervalle $[-30 ; 55]$.

Repasser en gras le profil supérieur initial du pied de la table.

II - Etude de la liaison pied-plateau.

Pour permettre de fixer le plateau au pied, l'artisan envisage de tronquer le sommet du pied par une découpe horizontale, de telle sorte que la hauteur du pied après découpe soit de **40 cm**.

Le trait de coupe peut être représenté dans le plan rapporté au repère de **l'annexe 1** par la droite *(d)* d'équation : $y = 40$.

2.1 - Tracer la droite *(d)*.

2.2 - On appelle I et J les points d'intersection de la droite *(d)* et du profil supérieur initial du pied de la table.
Placer I et J.

2.3 - Mesurer, **en cm**, la longueur IJ.

2.4 - Sachant que le dessin de **l'annexe 1** est à l'échelle $\frac{1}{5}$, déduire la longueur réelle L correspondant à la jonction pied-plateau.

2.5 - Pour des raisons de stabilité, l'artisan désire que la longueur L représente au moins **25%** de la longueur du plateau.
Sachant que le plateau a une longueur de **120 cm**, la découpe remplit-elle cette condition ?
Justifier la réponse donnée.

EXERCICE N°2 (6 points) : Habillage du plateau de la table.

L'artisan désire habiller le plateau de la table d'un décor, succession de bandes de placage alternativement en frêne et en acajou.
Pour des raisons d'esthétique, l'artisan se fixe trois contraintes :

- la longueur du plateau à habiller est de **1200 mm** ;
- à partir de la deuxième bande, la largeur de chaque bande est obtenue en multipliant par **1,5** la largeur de la bande précédente ;
- l'habillage total du plateau est constitué de **10 bandes**.

I - Etude théorique.

Les mesures des largeurs théoriques successives des bandes de placage constituent les termes d'une suite numérique.
On appelle :

u_1 la mesure, **en mm**, de la largeur de la première bande (la plus petite).
u_2 la mesure, **en mm**, de la largeur de la deuxième bande.
...

1.1 - Exprimer u_2 en fonction de u_1 et u_3 en fonction de u_2.

1.2 - Donner la nature de la suite numérique (u_n) ; préciser sa raison .

1.3 - Exprimer u_{10} en fonction de u_1 .

1.4 - On note S_{10} la somme des dix premiers termes de la suite numérique (u_n).
Exprimer S_{10} en fonction de u_1 .

1.5 - En prenant $S_{10} = 1200$, montrer que $u_1 = \dfrac{600}{1{,}5^{10} - 1}$.

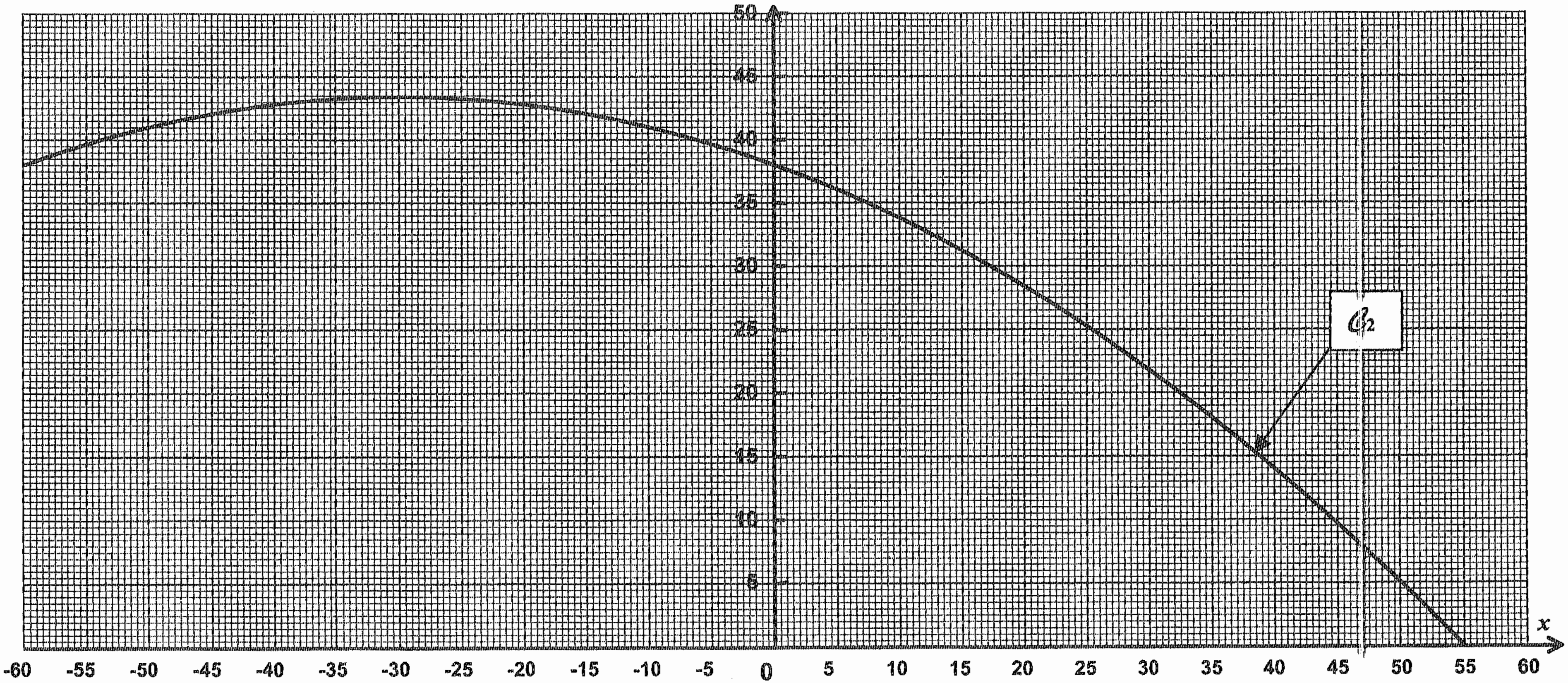
II - Retour au problème concret.

Pour les mesures des largeurs des bandes à découper, l'artisan hésite entre un arrondi au dixième et un arrondi à l'unité des valeurs théoriques obtenues à partir de la suite numérique (u_n).

2.1 - Compléter le tableau de **l'annexe 2.**

2.2 - Quel arrondi doit-il choisir ? Justifier la réponse.

<u>ANNEXE 1</u> (A rendre avec la copie)



ANNEXE 2 (A rendre avec la copie)

EXERCICE N°1

Tableau de variation

Valeurs de x	x_1 $\qquad$ -30 $\qquad$ x_2
Signe de $f_1'(x)$	
Variation de f_1	

Tableau de valeurs

Valeurs de x	-50	-40	-30	-20	-10
Valeurs de $f_1(x)$					

EXERCICE N°2

Valeurs exactes de u_n	Valeurs arrondies à 0,1	Valeurs arrondies à l'unité
$\dfrac{600}{1{,}5^{10}-1}$	10,6	11
$\dfrac{600}{1{,}5^{10}-1}\times 1{,}5$	15,9	16
$\dfrac{600}{1{,}5^{10}-1}\times 1{,}5^2$	23,8	24
$\dfrac{600}{1{,}5^{10}-1}\times 1{,}5^3$	35,7	36
$\dfrac{600}{1{,}5^{10}-1}\times 1{,}5^4$	53,6	54
$\dfrac{600}{1{,}5^{10}-1}\times 1{,}5^5$	80,4	80
$\dfrac{600}{1{,}5^{10}-1}\times 1{,}5^6$	120,6	121
$\dfrac{600}{1{,}5^{10}-1}\times 1{,}5^7$	180,9	181
$\dfrac{600}{1{,}5^{10}-1}\times 1{,}5^8$	....	....
$\dfrac{600}{1{,}5^{10}-1}\times 1{,}5^9$	....	....
Somme des valeurs arrondies :	....	....

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$au(x)$	$au'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\quad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré : $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suite arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r
Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$
Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suite géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q
Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$
Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$
$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$
$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$
$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

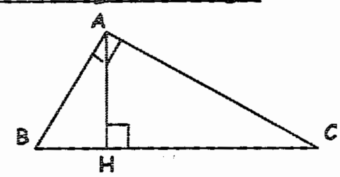
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

- Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh
- Sphère de rayon R :

 Aire $= 4\pi R^2$ $\qquad$ Volume $= \frac{4}{3}\pi R^3$

- Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $= \frac{1}{3}$ Bh

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v'} = xx' + yy'$ $\qquad$ $\vec{v} \cdot \vec{v'} = xx' + yy' + zz'$

$\left\|\vec{v}\right\| = \sqrt{x^2+y^2}$ $\qquad$ $\left\|\vec{v}\right\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$ $\qquad$ $\vec{v} \cdot \vec{v'} = \left\|\vec{v}\right\| \times \left\|\vec{v'}\right\| \cos\left(\vec{v}, \vec{v'}\right)$

$\vec{v} \cdot \vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$