BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

« MAINTENANCE des MATERIELS : *AGRICOLES, TRAVAUX PUBLICS* et de *MANUTENTION, PARCS* et *JARDINS* »

Session 2006

Epreuve E1B1-U.12

SOUS-EPREUVE ECRITE

Sujet

Mathématiques et Sciences Physiques

Durée : 2 heures **Coefficient : 2**

Le sujet comporte 8 pages numérotées de 1/8 à 8/8 auquel s'ajoute le formulaire numéroté 1/1.

Les feuilles Annexe 1 (page 6/8), Annexe 2 (page 7/8) et Annexe 3 (page 8/8) sont à rendre avec la copie. Elles seront agrafées à celle-ci par le centre d'examen.

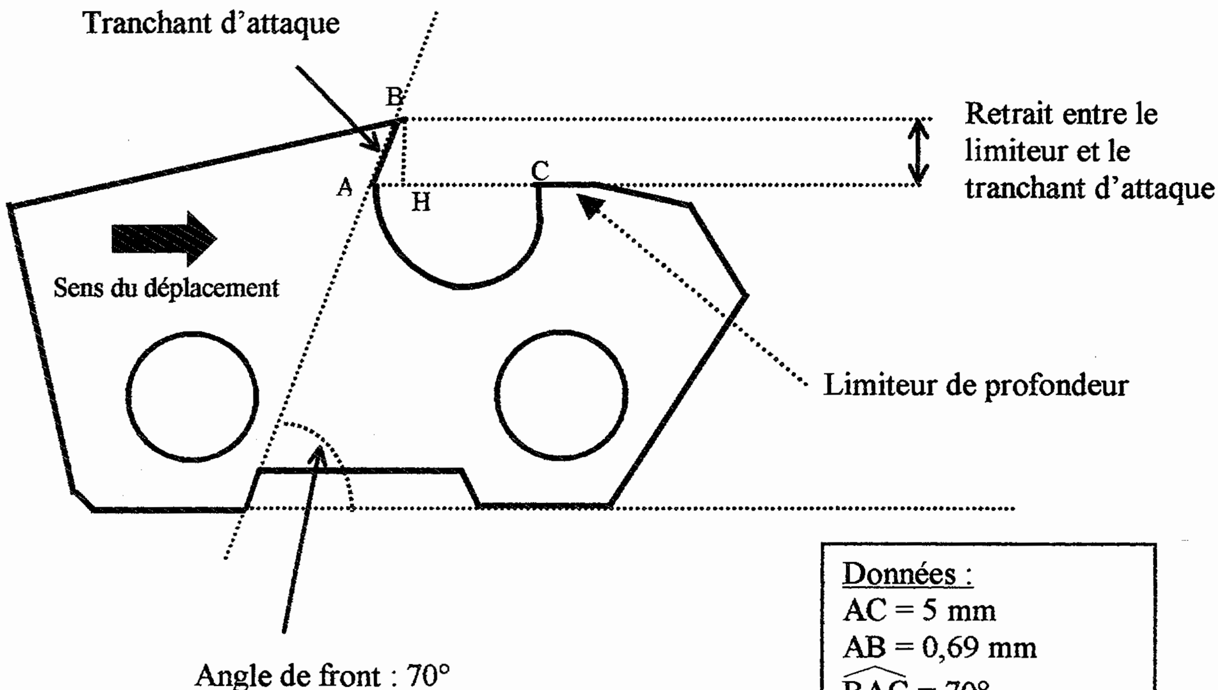
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Mathématiques (15 points)

Le problème est constitué de trois parties indépendantes.

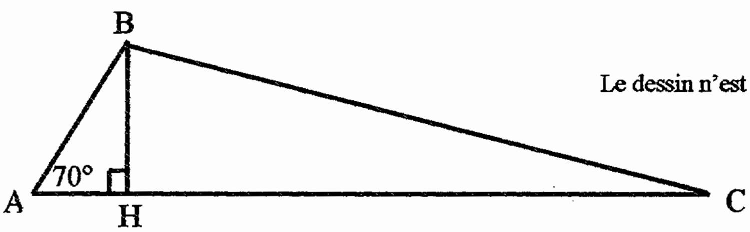
Partie I : Affûtage d'une dent d'une chaîne de tronçonneuse. (2,5 points)

Schéma d'une dent de coupe d'une chaîne de tronçonneuse.



Données :
AC = 5 mm
AB = 0,69 mm
$\widehat{BAC} = 70°$
$\widehat{AHB} = 90°$

Le limiteur de profondeur détermine la pénétration dans le bois et, par conséquent, l'épaisseur des copeaux. Le retrait du limiteur de profondeur diminue lors de l'affûtage d'une dent. Le mécanicien doit alors respecter les distances *BH* et *BC.*
On se propose alors de déterminer ces deux longueurs à respecter.



Le dessin n'est pas à l'échelle.

1. Dans le triangle ABH rectangle en H, calculer la longueur *BH*. Arrondir le résultat au centième de mm.
2. En utilisant une relation trigonométrique dans le triangle quelconque ABC, calculer la longueur *BC*. Arrondir le résultat au centième de mm.

Partie II : Affûtage d'une chaîne (2,5 points)

Lors de l'affûtage, le mécanicien doit s'assurer que la hauteur du retrait BH (voir figure de la page précédente) du limiteur de profondeur soit identique pour l'ensemble des dents de la chaîne. A l'aide d'une lime calibrée d'affûtage, il évalue les erreurs d'affûtage de cette hauteur sur les dents de coupe de 10 chaînes.

Il a rassemblé ses résultats dans le tableau "Statistiques" fourni en annexe 1 page 6/8.

1. Compléter les colonnes 2, 3 et 4 du tableau de l'annexe 1 (à rendre avec la copie).

2. Calculer la hauteur moyenne $\overline{x}$ du retrait BH.

3. A l'aide du tableau précédent si nécessaire ou directement avec une calculatrice, calculer l'écart type σ de cette série statistique. Donner le résultat arrondi au centième.

4. Une hauteur de retrait inégale des dents peut provoquer un fonctionnement par à-coups et la rupture de la chaîne. On considère que l'affûtage est réussi si plus de 75 % des dents affûtées ont une hauteur du retrait BH comprise entre $[0{,}65 - 1{,}5\sigma\ ;\ 0{,}65 + 1{,}5\sigma]$.

En prenant $\sigma = 0{,}02$ mm, dire si l'affûtage est réussi. Justifier votre réponse.

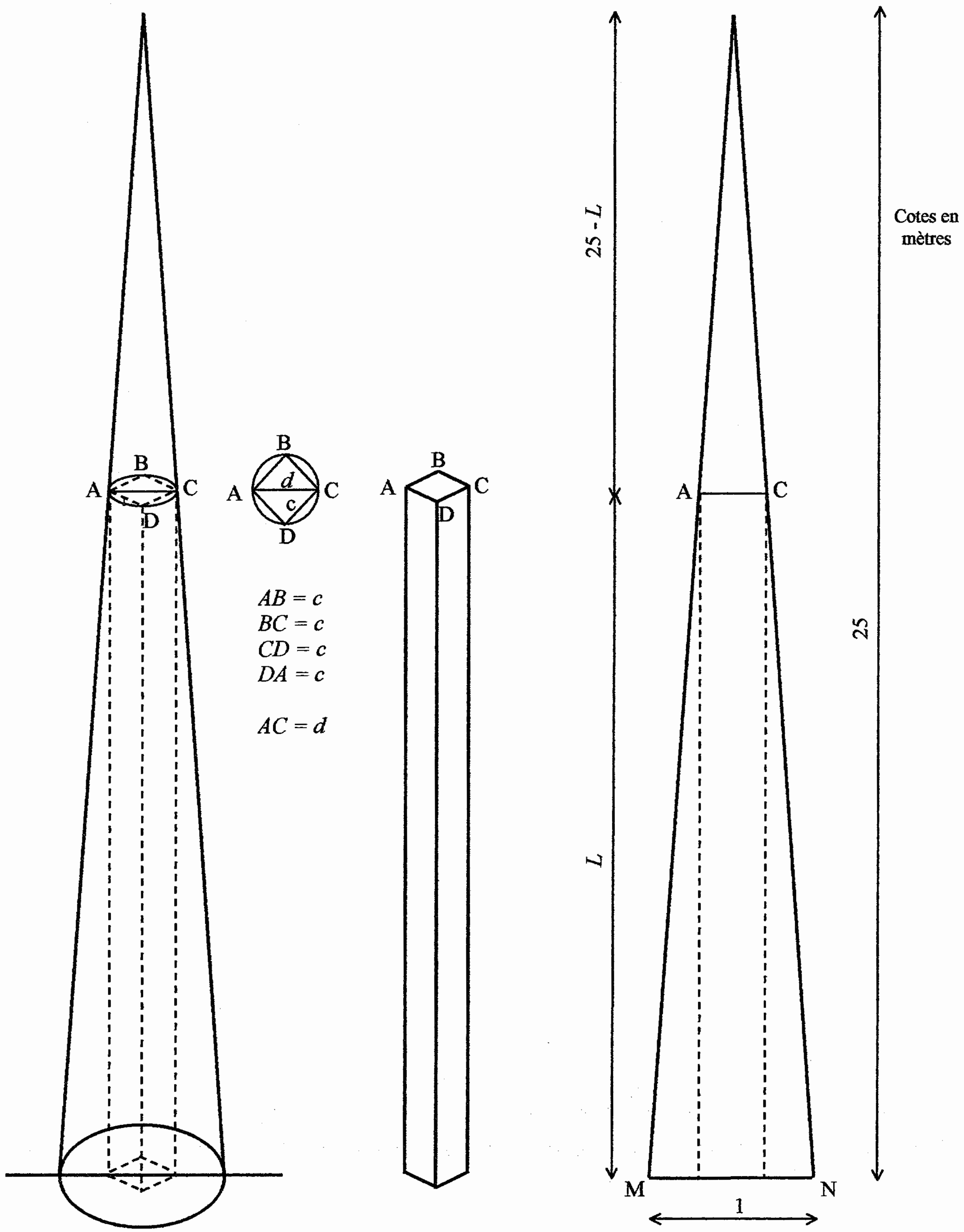
Partie III : Découpe d'une poutre dans l'arbre (10 points)

On a abattu un arbre assimilable à un cône de hauteur 25 m et de diamètre de base 1 m.

On veut débiter une poutre parallélépipédique de section carrée de longueur L et de volume maximum.

L'objectif de cette partie est de déterminer pour quelle longueur L, ce volume est maximum.

Pour raison de lisibilité, les proportions de la figure de la page suivante, ne sont pas respectées (le diamètre de la base du cône est exagéré).



B
A
C
D
B
A
d
c
C
D
$AB = c$
$BC = c$
$CD = c$
$DA = c$
$AC = d$
B
A
C
D
25 - L
L
A
C
M
N
1
25
Cotes en mètres

5. Détermination de la formule de calcul du volume en fonction de L.
   a. Compléter les 4 premières lignes du tableau fourni en annexe 1 (à rendre avec la copie).
   b. Montrer que $V = 0{,}0008L^3 - 0{,}04L^2 + 0{,}5L$.

6. On étudie la fonction f définie pour x appartenant à [0 ; 25] par :

$$f(x) = 0{,}0008x^3 - 0{,}04x^2 + 0{,}5x$$

   c. Compléter le tableau de valeurs fourni en annexe 2 page 7/8.

   d. Soit f' la fonction dérivée de f. Déterminer $f'(x)$.

   e. Vérifier que $f'(x) = 0{,}0024 \times \left(x - \frac{25}{3}\right)(x - 25)$.

   f. Résoudre $f'(x) = 0$.

   g. Compléter le tableau de l'étude du signe de la dérivée $f'(x)$.

   h. Compléter le tableau de variations de la fonction f fourni en annexe 2 page 7/8.

   i. Indiquer pour quelle valeur de x, la fonction f admet un maximum. Déterminer à l'aide du graphique la valeur de ce maximum.

   j. On nomme C_f la courbe représentative de la fonction f.

   Compléter et tracer la courbe sur l'annexe 3 page 8/8 à l'aide du tableau de valeurs.

7. Déduire de l'étude précédente, pour laquelle le volume de la poutre est maximum :

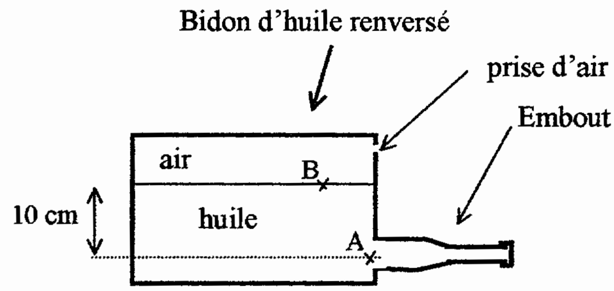
   - la longueur L en mètre,
   - le volume en m^3.

Sciences physiques (5 points)

Remplissage du réservoir d'huile d'une tronçonneuse

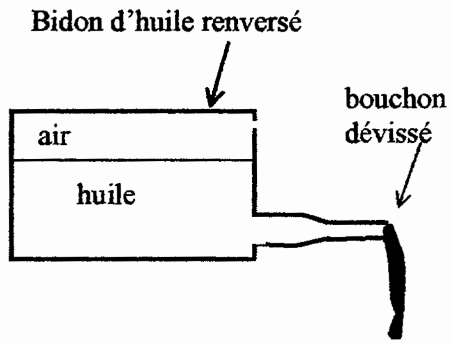
Exercice 1 :

1) Lorsque le bidon d'huile est renversé à l'horizontale, la pression p_B à la surface de l'huile est de 1 bar. La masse volumique de l'huile est $\rho = 830$ kg/m^3. Le liquide est en équilibre.



Calculer, en Pa, la pression p_A de l'huile à la sortie du bidon .

2) Indiquer pourquoi l'huile s'écoule moins vite que l'eau.

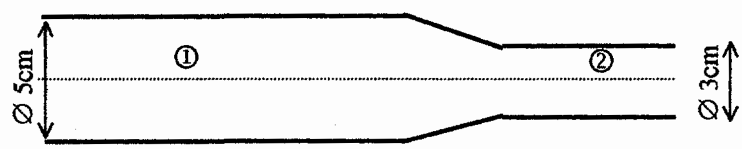


Exercice 2 :

Dans la partie ① de l'embout, la vitesse v_1 de l'huile est égale à 0,01m/s.

1) Calculer le débit volumique Q_1 quand l'huile s'écoule dans la partie ①. Arrondir à 10^{-8} m^3/s.

Vue transversale de l'embout



2) Calculer la vitesse v_2 de l'huile dans la partie ② de l'embout en appliquant l'équation de conservation du débit volumique. Donner le résultat arrondi à 0,01 m/s.

Formulaire :

- Principe fondamental de l'hydrostatique : $p_B - p_A = \rho.g.h$ (p_A et p_B en Pa ; ρ en kg/m^3 ; h en m) $g = 10$ N/kg
- $p = \frac{F}{S}$ (F en N ; S en m^2 et p en Pa) 1 bar = 100 000 Pa
- Débit : $Q = \frac{V}{t} = v.S$ (V en m^3 ; t en s ; v en m/s et S en m^2). Conservation du débit : $Q_1 = Q_2$
- Aire d'un disque : $\pi.R^2$.

Annexe 1 (à rendre avec la copie)

Statistiques

colonne 1	colonne 2	colonne 3	colonne 4	colonne 5	colonne 6
hauteur du retrait BH (en mm)	Valeur centrale x_i	Nombre de dents n_i	$n_i.x_i$		
[0,60 ; 0,62[	0,61	42	25,62		
[0,62 ; 0,64[	0,63	48			
[0,64 ; 0,66[	0,65	215			
[0,66 ; 0,68[		58	38,86		
[0,68 ; 0,70[	0,69	37	25,53		
		$N =$	$\Sigma n_i.x_i = 258,84$		

Volume de la poutre de longueur L et de base carrée de côté c

L (en m)	$25 - L$ (en m)	Propriété de Thalès $\frac{AC}{1} = \frac{25-L}{25}$	$d = AC$ (en m)	$c = \frac{AC}{\sqrt{2}}$ (en m)	c^2 (en m²)	$V = c^2 \times L$ (en m³)
5	20	$AC = \frac{20}{25}$	0,8	$\frac{0,8}{\sqrt{2}}$	$\frac{0,64}{2}$	1,6
8	17	$AC = \frac{17}{25}$	0,68	$\frac{0,68}{\sqrt{2}}$	0,2312	1,8496
10	15	$AC = \frac{15}{25}$	...	...	...	...
15	...	...	...	...	...	...
L	$25 - L$	$AC = \frac{25-L}{25}$	$\frac{25-L}{25}$	$\frac{25-L}{25\sqrt{2}}$	$\frac{(25-L)^2}{1250}$	$0,0008L^3 - 0,04L^2 + 0,5L$

Annexe 2 (à rendre avec la copie)

Tableau de valeurs $f(x) = 0{,}0008x^3 - 0{,}04x^2 + 0{,}5x$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Valeur de $f(x)$ arrondie à 0,01		0,46	0,85	1,16	1,41		1,73	1,81		1,84		1,72	1,62

x	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Valeur de $f(x)$ arrondie à 0,01	1,50	1,36		1,04	0,87	0,71	0,55		0,27	0,16	0,07	0,02	0

Tableau d'étude du signe de la dérivée

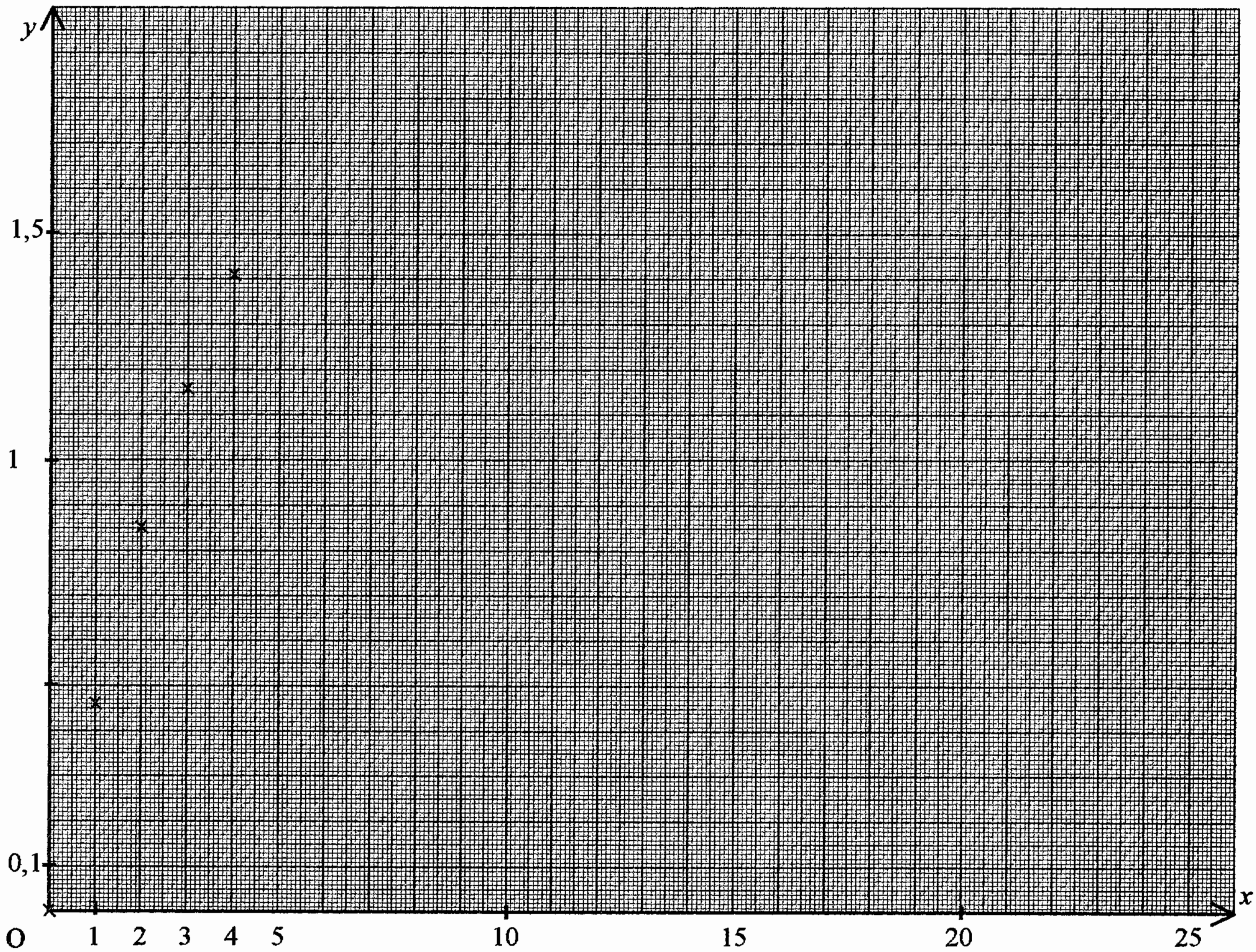
x	0		$\frac{25}{3}$		25
Signe de $(x - \frac{25}{3})$		−	0	+	
Signe de $(x - 25)$			…		0
Signe de $f'(x)$		…	0	…	0

Tableau de variations

x	0		….		25
Signe de $f'(x)$		+	0	−	
Sens de variation de f					

Annexe 3 (à rendre avec la copie)

Courbe représentative de *f*



FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

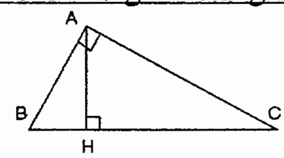
Variance

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$